$$\left\|Ax_{n,\delta} - y_\delta\right\| > \varepsilon,\ (n < m),\quad \left\|Ax_{m,\delta} - y_\delta\right\| \le \varepsilon, \tag{4}$$

где ε - заданное до начала вычислений положительное число (уровень останова), $\varepsilon = b\delta$, $b > 1$.

Доказана сходимость метода (3) с правилом останова (4), получена оценка погрешности метода и оценка для момента останова. При решении уравнения (1) методом (3) с правилом останова (4) также не требуется знание истокопредставимости точного решения. И тем не менее будет автоматически выбрано число итераций m, обеспечивающее оптимальный порядок погрешности. Но даже если истокопредставимость точного решения отсутствует, останов по невязке (4) обеспечивает сходимость метода, т.е. его регуляризующие свойства.

ЛИНЕЙНЫЕ ОДНОРОДНЫЕ НАГРУЖЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Н.К. Млынчик

(БГТУ, Брест)

Линейное однородное нагруженное дифференциальное уравнение (ЛОНДУ) второго порядка имеет вид:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y + \alpha_1(x)y(a) + \alpha_2(x)y'(a) + \beta_1(x)y(b) + \beta_2(x)y'(b) = 0, \tag{1}$$

где $p(x)$, $q(x)$, $\alpha_1(x)$, $\alpha_2(x)$, $\beta_1(x)$, $\beta_2(x)$ - заданные функции.

В отличие от линейного однородного дифференциального уравнения $y'' + p(x)y' + y(x)y = 0$, имеющего при «хороших» коэффициентах только два линейно независимых решения, уравнение (1) может иметь до шести линейно независимых решений.

Приведем схему построения ЛОНДУ типа (1) с различным количеством линейно независимых решений.

1). Пусть ЛОНДУ имеет только два линейно независимых решения y_1 и y_2; тогда оно может быть представлено в виде

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y \\ y_1' & y_2' & y' \\ y_1'' & y_2'' & y'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_1(a) & y_2(a) & y_1 & y(a) \\ y_1'(a) & y_2'(a) & y_1' & y'(a) \\ y_1(b) & y_2(b) & y_2 & y(b) \\ y_1'(b) & y_2'(b) & y_2' & y'(b) \end{vmatrix} = 0$$

2). Пусть ЛОНДУ имеет три линейно независимых решения y_1, y_2, y_3; тогда его можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y \\ y_1' & y_2' & y' \\ y_1'' & y_2'' & y'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_1(a) & y_2(a) & y_3(a) & y(a) \\ y_1'(a) & y_2'(a) & y_3'(a) & y'(a) \\ y_1(b) & y_2(b) & y_3(b) & y(b) \\ y_1'(b) & y_2'(b) & y_3'(b) & y'(b) \end{vmatrix} = 0$$

3). Пусть ЛОНДУ имеет четыре линейно независимых решения y_1, y_2, y_3, y_4; тогда оно может быть записано так

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y \\ y_1' & y_2' & y' \\ y_1'' & y_2'' & y'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_1(a) & y_2(a) & y_3(a) & y_4(a) & y(a) \\ y_1'(a) & y_2'(a) & y_3'(a) & y_4'(a) & y'(a) \\ y_1(b) & y_2(b) & y_3(b) & y_4(b) & y(b) \\ y_1'(b) & y_2'(b) & y_3'(b) & y_4'(b) & y'(b) \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y \end{vmatrix} = 0$$

4). Пусть ЛОНДУ имеет пять линейно независимых решения y_1, y_2, y_3, y_4, y_5; тогда оно может быть представлено в виде

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y \\ y_1' & y_2' & y' \\ y_1'' & y_2'' & y'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_1(a) & y_2(a) & y_3(a) & y_4(a) & y_5(a) & y(a) \\ y_1'(a) & y_2'(a) & y_3'(a) & y_4'(a) & y_5'(a) & y'(a) \\ y_1(b) & y_2(b) & y_3(b) & y_4(b) & y_5(b) & y(b) \\ y_1'(b) & y_2'(b) & y_3'(b) & y_4'(b) & y_5'(b) & y'(b) \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y \\ y_1' & y_2' & y_3' & y_4' & y_5' & y' \end{vmatrix} = 0$$

5). Пусть ЛОНДУ имеет шесть линейно независимых решения $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$; тогда оно может быть записано в виде

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y \\ y_1' & y_2' & y' \\ y_1'' & y_2'' & y'' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} y_1(a) & y_2(a) & y_3(a) & y_4(a) & y_5(a) & y_6(a) & y(a) \\ y_1'(a) & y_2'(a) & y_3'(a) & y_4'(a) & y_5'(a) & y_6'(a) & y'(a) \\ y_1(b) & y_2(b) & y_3(b) & y_4(b) & y_5(b) & y_6(b) & y(b) \\ y_1'(b) & y_2'(b) & y_3'(b) & y_4'(b) & y_5'(b) & y_6'(b) & y'(b) \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 & y \\ y_1' & y_2' & y_3' & y_4' & y_5' & y_6' & y' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' & y_4'' & y_5'' & y_6'' & y'' \end{vmatrix} = 0$$