чальные показатели незашифрованного сообщения, поскольку из знания последних будет возможно найти уязвимость, которая существенно влияет на защиту информации.

Список использованных источников:

1. Липницкий, В. А. Современная прикладная алгебра. Математические основы защиты информации от помех и несанкционированного доступа: учеб.-метод. Пособие / В. А. Липницкий. – Минск: БГУИР, 2006.-87 с.

УДК 378.147:51

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ СТЕРЖНЯ ПРИ ЕГО ВРАЩЕНИИ

Н. Н. Сендер, Д. В. Честный

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест

Рассмотрим так называемый момент инерции. Это понятие появляется при рассмотрении вращательного движения стержня. Пусть стержень вращается вокруг оси, перпендикулярной к плоскости чертежа и проходящей через начало координат. При таком вращении каждая точка стержня описывает окружность, радиус которой равен абсциссе данной точки x в начальном (горизонтальном) положении стержня (рисунок 1). Обозначим ω угловую скорость вращения, выраженную в рад/с. Это значит, что за время dt ось x поворачивается на угол $d\varphi = \omega dt$. Длина дуги, которую проходит произвольно выбранная точка с абсциссой x, равна

$$dl = xd\varphi = x\omega dt;$$

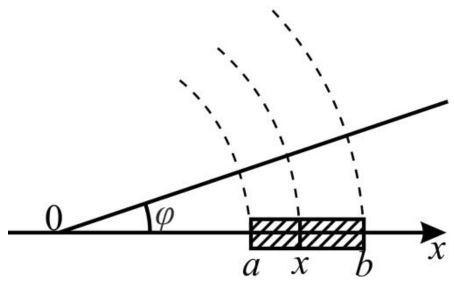

Рисунок 1

следовательно, линейная скорость движения каждой точки окружности равна

$$v(x) = \frac{dl}{dt} = \omega x.$$

Найдем кинетическую энергию вращательного движения всего стержня. Элемент массы dm, находящийся на расстоянии x от начала координат (в отрезке dx от x до $x + dx$), имеет кинетическую энергию

$$\frac{v^2}{2}dm = \frac{\omega^2 x^2}{2}dm = \frac{\omega^2 x^2}{2}\rho(x)dx.$$

Следовательно, кинетическая энергия всего стержня равна

$$E = \frac{\omega^2}{2}\int_a^b x^2 \rho(x)dx.$$

Интеграл в последней формуле носит название момента инерции стержня относительно оси, проходящей через начало, и обозначается I:

$$I = \int_a^b x^2 \rho(x) dx.$$

Таким образом,

$$E = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия вращения выражается через момент инерции и угловую скорость совершенно так же, как кинетическая энергия поступательного движения выражается через массу и линейную скорость:

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Обратимся к вычислению I. Для стержня, центр тяжести которого находится в начале координат, момент инерции принимает значение I_0:

$$I_0 = \int_a^{b_0} x^2 \rho_0(x) dx. \tag{1}$$

Заметим, что величина I_0 положительная, так как положительна подынтегральная функция в (1).

Определим момент инерции стержня для случая, когда его центр тяжести находится на расстоянии l справа от начала координат, так что $x_{c_1} = l$. В этом случае:

$$a = a_0 + l,\ b = b_0 + l,\ \rho(x) = \rho_0(x - l),$$

$$I = \int_a^b x^2 \rho(x) dx.$$

Положим $z = x - l$, тогда $x = z + l$, $dx = dz$. При изменении x от a до b величина z изменяется от a_0 до b_0. Поэтому

$$I = \int_{a_0}^{b_0} (z + l)^2 \rho_0(z) dz = l^2 \int_{a_0}^{b_0} z\rho_0(z) dz + 2l \int_{a_0}^{b_0} z\rho_0(z) dz + \int_{a_0}^{b_0} z^2 \rho_0(z) dz. \tag{2}$$

Заметим, что $\int_{a_0}^{b_0} \rho_0(z) dz = m$, а второй интеграл справа в (2) равен нулю по формуле $\int_{a_0}^{b_0} x\rho_0(x) dx = 0,$ наконец, третий интеграл есть I_0 согласно (1).

Таким образом, формула (2) принимает вид

$$I = ml^2 + I_0. \tag{3}$$

Величина ml^2 есть, очевидно, момент инерции точечной массы, находящейся на расстоянии l от оси вращения (от начала координат). Таким образом, момент инерции стержня относительно вращения вокруг произвольной оси, перпендикулярной к стержню, равен сумме момента инерции стержня относительно вращения вокруг центра тяжести и момента инерции массы, равной массе стержня, находящейся на расстоянии от оси, равном расстоянию центра тяжести стержня от оси.

Наглядно можно представить себе стержень, закрепленный в центре тяжести на шарнире. Тогда вращение оси может не сопровождаться вращением самого стержня, возможно движение, последовательные стадии которого показаны на рисунке 2.

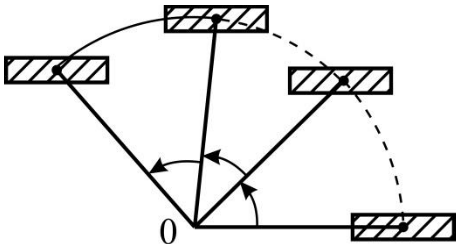

Рисунок 2

Кинетическая энергия такого движения равна $E' = (1/2)mv_{C_1}^2$, где v_{C_1} – скорость центра тяжести стержня. Но $v_{C_1} = \omega l$, так что $E' = \dfrac{\omega^2}{2} ml^2$.

Движение, которое мы рассматривали раньше (рисунок 1), отличается от рисунка 2 тем, что там сам стержень также вращается с угловой скоростью ω вокруг своего центра тяжести. Поэтому кинетическая энергия вращения рисунок 1 оказывается равной сумме энергии вращения по типу рисунок 2 и энергии вращения вокруг центра тяжести, равной $I_0 \dfrac{w^2}{2}$.

Из вывода формулы видно, что такое простое сложение энергий при сложении двух движений получается только тогда, когда рассматривается движение центра тяжести; только в этом случае получается равенство нулю интеграла $\int\limits_{a_0}^{b_0} x\rho_0(x)dx = 0.$

УДК 517.95

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ ГРИНА ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Т. А. Яцук
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест
Научный руководитель: А. И. Басик, канд. физ.-мат. наук, доцент

Пусть $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ – неограниченная область, границей которой является гладкая поверхность $\partial\Omega$. Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Лапласа