

шее число абелевых π -факторов, среди всех таких субнормальных рядов (1) группы G называется производной π -длиной π -разрешимой группы и обозначается через $l_{\pi}^a(G)$. Данное понятие в 2003 году предложил В.С. Монахов [3]. Ясно, что в случае, когда группа G разрешима, то значение производной π -длины $\pi = \pi(G)$, значение $l_{\pi}^a(G)$ совпадает со значением нильпотентной длины группы G .

Справедливо следующее утверждение

Теорема. Пусть G – π -разрешимая группа. Тогда
$$2(l_{\pi}(G) - d(G_{\pi})) \leq l_{\pi}^a(G) \leq l_{\pi}(G) \cdot d(G_{\pi}).$$

Список литературы

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск: Вышэйшая школа, 2006. – 207 с.
2. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert // Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967.
3. Монахов, В. С. Конечные группы с полунормальной холловой под-группой / В.С. Монахов // Математические заметки. – 2006. – Т. 80, № 4. – С. 573–581.

УДК 378.147:51

РАЗРЯД ЕМКОСТИ ЧЕРЕЗ СОПРОТИВЛЕНИЕ

И. А. Дордюк, Н. Н. Сендер

Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, Брест,

Рассмотрим процесс, происходящий в цепи из емкости C и сопротивления R (рисунок 1). Потенциал точки A обозначим φ (противоположная пластина пусть заземлена). Вначале пусть $\varphi = \varphi_0$. Соответствующее количество электричества на пластине A , $q_A = C_{\varphi_0}$.

Можно ли говорить о токе, идущем через емкость? В конденсаторе две пластины разделены изолятором, так что в действительности электрон не может пройти через емкость, т. е. попасть из A и B . Однако если на пластину A попадает положительный заряд, то пластина B заряжается отрицательно, так что с пластины B по проводу уходит положительный заряд. Два амперметра A_1 и A_2 , один из которых измеряет силу тока в проводе, присоединенном к пластине A , другой – в проводе, присоединенном к пластине B , дают одинаковые показания. Что именно, положительные заряды или электроны, проходят в различных частях электрической цепи, нас не интересует, так же как не интересует, пройдут ли через A_2 те же самые электроны, которые ранее прошли через A_1 , или другие. Поэтому везде в дальнейшем будем говорить просто о токе, идущем через конденсатор, имея при этом в виду ток, проходящий по проводам, присоединенным к пластинам конденсатора. В электрической цепи о токе, идущем через конденсатор, можно говорить так же, как о токе через сопротивление или индуктивность; отличие заключается в другом виде связи между током и разно-

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t Idt \quad \text{и} \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{C} I.$$

стью потенциалов, что выражено формулами замыкания рубильника P (рисунок 1) по сопротивлению R пойдет ток $I = \frac{1}{R} \varphi_R$.

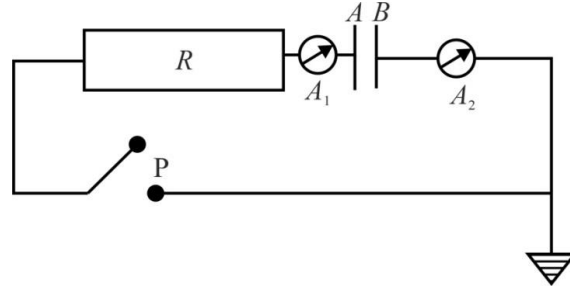


Рисунок 1

По формуле $\varphi_C + \varphi_R + \varphi_L + \varphi_\varepsilon = 0$, $\varphi + \varphi_R = 0$, откуда $\varphi_R = -\varphi$, поэтому

$$I = -\frac{1}{R} \varphi. \quad (1)$$

Так как положительным мы называем ток, текущий слева направо, то при $\varphi > 0$, как видно из формулы (1), ток отрицателен, течет справа налево, конден-

сатор разряжается. Вспоминая, что $I = \frac{dq}{dt}$ (ток через конденсатор), а $q = C_\varphi$ находим

$$I = C \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), находим

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{RC} \varphi. \quad (3)$$

Если при $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$, то

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-t/(RC)}. \quad (4)$$

Отсюда $I(t) = -\frac{\varphi_0}{R} e^{-t/(RC)}$. Из формулы (3) видно, что величина RC имеет размерность времени. Проверим это:

$[R] = \text{Ом} = \text{вольт} / \text{ампер} = \text{вольт} \cdot \text{секунда} / \text{кулон}$; $[C] = \text{кулон} / \text{вольт}$.

Отсюда $[RC] = \text{вольт} \cdot \text{секунда} / \text{кулон} \cdot \text{кулон} / \text{вольт} = \text{секунда}$.

За время $t = RC$ заряд конденсатора q , а также сила тока I уменьшаются в e раз. Процесс разряда конденсатора легко проследить на опыте. Пусть $C = 20 \text{ мкФ} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ и сопротивления $R = 20 \text{ МОм} = 20 \times 10^6 \text{ Ом}$. Для схемы с такими R и C получим $RC = 400 \text{ с}$, очень удобное для наблюдения время. Величина RC называется *постоянной времени* контура, состоящего из емкости и сопротивления. Рассмотрим задачу зарядки емкости через сопротивление. Схема показана на рисунке 2. Если рубильник P замкнут, то согласно $\varphi_C + \varphi_R + \varphi_L + \varphi_\varepsilon = 0$, $\varphi_\varepsilon + \varphi_R + \varphi = 0$, где φ – потенциал незаземленной пласти-

ны конденсатора. Так как $\varphi_\varepsilon = -\varepsilon_0$, $\varphi_R = RI$, то $-\varepsilon_0 + RI + \varphi_0 = 0$. Ток равен $I = \frac{dq}{dt} = C \frac{d\varphi}{dt}$, поэтому $-\varepsilon_0 + RC \frac{d\varphi}{dt} + \varphi = 0$,

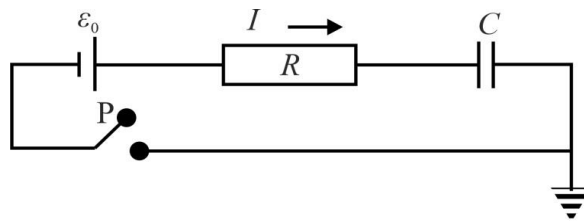


Рисунок 2

или

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{RC}(\varphi - \varepsilon_0). \quad (5)$$

Для того чтобы найти, как меняется φ с течением времени, удобно ввести новую переменную z по формуле $z = \varphi - \varepsilon_0$; тогда $dz = d\varphi$. Уравнение (5) пере-

писется в виде $\frac{dz}{dt} = -\frac{z}{RC}$.

Его решение есть

$$z = z_0 e^{-t/(RC)}, \quad (6)$$

где z_0 – значение z в начальный момент времени.

Найдем решение для случая, когда в начальный момент времени конденсатор не заряжен, при $t=0$ $\varphi=0$. Тогда $z_0 = -\varepsilon_0$. Из (6) получаем $z = -\varepsilon_0 e^{-t/(RC)}$, $\varphi = z + \varepsilon_0 = -\varepsilon_0 e^{-t/(RC)} + \varepsilon_0 = \varepsilon_0(1 - e^{-t/(RC)})$. (7)

График зависимости φ от t изображен на рисунке 3. Кривая соответствует формуле (7), пунктирная горизонтальная прямая представляет собой то значение $\varphi = \varepsilon_0$, к которому с течением времени приближается решение.

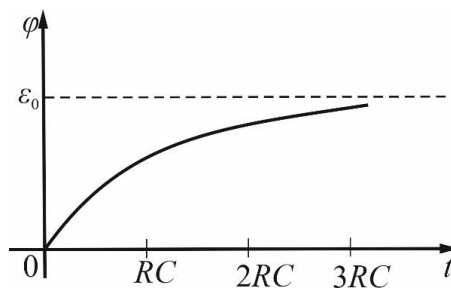


Рисунок 3

Величина z имеет геометрический смысл расстояния по вертикали от кривой до пунктирной линии. Это расстояние с течением времени убывает по показательному закону. За время, равное RC , заряд конденсатора достигает 63% своего конечного значения, за время $2RC$ – 86% и за время $3RC$ – 95% конечного значения. Из формул (4) и (7) видно, что разрядка и зарядка конденсатора происходят тем быстрее, чем меньше сопротивление R .