

**О КОМПОНЕНТАХ ГОМОТОПИЧЕСКОЙ СВЯЗНОСТИ
ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПО ДУГЛИСУ-НИРЕНБЕРГУ
СИСТЕМ В $\mathbf{R}^n (n \geq 3)$**

*А. И. Басик, Е. В. Грицук, Т. А. Яцук,
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина, г. Брест*

Рассмотрим множество систем двух дифференциальных уравнений с частными производными в пространстве $\mathbf{R}^n (n \geq 3)$ вида

$$\begin{cases} a_0 u + \sum_{j=1}^n b_j \frac{\partial v}{\partial x_j} = 0, \\ \sum_{k=1}^n c_k \frac{\partial u}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} \frac{\partial^2 v}{\partial x_k \partial x_j} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $a_0, b_j, c_k, d_{kj} \in \mathbf{R} (j, k = 1, \dots, n)$ – постоянные числа, $u, v: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ – искомые функции. Будем предполагать, что (1) является эллиптической по Дуглису-Ниренбергу системой [1]. Это означает, что характеристическая матрица (главная часть) системы (1) имеет вид

$$L(\xi) = \begin{bmatrix} a_0 & \sum_{j=1}^n b_j \xi_j \\ \sum_{k=1}^n c_k \xi_k & \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n d_{kj} \xi_k \xi_j \end{bmatrix},$$

т. к. существует набор чисел $s_1 = -1, s_2 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2$, для которого выполняются неравенства

$$\deg l_{kj}(\xi) \leq s_k + t_j,$$

и для любого ненулевого вектора $\xi \in \mathbf{R}^n$ выполняется неравенство

$$\det L(\xi) \neq 0. \quad (2)$$

Напомним, что две эллиптические системы вида (1) называются гомотопными, если существует непрерывная деформация коэффициентов одной системы в другую в рассматриваемом классе систем, не нарушающая условия эллиптичности (2).

Проблема гомотопической классификации множеств эллиптических систем была сформулирована в совместном докладе И. М. Гельфанда, И. Г. Петровского и Г. Е. Шилова на III Всесоюзном Математическом Съезде [2] и состоит в определении числа компонент гомотопической связности, указании представителей этих компонент и установлении гомотопических инвариантов. Большинство известных результатов по этой теме получены для однородных эллиптических систем. Однако гомотопическая классификация проводилась и для некоторых классов эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем. Отметим здесь некоторые результаты. В. И. Шевченко провел гомотопическую классификацию множества эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем двух уравнений с двумя переменными, а также классификацию систем двух уравне-

ний в \mathbf{R}^n с минимальным порядком дифференцирования, не меньшим 2 [3]. Гомотопическая классификация эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем $p > 2$ уравнений проведена в совместной работе В. И. Шевченко и его ученика Ле Хыу Зиена [4].

В настоящей работе проводится гомотопическая классификация систем вида (1) с положительным характеристическим определителем $\det L(\xi) > 0$. Множество всех таких систем обозначим через \mathfrak{S} ; \mathfrak{S}_+ – подмножество \mathfrak{S} эллиптических систем вида (1) для которых выполняется неравенство $a_0 > 0$; \mathfrak{S}_- – подмножество \mathfrak{S} эллиптических систем вида (1) для которых выполняется неравенство $a_0 < 0$.

Теорема. *Множество \mathfrak{S} эллиптических по Дуглису-Ниренбергу систем (1) с положительным характеристическим определителем имеет две компоненты гомотопической связности \mathfrak{S}_+ и \mathfrak{S}_- . Произвольная система из \mathfrak{S}_+ гомотопна системе*

$$\begin{cases} u = 0, \\ \Delta v = 0, \end{cases}$$

а из \mathfrak{S}_- – системе

$$\begin{cases} -u = 0, \\ -\Delta v = 0, \end{cases}$$

где Δ – оператор Лапласа в \mathbf{R}^n .

Список литературы

1. Волевич, Л. Р. Разрешимость краевых задач для общих эллиптических систем. / Л. Р. Волевич. // Матем. сб. – 1965. – Т. 68(110), № 3. – С. 373–416.
2. Гельфанд, И. М. Теория систем дифференциальных уравнений с частными производными / И. М. Гельфанд, И. Г. Петровский, Г. Е. Шилов // Труды III Всесоюзного математического съезда. – М.: Изд-во АН СССР. – 1958. – Т. 3. – С. 65–72.
3. Шевченко, В. И. О гомотопической классификации систем, эллиптических по Дуглису-Ниренбергу / В. И. Шевченко // Докл. Акад. наук СССР. – 1975. – Т. 225, № 6. – С. 1275–1277.
4. Ле Хыу Зиен. Гомотопическая классификация систем на плоскости, эллиптических по Дуглису-Ниренбергу / Ле Хыу Зиен, В. И. Шевченко // Докл. Акад. наук СССР. – 1979. – Т. 244, № 4. – С. 824–827.

УДК 519.6+517.983

ПРАВИЛО ОСТАНОВА В ПРОЦЕССЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ ЯВНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Будик А.А.,

Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, Брест

Научный руководитель: Матысик О.В.,

кандидат физико-математических наук, доцент

В гильбертовом пространстве H решается уравнение I рода $Ax = y$ с положительным ограниченным самосопряжённым оператором A , для которого нуль