В случае, если $I_0 \neq 0,$ имеется определенное положение точки подвеса, при котором частота колебаний максимальна. Так как положение точки подвеса характеризуется величиной l, то для отыскания интересующего нас положения решим уравнение $\frac{d\omega}{dl} = 0.$ Это дает

$$mg\left(ml^2 + I_0\right) - mgl \cdot 2ml = 0,$$

откуда получаем $l_{\max} = \sqrt{\frac{I_0}{m}}.$ Для стержня длины L с равномерно распределенной массой $I_0 = \frac{mL^2}{12}$, поэтому $l_{\max} = \frac{L}{\sqrt{12}} \approx 0,3L.$

УДК 517.9

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Е. В. Кузьмина
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест
Научный руководитель: А. Б. Антоневич, доктор физ.-мат. наук, профессор

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$u'' + \gamma^2 u^3 + 3\gamma u u' = 0, \tag{1}$$

$$u(-1) = u'(-1) = -\frac{1}{\gamma}. \tag{2}$$

Уравнение (1) является при $n = 2$ уравнением обобщенной иерархии Риккати [1], записанной в виде

$$D_R^n u = 0,\ n = 1, 2, 3, ...,$$

где оператор D_R имеет вид

$$D_R = \frac{d}{dx} + \gamma u,\ \gamma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Очевидно, что функция $u(x) = \frac{1}{\gamma x}$ является решением задачи Коши для уравнения (1) с условиями (2). Нас интересует уравнение (1) с точки зрения теории обобщенных функций. Функция $\frac{1}{\gamma x}$ не задает обобщенную функцию, но ей соответствует однопараметрическое семейство обобщенных функций вида

$$U = \frac{1}{\gamma}\left(P\left(\frac{1}{x}\right) + M\delta\right),$$

где M – произвольная постоянная, δ – дельта-функция Дирака, $P\left(\frac{1}{x}\right)$ – обобщенная функция, заданная выражением

$$\left\langle P\left(\frac{1}{x}\right), \varphi\right\rangle = \int \frac{1}{x}\varphi(x)dx,$$

в котором интеграл понимается в смысле главного значении по Коши [2]. Однако распределение U нельзя подставить в уравнение (1), так как не определено произведение обобщенных функций. Необходимо уточнить, что можно считать обобщенным решением уравнения (1).

Обобщенным решением задачи Коши (1) – (2) будем называть обобщенную функцию U, если существует семейство $u_\varepsilon(x)$ гладких решений уравнения (1), сходящихся при $\varepsilon \to 0$ к функции U в смысле сходимости в пространстве $D'(\mathbb{R})$, и при этом $u_\varepsilon(-1) \to -\frac{1}{\gamma}$, $u'_\varepsilon(-1) \to -\frac{1}{\gamma}$.

Теорема. *Существуют два семейства* $u_\varepsilon(x) = \dfrac{1}{\gamma(x \pm i\varepsilon)}$ *гладких решений уравнения* (1), *которые при* $\varepsilon \to 0$ *сходятся в пространстве распределений, и при этом* $u_\varepsilon(-1) \to -\frac{1}{\gamma}$, $u'_\varepsilon(-1) \to -\frac{1}{\gamma}$. *Их пределы*

$$\frac{1}{\gamma}\left[P\left(\frac{1}{x}\right) \mp i\pi\delta\right]$$

являются обобщенными решениями задачи Коши (1) – (2).

Список литературы

1. Грицук, Е. В. Исследование обобщенной иерархии уравнения Риккати на свойство Пенлеве / Е. В. Грицук, Е. В. Кузьмина // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. − Брест, 2017. − № 2 : Физика. Математика. Информатика. − С. 64−72.
2. Владимиров, В. С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979.

УДК 519.6

MODIFICATION OF THE LEVERIER METHOD - FADDEEV'S METHOD FOR FINDING THE EIGENVALUES OF THE MATRIX

Матысик К.О.,
Минский государственный лингвистический университет, Минск
Научный руководитель: Матысик О. В.,
кандидат физико-математических наук, доцент

This modification of the Leverier method allows not only calculating the coefficients of the eigenpolynomial of the matrix, but also makes it possible to effectively find the inverse of the given matrix, and can also be used to obtain the eigenvectors of the original matrix.

Proposed instead of a sequence of matrices $A, A^2, \ldots, A^n$ find another matrix sequence $A_1, A_2, \ldots, A_n$, constructed as follows:

$$A_1 = A, trA_1 = q_1, B_1 = A_1 - q_1E, A_2 = AB_1, \frac{trA_2}{2} = q_2, B_2 = A_2 - q_2E, \ldots,$$