

$$\left\langle P\left(\frac{1}{x}\right), \varphi \right\rangle = \int \frac{1}{x} \varphi(x) dx,$$

в котором интеграл понимается в смысле главного значения по Коши [2]. Однако распределение  $U$  нельзя подставить в уравнение (1), так как не определено произведение обобщенных функций. Необходимо уточнить, что можно считать обобщенным решением уравнения (1).

Обобщенным решением задачи Коши (1) – (2) будем называть обобщенную функцию  $U$ , если существует семейство  $u_\varepsilon(x)$  гладких решений уравнения (1), сходящихся при  $\varepsilon \rightarrow 0$  к функции  $U$  в смысле сходимости в пространстве

$$D'(\square), \text{ и при этом } u_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}, \quad u'_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}.$$

$$u_\varepsilon(x) = \frac{1}{\gamma(x \pm i\varepsilon)}$$

**Теорема.** Существуют два семейства  $u_\varepsilon(x)$  гладких решений уравнения (1), которые при  $\varepsilon \rightarrow 0$  сходятся в пространстве распределений, и при

$$u_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}, \quad u'_\varepsilon(-1) \rightarrow -\frac{1}{\gamma}.$$

Их пределы

$$\frac{1}{\gamma} \left[ P\left(\frac{1}{x}\right) \mp i\pi\delta \right]$$

являются обобщенными решениями задачи Коши (1) – (2).

#### Список литературы

1. Грицук, Е. В. Исследование обобщенной иерархии уравнения Риккати на свойство Пенлеве / Е. В. Грицук, Е. В. Кузьмина // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. – Брест, 2017. – № 2 : Физика. Математика. Информатика. – С. 64–72.
2. Владимиров, В. С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979.

УДК 519.6

### MODIFICATION OF THE LEVERIER METHOD - FADDEEV'S METHOD FOR FINDING THE EIGENVALUES OF THE MATRIX

Матысик К.О.,

Минский государственный лингвистический университет, Минск

Научный руководитель: Матысик О. В.,

кандидат физико-математических наук, доцент

This modification of the Leverier method allows not only calculating the coefficients of the eigenpolynomial of the matrix, but also makes it possible to effectively find the inverse of the given matrix, and can also be used to obtain the eigenvectors of the original matrix.

Proposed instead of a sequence of matrices  $A, A^2, \dots, A^n$  find another matrix sequence  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , constructed as follows:

$$A_1 = A, \operatorname{tr} A_1 = q_1, B_1 = A_1 - q_1 E, A_2 = AB_1, \frac{\operatorname{tr} A_2}{2} = q_2, B_2 = A_2 - q_2 E, \dots,$$

$$A_n = AB_{n-1}, \frac{\text{tr}A_n}{n} = q_n, B_n = A_n - q_n E. \quad (1)$$

Moreover, the following statements are true:

- 1)  $q_i = p_i, i = \overline{1, n}$  – i.e. these are the coefficients  $P_A(\lambda)$ ,
- 2)  $B_n = 0$ ,

$$A^{-1} = \frac{B_{n-1}}{q_n}.$$

- 3) if  $A$  – nondegenerate, then

To find the eigenvectors of the matrix  $A$ , intermediate results of computations are used when constructing the eigenpolynomial of the matrix  $A$ .

Consider the matrix  $Q(\lambda) = \lambda^{n-1}E + \lambda^{n-2}B_1 + \dots + \lambda B_{n-2} + B_{n-1}$ . Let us prove that if all the eigenvalues  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  of the original matrix  $A$  are different, then the matrices  $Q(\lambda_i) (i = \overline{1, n})$  – nonzero and any nonzero matrix column  $Q(\lambda_i)$  can be taken as an eigenvector of the matrix  $A$  corresponding to the eigenvalue  $\lambda_i$ .

Indeed

$$\begin{aligned} (\lambda_i E - A)Q(\lambda_i) &= (\lambda_i E - A)(\lambda_i^{n-1}E + \lambda_i^{n-2}B_1 + \dots + \\ &+ \lambda_i B_{n-2} + B_{n-1}) = \lambda_i^n E + \lambda_i^{n-1}(B_1 - A) + \dots + \\ &+ \lambda_i(B_{n-1} - AB_{n-2}) - AB_{n-1} = (\lambda_i^n - p_1 \lambda_i^{n-1} - \dots - p_n)E = 0, \end{aligned}$$

since it follows from (1) that  $B_k - AB_{k-1} = -p_k E (k = \overline{1, n})$ ,  $\lambda_i$  – there is root of a proper polynomial. From here  $(\lambda_i E - A)Q(\lambda_i) = 0$ , means,  $(\lambda_i E - A)\bar{x} = \bar{0}$  or  $A\bar{x} = \lambda_i \bar{x}$ , where  $\bar{x}$  – native matrix column  $Q(\lambda_i)$ .

When finding the eigenvectors of the matrix  $A$  in this way, it is not necessary to construct the entire matrix  $Q(\lambda_i)$ , but enough for everyone  $\lambda_i (i = \overline{1, n})$  confine oneself to calculating only one of its columns.

In the case of multiple eigenvalues, the problem of finding the eigenvectors becomes more complicated: along with the matrix  $Q(\lambda)$  we will have to involve the matrices obtained by differentiating it with respect to  $\lambda$ .

УДК 517.95

## О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ФАКТОРИЗАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

М. Г. Ногац

*Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест  
Научный руководитель: А. И. Басик, кандидат физ.-мат. наук, доцент*

Одной из основных задач изучаемых студентами в курсах «Уравнения математической физики» и «Уравнения с частными производными», является задача Коши для уравнения второго порядка гиперболического типа на плоскости. Традиционно, при построении решения задачи Коши, как на лекционных,