СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ, ИНФОРМАЦИОННЫЕ СЕТИ И СИСТЕМЫ

ИНФОРМАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

В.Л. Бусько, В.Ю. Винкевич

(БУИР, г. Минск)

Пусть рассматривается объект, описываемый суммой параметров, составляющей множество оценок X. Оценки X_{ji} образуют алфавит в подмножестве $A=\{X_{ji}\}$ множества оценок X, которое полностью описывает J-ый объект, т.е. является носителем информации. Непосредственное соотнесение этой информации с алфавитом невозможно, т.к. она никак не связана с ним, поэтому о применении информации к алфавиту можно говорить с позиций теории формирования весовых коэффициентов, отношений, нечетких множеств и т.п.

Одним из возможных путей формирования весовых коэффициентов является понятие "количество информации" одной величины относительно другой.

$$I(\upsilon/\eta) = H(\upsilon) - MH(\upsilon/\eta) \qquad (1)$$

где υ,η - дискретные величины;

$I(\upsilon/\eta)$ - количество информации о величине υ относительно величины η;

$H(\upsilon)$ - неопределенность величины υ ;

$MH(\upsilon/\eta)$ - средняя условная неопределенность величины υ при условии η.

Примем, что υ - информационные характеристики алфавита $\{X_{JI}\}$, а η - информационные характеристики подмножества A. Тогда $I(\upsilon/\eta)$ будет определять количество информации в каждой экспертной оценке при условии, что величина η определяется характеристиками

$$\begin{gathered} F(N_N)\,;\,F(H_i)\,, \\ F(N)\,;\,F(I)\,, \\ F(\xi_N)\,;\,F(\xi_I) \end{gathered} \qquad (2)$$

В этом случае

$$H_{ji} = -\sum^{2} P_{ji}^{*} \log_2 P_{ji}^{*} = [P_{ji}^{*} \log_2 P_{ji} + (1-P_{ji}^{*}) \log_2 (1-P_{ji}^{*})] \qquad (3)$$

где $P_{ji}^{*} = P_{ji}(1-P_{ji}^{c})$ - вероятность назначения безошибочной и непротиворечивой оценки.

H_{ji} - уровень неопределенности элемента алфавита.

Для нахождения величины $H(\upsilon)$ нужно из уровня H_{ji} вычесть остаточную неопределенность H_{ji}ост, а оставшегося поля выборки выделить неопределенность, относящуюся непосредственно к элементу алфавита (экспертной оценке).

Если воспользоваться моделью в виде формулы

$$I + H_I = 1 \tag{4}$$

а для этого есть условия, т.к. уровень H_{ji} получен для двухальтернативного исхода (см. формулу 3), то

$$H_{ji}\text{ ост} = 2\,H_{ji} - 1 \tag{5}$$

Оставшееся поле выборки составляет величину

$$H^{o}_{ji} - H_{ji} - (2H_{ji}-1) = - H_{ji} - 1 \tag{6}$$

В соответствие с моделью (см. формулу 4) общее поле выборки между неопределенностью и информацией определяется как

$$I_{ji} + N_{ji}\varepsilon_{ji} = H_{ji}$$

Информация составляет часть H_{ji} вида

$$\frac{I_{ji}}{I_{ji} + N_{ji}\varepsilon_{ji}} H_{ji} \tag{7}$$

Неопределенность составляет часть H_{ji} вида

$$\frac{N_{ji}\varepsilon_{ji}}{I_{ji} + N_{ji}\varepsilon_{ji}} H_{ji} \tag{8}$$

На основании формул (6), (7), (8)

$$H(\vartheta) = -\frac{N_{ji}\varepsilon_{ji}}{I_{ji} + N_{ji}\varepsilon_{ji}} H_{ji} + 1 \tag{9}$$

Аналогично устанавливается зависимость для неопределенности $MN(\upsilon/\eta)$ на основе характеристик (2)

$$MN(\upsilon/\eta) = \frac{N\varepsilon_N}{J + N\varepsilon_N} H_N \tag{10}$$

Таким образом, количество информации

$$I(\upsilon/\eta) = 1 - \frac{N_{ji}\varepsilon_{ji}}{I_{ji} + N_{ji}\varepsilon_{ji}} H_{ji} - \frac{N\varepsilon_N}{I_j + N\varepsilon_N} H_N \tag{11}$$

На основании модели (4) можно по информационному признаку построить модель элемента алфавита $(X_{ji}\}$

$$X_л = X_{ji}^{Iji} + X_{ji}^{Nji} \tag{12}$$

где X_{ji}^{I}- информационная часть экспертной оценки;

X^{N} - неопределенная часть экспертной оценки.

Представим

$$X_{ji}^{Iji} = K_{ji}^{Iji} \text{ и } X_{ji}^{Nji} = K_{ji}^{Nji} \tag{13}$$

где K_{ji}^{Iji}, K_{ji}^{Nji} - соответственно весовые коэффициенты по информации и неопределенности .

Тогда формулу (12) на основании формулы (13) можно привести к виду

$$K_{ji}^{Iji} = 1 - K_{ji}^{Nji} \tag{14}$$

По определению – модель неопределенности (правая часть формулы (1)) состоит из двух составляющих $H(\upsilon)$ и $MH(\upsilon/\eta)$. Поэтому, используя эту модель для весового коэффициента неопределенности, получим

$$K_{ji}^{Nji} = K_{ji}^{N} + K^{N} \tag{15}$$

Перепишем формулу (12) с учетом формулы (15)

$$K_л^{Iл} = 1 - K_л^{N} - K^{N} \tag{16}$$

Сравнивая почленно правые части формул (11) и (16) находим

$$K_{ji}^{Iji} = \frac{N_{ji} * \varepsilon_{ji}}{I_{ji} + N_{ji} * \varepsilon_{ji}}, K^{N} = \frac{N * \varepsilon_{N}}{I + N * \varepsilon_{N}} \tag{17}$$

Относительно H_{ji} и H_N можно на основании определений (формула (1)) считать

$$H_{ji} \sim x_{ji},\ H_N \sim X\ cp,$$

где X ср - среднее значение экспертной оценки в матрице оценок $A = \|X_{ji}\|$.

$$Xcp = \frac{}{N \times S} \sum_{j=}^{N} \sum_{i=}^{S} X_{ji}$$

Общее выражение для информационной части экспертной оценки:

$$X_{ji}^{Iji} = \left[1 - \frac{N_{ji} * \varepsilon_{ji}}{I_{ji} + N_{ji} * \varepsilon_{ji}}\right] X_{ji} - \frac{\varepsilon_N * N}{I + \varepsilon_N * N} Xcp \tag{18}$$

Преобразуем формулу (18) к более удобному виду и опустим индексации (J,I) в степенях, тогда формула для определения информационной части экспертных оценок примет вид:

$$X_{ji}{}^{I} = \frac{I_{ji}}{I_{ji} + N_{ji} * \varepsilon_{ji}} X_{ji} - \frac{\varepsilon_N * N}{I + \varepsilon_N * N} Xcp \qquad (19)$$

Поскольку суммы, стоящие в знаменателях в правой части формулы (14) равны одному бит то формально, приняв I_{ji}, N безразмерными коэффициентами, формулу (19) можно упростить для использования:

$$X_{ji}{}^{I} = I_{ji} * X_{ji} - \varepsilon_N * N * X_{cp} \qquad (20)$$

На основании формулы (20) осуществляется коррекция экспертных оценок по информационному признаку, с ограничениями

$$0 < X_{ji}{}^{I} \leq X_{ji} \qquad (21)$$

Для выполнения неравенства (формула (21)) нужно, чтобы эксперт обладал определенными информативными характеристиками. Примем, что под информативной характеристикой будем понимать функцию $F(I,\varepsilon)$, которая включает весь набор функций (2). Верхняя и нижняя границы оценочной функции $F(I,\varepsilon)$ могут быть установлены на основании формулы (21)

$$1)\ \sup F(I,\varepsilon) = X_{ji}, \qquad (22)$$

$$2)\ \mathrm{Inf}\, F(I,\varepsilon) = 0$$

Верхнее граничное значение функция $F(I,\varepsilon)$ достигает, когда весовой коэффициент по информации I_{ji}=1 и число квант неопределенности $\varepsilon_N = 0$. Это означает, что эксперт дает одноточечные оценки, и они содержат только один квант информации.

$$\sup F(I,\varepsilon) = Xji \sim \varepsilon_N = 0$$

Нижнее граничное значение $F(I,\varepsilon)$ найдем в предположении: если подмножество A(Xji) обладает свойствами $F(I,\varepsilon)$, то и каждый элемент X_{ji} этого подмножества также обладает этими свойствами. Это предположение позволяет записать

$$F(I_{ji},\varepsilon_{ji}) = F(I,\varepsilon_N)$$

Применим это равенство к формуле (20)

$$X_{ji}{}^{J} = I\, X_{ji} - \varepsilon_N\, N\, X_{cp} \qquad (23)$$

Из формулы (21) следует $X_{ji}{}^{J} > O$, что одновременно требует выполнения условия

$$I\,X_{ji} - \varepsilon_N\,N\,Xcp > 0;\ \text{или}\ \frac{X_{ji}}{X_{cp}} > \frac{\varepsilon_N N}{I}$$

Добавим и вычтем в числителе левой части неравенства член Хор, тогда неравенство примет вид

$$\frac{\Delta X_{ji}}{X_{cp}} > \frac{\varepsilon_N N}{I} - 1 \qquad (24)$$

где $\Delta X_{ji} = Xji - Xcp$ - отклонение экспертной оценки от ее среднего значения.

Выберем наихудший случай, когда

$$\Delta X_{ji} - Xcp \qquad (25)$$

Анализ формулы (24) при условии формулы (25) дает

$$\varepsilon_N < 4 \qquad (26)$$

Нижняя граница функции $F(I,\varepsilon_N)$ при условии формулы (26)

$$\inf F(I,\varepsilon_N) = 0 \sim \varepsilon_N < 4$$

Оценки эксперта, у которого в информативных характеристиках количество квант неопределенности больше трех ($\varepsilon_N > 3$) не должны использоваться в дальнейшем для принятия решения.

Заключение.

На основе анализа информационной части экспертной оценки установлено, что при числе квант неопределенности $\varepsilon_N \leq 3$ оценки эксперта могут быть использованы для выработки решения по поставленной задаче. При числе квант неопределенности $\varepsilon_N > 3$ в информативных характеристиках эксперта его оценки не могут быть использованы, поскольку отклонения экспертных оценок от их среднего значения достигают 100%-го уровня.

Литература.

1. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. 2-изд. М.Ж. «Статистика», 1980.-263с.ил.

2. Автоматизация проектно-конструкторских работ и технологической подготовки производства в машиностроении. Т1/Под ред. И.О. Семенкова. Минск, «Вышэйшая школа», 1979.-352с.ил.