

К РАСЧЕТУ ДЕФОРМАЦИЙ УСАДКИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ

ВВЕДЕНИЕ

Усадка, сопровождающая твердение всех цементных систем, всегда являлась предметом повышенного внимания. Однако, несмотря на огромный практический интерес в решении этой проблемы, а также большое количество экспериментальных и теоретических исследований, проводимых в данном направлении, единственно верного решения, имеющего достойные практические результаты и единодушно поддерживаемого большинством исследователей усадки бетона, пока не существует.

На сегодняшний день сложены довольно ясные представления о явлениях и процессах, сопровождающих твердение цементного камня, так или иначе приводящих к его усадке, но предлагаемые разными авторами способы оценки и прогнозирования усадочных деформаций, а также экспериментальные меры по борьбе с усадкой по-прежнему остаются объектом дискуссий.

Очевидно причина возникающих противоречий состоит в том, что предлагаемые решения рождаются из узкоспециализированных воззрений. Одними авторами усадка рассматривается исключительно с точки зрения капиллярных явлений и массопереноса [7-9], другие больше внимания уделяют молекулярной контракции [3,4], третьи – физической усадке геля [2]. Существует и другая крайность, когда расчеты, являясь универсальными для многих материалов со схожим строением структуры, претендуют на применение к бетонам с принятием непозволительных допущений. Так, многие исследователи решают задачу усадки бетона как материала с окончательно сформировавшейся на определенном этапе капиллярно-пористой структурой, упуская из виду возможность ее последующего развития, приводящего к кардинальным изменениям базовых расчетных параметров.

В настоящей работе предлагается рассмотреть метод прогнозирования пористости и расчета собственных деформаций структуры цементного камня с учетом его гидратационного развития, то есть изменения фазового состава и параметров поровой структуры.

ОБЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МЕХАНИЗМАХ УСАДКИ

В зависимости от природы явлений, приводящих к усадке цементных систем, различают следующие виды усадочных деформаций:

- химическая усадка – уменьшение объема продуктов гидратации (молекулярная контракция);
- физико-химическая усадка цементного геля – уплотнение коагуляционной структуры вследствие процессов, свойственных коллоидным системам;
- физическая или капиллярная усадка цементного камня – уменьшение объема пор и капилляров при удалении из них воды, расходуемой на гидратацию (аутогенная усадка) и на испарение (воздушная усадка).

Необходимость акцентировать внимание на разнообразии механизмов усадочных процессов связана с тем, что на разных этапах развития структуры перечисленные виды деформаций проявляются с различной интенсивностью, в разной степени подвержены влиянию определенных факторов и, соответственно своему вкладу в общие деформации системы, в данный момент времени могут быть учтены при расчете либо проигнорированы.

Следует обратить внимание на то, что отечественная терминология, касающаяся усадочных явлений цементного камня, не имеет пока точных, однозначных определений, применяемых для классификации видов усадки. Поэтому, во избежание возможных разночтений таких терминов как «контракция», «химическая», «аутогенная» усадка, поясним подробнее, что именно в настоящей работе подразумевается под каждым из них.

Химическая усадка обусловлена тем, что объем продуктов гидратации, образующихся в процессе твердения цементной пасты, меньше суммы объемов исходных веществ (воды и цемента).

В честь французского исследователя, впервые обратившего внимание на это явление, химическую усадку иначе называют «усадкой Ле-Шателье». Другое название химической усадки – «молекулярная контракция», – более распространенное в отечественной литературе [3,4], не менее точно отражает суть рассматриваемых явлений, поэтому далее оно будет употребляемо наравне с понятием «химическая усадка». Величина химической усадки (молекулярной контракции) зависит от вида и

количества образующихся продуктов гидратации. Соответственно основными исходными параметрами для ее расчета являются химический состав цемента и степень его гидратации.

До начала схватывания параллельно с химической усадкой, развивающейся без ограничения, происходит коагуляционное уплотнение цементного геля. С момента образования жесткого кристаллического каркаса объемные изменения, вызванные химическими реакциями и коллоидными процессами, перестают совпадать с величиной измеренных внешних деформаций, поскольку жесткость каркаса оказывает сопротивление уменьшению объема системы (рис.1). Деформации, измеренные после начала схватывания при твердении цементного камня в изолированных условиях, называют *аутогенной усадкой*. Несмотря на то, что главной движущей силой аутогенной усадки является продолжающаяся гидратация, в основе механизма развития этого вида деформаций лежат капиллярные явления.

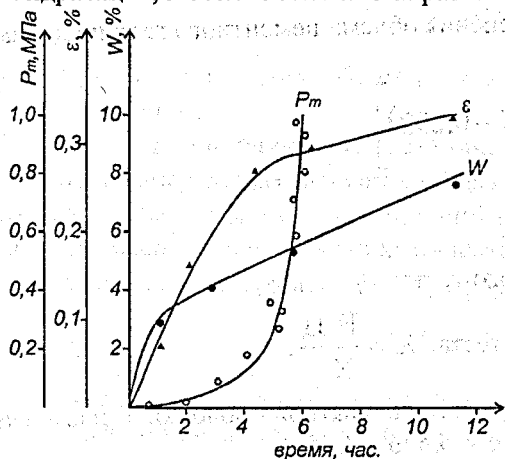


Рисунок 1 – Кинетика химического связывания воды W , набора пластической прочности P_m и развития деформаций усадки ϵ в образцах цементно-песчаного раствора состава 1:3 [1].

«...Наиболее интенсивное развитие деформаций усадки наблюдалось в течение первых 6-7 часов, после чего деформации резко замедлялись. В этот момент отмечалось быстрое нарастание пластической прочности» [1].

К моменту схватывания в структуре цементного теста формируется начальная пористость, характер которой определяется наличием свободной воды. Поры, первоначально заполненные водой (за исключением пор, образованных вовлеченным воздухом), обезвоживаются в процессе гидратации и перехода воды в твердую фазу. В капиллярах появляются мениски и далее величина усадки цементного камня определяется уже не столько молекулярной контракцией, сколько капиллярными явлениями, а также жесткостью структуры. Таким образом, аутогенная усадка представляет собой результат комплекса как химических, так и капиллярных явлений, и даже в большей степени – капиллярных, так как после схватывания уменьшение объема продуктов гидратации не имеет более внешнего проявления вследствие приобретенной жесткости структуры, но приводит к постепенному обезвоживанию пор (отсюда и другое название аутогенной усадки – самовысушивание или самодиссикация).

В связи с этим расчетные зависимости для определения деформаций аутогенной усадки базируются на теории капиллярных явлений и массопереноса с модельным представлением пор в виде капилляров правильной цилиндрической формы при отсутствии контакта и массобмена с окружающей средой.

Каким же остается вклад химической усадки в общие деформации схватившейся, жесткой структуры цементного камня? Хорошо известно, что с возрастом объем порового пространства уменьшается. Поры, начиная от крупных и заканчивая более мелкими, заполняются продуктами реакций: гелем С-S-H, более крупными кристаллогидратами и т.д. Очевидно, что если упомянутые новообразования не встраиваются в кристаллический сросток цементного камня, а откладываются в порах, их молекулярная контракция на внешней деформации сростка не отразится. Это относится и к продолжающейся гидратации непрореагировавших цементных зерен, встроенных в кристаллический сросток цементного камня. Установлено, что в случае их полной гидратации в структуре остаются сферические пустоты, что аналогичным образом свидетельствует о пассивной роли этих структурных единиц в химической усадке кристаллического сростка.

Отсюда следует, что в силу незначительного прямого вклада во внешние деформации усадки, молекулярная контракция вполне может быть проигнорирована при анализе общих усадочных деформаций затвердевшей структуры. Но в расчетах «дефицит объема», возникающий вследствие химических реакций, приращение объема твердых фаз и кинетику расхода воды на гидратацию необходимо учитывать как факторы, определяющие изменение пористости и связанные с этим капиллярные явления.

В обиходе химическая и аутогенная усадка часто отождествляются с одним понятием – «контракция». Анализ исследований, по большей части благодаря которым упомянутый термин вошел в

наш лексикон, показывает, что проведение подобной аналогии несколько некорректно. Автором работ [2] явление контракции подробно изучалось главным образом с позиций формирования коллоидных структур, то есть, применительно к физике цементного геля. Согласно [2], «...контракция вызывается сжатием диффузных слоев вследствие перекрытия двойных электрических слоев, появления сил притяжения, вызывающих сближение и слипание частиц... Это явление возникает через 10-15 минут после затворения цемента водой и достигает своего максимума в стадии завершения коагуляционного структурообразования, а затем экспоненциально убывает в процессе формирования и упрочнения кристаллогидратной структуры цементного камня... Максимальная контракция объема цементного геля проявляется перед началом индукционного периода и к его окончанию объемные изменения практически завершаются».

Аналитическое выражение контракционного изменения объема цементного геля по данным [2] выглядит следующим образом:

$$V_r = \Pi \cdot \left[\frac{1}{\rho_{и}} + K_{нр} (X - 0,292) \right], \quad (1)$$

где V_r – контракционный объем цементного геля;

$\rho_{и}$ – приведенная плотность цемента;

$K_{нр}$ – коэффициент нормальной густоты цементного теста;

X – относительное водосодержание цементного теста, $X = \frac{B/\Pi}{K_{нр}}$.

Формула (1) учитывает изменение толщины и плотности сольватной оболочки, а также влияние общего содержания жидкой фазы в цементном геле для $X = (0,876 \dots 1,65)$.

Как видно, контракция в работах [2] подразумевает стяжение объема цементной системы в пластично-вязком состоянии вследствие физического уплотнения гелевой фазы и имеет мало общего как с химической усадкой, так и с капиллярными явлениями, свойственными аутогенной усадке цементного камня.

Главное преимущество зависимости (1) состоит в том, что она позволяет рассчитать возможное изменение объема теста на стадии приготовления бетонной смеси (до начала схватывания) и повысить точность расчета оптимальной концентрации цементного теста, что имеет большое значение для обеспечения требуемых свойств бетона. Но это относится к ряду скорее технологических задач, а именно, к задаче подбора рациональных составов бетонных смесей. Прогнозирование и расчет усадочных деформаций предполагают рассмотрение процессов, длительное развитие которых после схватывания цементного камня приводит к снижению эксплуатационной долговечности конструкций. С этой позиции рассмотренные выше явления, именуемые «контракцией», не следует отождествлять с усадкой затвердевшего бетона. Они практически не имеют никакого отношения к процессам, происходящим после схватывания цементного камня, и не оказывают ни прямого, ни косвенного влияния на усадочное трещинообразование эксплуатируемых конструкций.

Как уже отмечалось, основной вклад в деформации усадки, по мнению большинства исследователей, вносят капиллярные явления, связанные с потерей воды и ее фазовыми переходами. В классическом понимании они зависят главным образом от физических параметров окружающей среды ($RH\%$, $T^\circ C$) и геометрии пор. Однако, рассматривая капиллярные явления в непрерывно гидратирующей цементной системе, не следует пренебрегать косвенным влиянием параметров, отражающих интенсивность химических процессов. Комплексной характеристикой, адекватно отражающей результат гидратационного развития структуры, является степень гидратации. При оценке усадочных деформаций с ней следует связывать:

- появление дефицита объема в порах (в соответствии с объемной стехиометрией реакций);
- изменение общего объема и размеров пор, заполняемых продуктами реакций;
- преобразование и развитие различных поверхностей раздела фаз в структуре камня вследствие миграции влаги и ее затрат на химические реакции.

Эти факторы приобретают особое значение, когда дело касается плотных структур с пониженной открытой пористостью, наиболее подверженных аутогенной усадке. Здесь капиллярные явления зависят только от параметров пор и кинетики гидратации, то есть от собственных свойств и особенностей «самостоятельного» развития цементной системы.

В связи с этим определению внешней деформации материала (на макроуровне) должен предшествовать анализ развития структуры на уровне химических реакций. Эта процедура предполагает рассмотрение баланса объемов фаз (твердой и жидкой, начальной и образующейся) с переходом к оценке пористости (учитывая приращение объема твердых фаз) и расчету капиллярных сил, принимая во внимание изменение форм связи воды (от свободной к химически связанной).

ХИМИЧЕСКАЯ УСАДКА

Величина химической усадки C_i (молекулярной контракции) i -го минерала цемента может быть определена из расчета стехиометрических объемов веществ, участвующих в реакциях гидратации [4]:

$$C_i = \frac{(V_{ci} + V_{wi}) - V_{hi}}{V_{ci} + V_{wi}} \tag{2}$$

где V_{ci} и V_w — соответственно объемы i -го минерала цемента и воды, вступившие в реакцию гидратации;

V_{hi} — объем продуктов гидратации;

Для полиминеральных вяжущих общая химическая усадка ϵ_{ch} может быть рассчитана с учетом химического состава цемента, реакционной активности каждого минерала и степени гидратации. В таблице 1 приведен пример расчета химической усадки компонентов цементного камня.

Вклад каждого минерала в общие деформации $\epsilon_{ch,i}$ рассчитан по формуле:

$$\epsilon_{ch,i} = C_i \cdot \frac{k_i}{100} \cdot \alpha_i \tag{3}$$

где C_i — молекулярная контракция i -го минерала, %;

k_i — содержание в цементе i -го минерала, %;

α_i — степень гидратации i -го минерала;

$$\alpha_i = \alpha \cdot \frac{k_i \cdot v_{rel,i}}{\sum_{i=1}^n (k_i \cdot v_{rel,i})} \tag{4}$$

$v_{rel,i}$ — относительная скорость растворения минерала [Шейкин, с.60].

Общая деформация усадки определена как сумма вкладов каждого минерала:

$$\epsilon_{ch} = \sum_{i=1}^n \epsilon_{ch,i} \tag{5}$$

Таблица 1 — Расчет химической усадки ϵ_{ch}

Минералогический состав, k_i , %	Реакции гидратации	Молекулярная контракция, C_i , %	Относительная скорость растворения [8]	Степень гидратации цемента, α	Степень гидратации минерала, α_i	Объемная химическая усадка, %	
						$\epsilon_{ch,i}$	ϵ_{ch}
C_3S 55	$C_3S + 5,3H \rightarrow C_{1,7}SH_4 + 1,3CH$	7,11	0,083	0,8	0,362	2,57	7,16
C_2S 22	$C_2S + 4,3H \rightarrow C_{1,7}SH_4 + 0,3CH$	9,92	0,055		0,096	0,95	
C_3A 6,2	$C_3A + 6H \rightarrow C_3AH_6$	23,92	0,123		0,061	1,45	
	$2C_3A + C_6A\check{S}_3H_{32} + 4H \rightarrow 3C_4A\check{S}H_{12}$	4,03			0,015	0,06	
C_4AF 10	$C_4AF + 10H \rightarrow C_3AH_6 + CH + FH_3$	18,05	0,036		0,029	0,51	
гипс (C_3A) 3 (1,2)	$3C\check{S}H_2 + C_3A + 26H \rightarrow C_6A\check{S}_3H_{32}$	6,74	1		0,238	1,60	

В расчете усадочных деформаций основную ценность представляют не столько полученные абсолютные величины, сколько их изменение во времени. Поэтому в числе исходных расчетных параметров целесообразно применять не фиксированное значение степени гидратации, а ее временную функцию.

Существует множество расчетных зависимостей, описывающих кинетику гидратации цемента с учетом w/c , химического состава, granulometрии цемента, условий твердения и прочих факторов. Опуская дискуссию об их сравнительной надежности, точности и применимости, приведем в качестве примера зависимость, предложенную в работе [14]:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{3C_{w\infty}}{v\rho r_0^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{k_d} - \frac{r_0}{D_e}\right) + \frac{r_0}{D_e} (1-\alpha)^{-1/3} + \frac{1}{k_r} (1-\alpha)^{-2/3}}, \quad (6)$$

- где α – степень гидратации,
 v – стехиометрическое водоцементное отношение по массе
 ρ – плотность негидратированного цемента,
 r_0 – радиус негидратированной цементной частицы,
 D_e – эффективный коэффициент диффузии воды в цементном геле,
 k_r – коэффициент скорости реакции на единице площади реагирующей поверхности,
 $C_{w\infty}$ – относительное содержание воды вне геля (избыток),
 k_d – коэффициент массопереноса.

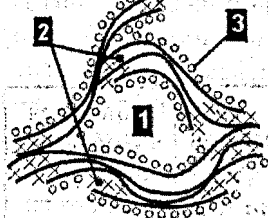
Подставляя (6) в (4), а затем в (3), получим зависимость, отражающую изменение химической усадки во времени.

ОЦЕНКА ПОРИСТОСТИ И РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИЙ КАПИЛЛЯРНОЙ УСАДКИ

Расчет деформаций капиллярной усадки осуществляется на базе основных характеристик пористости: общего объема пор, и дифференциальной кривой распределения пор по размерам (рис.4).

Наряду с известными экспериментальными методами определения параметров порового пространства [8] особый интерес представляют расчетные модели формирующейся поровой структуры цементного камня [9-14]. Они, как правило, основаны на идеализированном представлении зерен цемента в виде моноразмерных сферических частиц. Вокруг частиц в процессе гидратации образуются оболочки новообразований, пористость которых изменяется по мере удаления от первоначальной границы в соответствии с определенным законом. В работе [10] выбор закона распределения определяется видом анализируемых пор и продуктов реакций.

На основании представлений о микроструктуре цементного геля в соответствии с известной моделью Фельдмана и Середы (рис.2), гелевую пористость делят на межслоевую и капиллярную.



- 1 – гелевая микрокапиллярная пористость;
 2 – межслоевая пористость с адсорбированной водой;
 3 – вода, адсорбированная поверхностью слоистых кристаллов C-S-H

Рисунок 2 – Слоистая структура цементного геля

Считается, что во «внутренних» по отношению к первоначальной границе цементного зерна продуктах (рис.3) гелевая капиллярная пористость отсутствует, а межслоевая существенно не изменяется в процессе гидратации. Она является интегральной пористостью геля и может быть принята постоянной, равной 28%. Во «внешних» слоях гидратов формируются более рыхлые новообразования, имеющие капиллярные поры. Размеры и общий объем микрокапилляров увеличиваются по мере удаления от начальной границы зерна цемента.

Для капилляров (включая не только гелевые, но и более крупные) принимается интегральная функция распределения вида:

$$V_i = 1 - \exp(-B_i r), \quad (7)$$

- где r – радиус пор,
 B_i – параметр распределения, устанавливаемый из расчета пористости и площади поверхности капилляров, с принятием допущения об их цилиндрической геометрии (удельная поверхность слоистых кристаллов C-S-H принимается равной $510 \text{ м}^2/\text{г}$, гелевых микрокапилляров – $40 \text{ м}^2/\text{г}$).

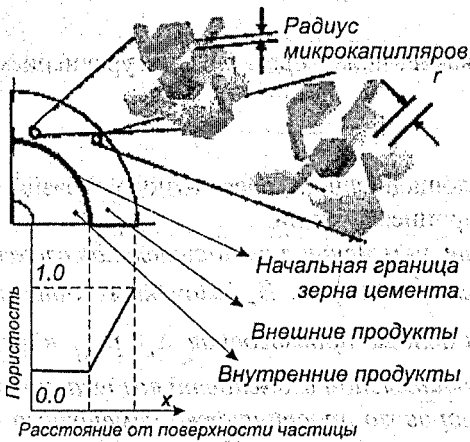


Рисунок 3 – Моделирование микропористости цементного камня

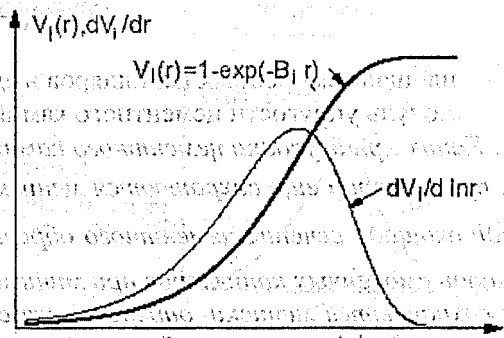


Рисунок 4 – Кривые распределения пористости

Общий объем пор во внешних продуктах новообразований рассчитывается исходя из упрощенного представления о его линейном изменении по мере удаления от начальной границы идеализированного зерна цемента (рис. 3).

Учитывая механизмы адсорбционных и капиллярных явлений, протекающих в порах, общую пористость цементного камня целесообразно разделить на:

- межслоевые поры геля,
- микрокапилляры геля,
- капилляры средних размеров,
- крупные поры и макрокапилляры.

Удаление воды из крупных пор и макрокапилляров не влияет на усадку цементного камня, так как находящаяся в них вода находится в свободном состоянии и не образует менисков. Согласно [5], нижняя граница размеров макропор (10^{-7} м) является практическим пределом для достижения заполнения пор по механизму капиллярной конденсации.

Обезвоживание капилляров средних размеров, а также гелевых микрокапилляров ($10^{-8}..10^{-7}$ м) приводит к обратимой капиллярной усадке цементного камня.

При удалении адсорбционно-связанной (поверхностной) и межслоевой воды происходит частично необратимая усадка геля вследствие сближения слоев кристаллической структуры гидросиликатов кальция и образования между ними прочных связей O-Ca-O. Тейлором обнаружено, что при этом может происходить сокращение базального расстояния от 14,2Å до 9,3Å [5].

Последовательность обезвоживания пор в процессе сушки цементного камня определяется формами связи воды. Сначала удаляется свободная вода, заполняющая макропоры, затем – вода, связанная капиллярными силами. После исчерпания ресурсов свободной и капиллярно-конденсированной воды начинает удаляться адсорбционно-связанная вода, образующая на поверхности пор моно- и полимолекулярные слои толщиной 8..15Å [5]. Межслоевые поры заполнены наиболее прочно связанной гидратной водой. Она будет удаляться в последнюю очередь.

Интенсивность процесса капиллярной усадки зависит от размеров и количества капилляров, в которых при определенных условиях появляются вогнутые мениски, а так же от парциального давления водяных паров в порах (или от относительной влажности воздуха RH). Давление внутри жидкости, возникающее в капилляре под вогнутой поверхностью мениска, меньше чем в газовой фазе над поверхностью, поэтому стенки капилляра притягиваются друг к другу (радиус капилляра стремится уменьшиться).

Это отрицательное давление жидкости, передаваемое на стенки пор, может быть рассчитано по известным зависимостям, основанным на уравнениях Кельвина и Лапласа:

$$p_{\text{surf}} = \frac{2\sigma_{12}}{r} = 1300 \cdot \ln \frac{1}{RH}, \quad (8)$$

где σ_{12} – поверхностное натяжение; $\sigma_{12} \approx 8 \cdot 10^{-5}$ кгс/см; RH – относительная влажность воздуха, %;

r – радиус капилляра, см.

Величина объемной капиллярной усадки цементного камня может быть описана уравнением [8]:

$$\epsilon_c = S_n \cdot \frac{P_{surf}}{E_0}, \quad (9)$$

где S_n – площадь смоченных капилляров в единичной площади сечения цементного образца;
 E_0 – модуль упругости цементного камня при всестороннем сжатии.

«...Капиллярная усадка цементного камня тем больше, чем меньше относительная влажность воздуха, при которой еще сохраняются мениски, и чем больше площадь S_n смоченных капилляров в единичной площади сечения цементного образца, т.е. чем больше произведение $S_n \cdot P_{surf}$ в формуле (8). Площадь смоченных капилляров при минимальной относительной влажности воздуха, при которой еще сохраняются мениски, определяется строением порового пространства цементного камня и, в частности дифференциальной кривой распределения пор по радиусам» [8].

Еще раз обратим внимание на то, что в силу изменения структуры пор вследствие гидратации, приведенные зависимости не могут быть применены к цементному камню в чистом виде. На основании данных по кинетике гидратации необходимо постоянно корректировать параметры пористости, применяемые для расчета капиллярной усадки.

Рассмотрим один из возможных вариантов алгоритма корректировки, составленного на основании анализа развития поровой структуры цементного камня (рис. 5).

Общая деформация усадки цементного камня ϵ_{tot} может быть определена простым сложением отдельных составляющих, включаемых в сумму в зависимости от наличия или отсутствия факторов, существенно на них влияющих, а также от возраста и условий твердения материала (табл. 2):

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_g + \epsilon_{ch} + \epsilon_{c(a,d)}, \quad (10)$$

где ϵ_g – коагуляционное уплотнение геля,

ϵ_{ch} – химическая усадка,

$\epsilon_{c(a,d)}$ – капиллярная усадка (аутогенная или воздушная).

Таблица 2 – Факторы, механизмы и общие деформации усадки

Факторы, влияющие на усадку		Механизм усадки	Расчетные зависимости для определения деформаций	Общие деформации	
внутренние	внешние			До схватывания	После схватывания
				В изолированных условиях	В воздушно-сухих условиях
w/c		Коагуляционное уплотнение геля	(1), $\epsilon_g = V_g / V_0$	$\epsilon_{tot} = \epsilon_g + \epsilon_{ch}$	$\epsilon_{tot} = \epsilon_g + \epsilon_{ch} + \epsilon_{c(a,d)}$
dc/dt		Химическая усадка	(2)..(6)		
dV/dr		Аутогенная усадка	(7)..(9)	$\epsilon_{tot} = \epsilon_g + \epsilon_{ch} + \epsilon_{c(a,d)}$	$\epsilon_{tot} = \epsilon_g + \epsilon_{ch} + \epsilon_{c(a,d)}$
dc/dt					
dV/dr	RH	Воздушная усадка	(7)..(9)		

Период схватывания цементного теста является начальной стадией формирования первичной капиллярной пористости. Последующее преобразование поровой структуры цементного камня происходит за счет накопления в порах продуктов гидратации. Энергетически выгодным процессом является образование гидратов в более крупных порах, заполненных поровым раствором, при наличии готовых центров кристаллизации. В качестве центров кристаллизации могут выступать не только ранее сформировавшиеся кристаллические образования, но и поверхности раздела фаз «твердое тело – жидкость», «жидкость – пар». В связи с этим продукты гидратации кристаллизуются главным образом вблизи поверхности менисков и откладываются на стенках пор, уменьшая их размеры (в пределе – до нуля).

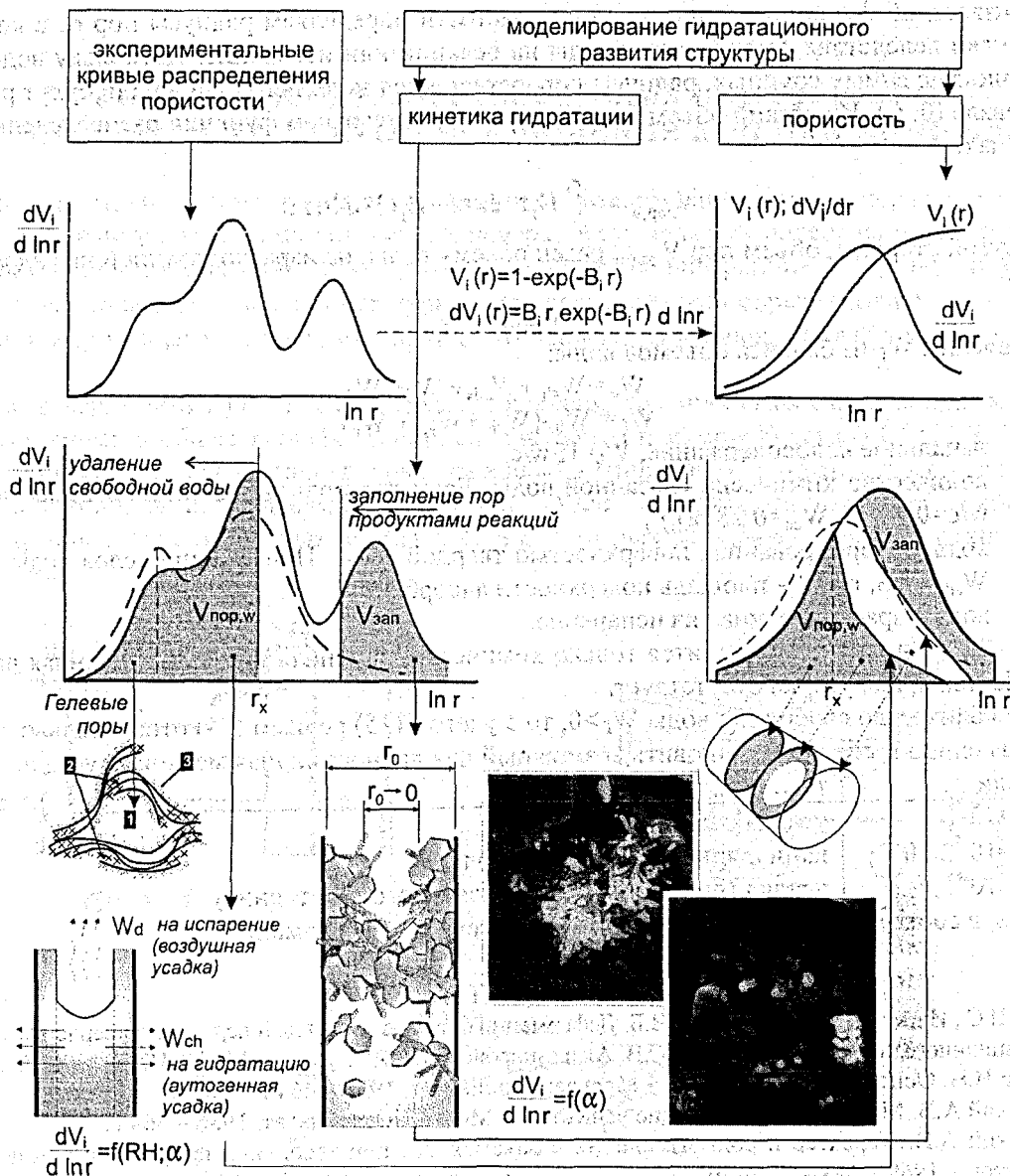


Рисунок 5 – Анализ развития поровой структуры цементного камня.

Учитывая интенсивность гидратации и молекулярную контракцию, можно определить степень заполнения пор новообразованиями:

$$V_{зан}(t_i) = 1.28 \frac{Ц}{\rho_{ц}} \int_0^{t_i} C \cdot \alpha(t) \cdot dt, \quad (11)$$

где t_i – произвольный момент времени, для которого определяется усадка,

t_0 – момент схватывания цементного теста,

$Ц$ – масса цемента,

$\rho_{ц}$ – истинная плотность цемента,

C – коэффициент молекулярной контракции,

$\alpha(t)$ – функция скорости гидратации.

Определяем остаточный объем пор:

$$V(t_i) = V(t_0) - V_{зан}(t_i) \quad (12)$$

и корректируем функцию распределения пористости: $V(t_0) = 1 - \exp(-B_0 r)$; (13)

Для этого находим параметр B_i , соответствующий значению $V(t_i)$. Тогда из (13) следует:

$$dV(t_i) = B_i r \exp(-B_i r) \cdot d \ln r \quad (14)$$

По известной функции распределения пористости определяем радиусы пор r_x , в которых появятся мениски вследствие расхождения воды на реакции или испарение. Поскольку вода удаляется из пор, начиная с самых крупных, радиусы пор, оставшихся заполненными водой, будут располагаться в интервале $[0; r_x]$. Их общий объем можно выразить интегралом функции распределения в указанных пределах:

$$V_{\text{пор},w} = \int_0^{r_x} B_1 r \cdot \exp(-B_1 r) \cdot d \ln r. \quad (14)$$

С другой стороны, объем пор $V_{\text{пор},w}$ равен объему воды, не израсходованной на гидратацию или испарение:

$$V_{\text{пор},w} = W_f. \quad (15)$$

Определим W_f из баланса объемов воды:

$$W_0 = W_{\text{ch}} + W_{\text{ads}} + W_d + W_f, \quad (16)$$

$$W_f = W_0 - (W_{\text{ch}} + W_{\text{ads}} + W_d), \quad (17)$$

где W_0 – начальное водосодержание, $W_0 = \Pi \cdot w/c$,

W_{ch} – количество химически связанной воды. Если для полной гидратации цемента требуется $w/c=0.28$, то $W_{\text{ch}}=0.28 \alpha(t_i)$,

W_{ads} – вода, адсорбированная поверхностью твердой фазы. При толщине слоя воды $\delta = 8 \cdot 15 \text{ \AA}$, $W_{\text{ads}} = \delta \cdot S$, где S – площадь поверхности адсорбента,

W_d – вода, израсходованная на испарение.

При $W_f = 0$ в системе находится только химически связанная и адсорбированная вода. Менисков нет. Капиллярная усадка отсутствует.

Если количество свободной воды $W_f > 0$, то с учетом (15) решаем (14) относительно r_x . По полученному значению r_x следует установить возможный для данного случая механизм усадки:

если ...	то...
$r_x > 10^{-7}$	усадка отсутствует
$r_x = 10^{-8} \dots 10^{-7}$	капиллярная усадка (см. табл. 2)
$r_x < 10^{-8}$	усадка геля (уменьшение базального расстояния)

Далее, в соответствии с табл.2 определяются искомые деформации ϵ_i .

ЛИТЕРАТУРА

1. Алимов Ш.С., Иноземцев Г.П., Ратинов В.Б. Деформации бетона в начальный период его твердения. / Материалы координационного совещания. Под ред. С.В. Александровского и А.Е. Десова-М.: НИИЖБ, 1972.-С.143-145.
2. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. – Москва: Стройиздат, 1981 – 464 с.
3. Волженский А.В. Минеральные вяжущие вещества. – Москва: Стройиздат, 1986 – 464 с.
4. Волженский А.В. Характер и роль изменений в объемах фаз при твердении вяжущих и бетонов// Бетон и железобетон.– 1969.– №3.–С. 16-20.
5. Красильников К.Г., Никитина Л.В., Скоблинская Н.Н. Физико-химия собственных деформаций цементного камня. – Москва: Стройиздат, 1980 – 256 с.
6. Михайлов В.В. Предварительно напряженные железобетонные конструкции.– М.: Стройиздат, 1978.– 383 с.
7. Шейкин А.Е. Природа усадочных деформаций бетона и их влияние на трещиностойкость железобетонных конструкций// Структура, прочность и деформация бетона/ Материалы координационного совещания. Под ред. С.В. Александровского и А.Е. Десова-М.: НИИЖБ, 1972.С. 96-113.
8. Шейкин А.Е., Чеховский Ю.В., Бруссер М.И. Структура и свойства цементных бетонов-М.: Стройиздат, 1979.– 344 с.
9. D.P. Bentz. Three-Dimensional Computer Simulation of Portland Cement Hydration and Microstructure Development, J. Am. Ceram Soc., 80 [1] 3-21 (1997).
10. Ishida, T., Chaube, R.P., Kishi, T., and Maekawa, K.: Micro-physical approach to coupled autogenous and drying shrinkage of concrete, Concrete Library of JSCE, No.33, pp. 71-81,1999.
11. Tetsuya ISHIDA, Koichi MAEKAWA. AN INTEGRATED COMPUTATIONAL SYSTEM FOR MASS/ENERGY GENERATION, TRANSPORT, AND MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES //Translation from Proceedings of JSCE, No.627/V-44, August 1999
12. Koichi Maekawa, Tetsuya Ishida and Toshiharu Kishi. Multi-scale Modeling of Concrete Performance Integrated Material and Structural Mechanics// Received 8 January 2003
13. Kishi, T. and Maekawa, K.: Multi-component model for hydration heating of Portlandcement, Concrete Library of JSCE, No.28, pp. 97-115, 1996.
14. Ki-Bong Park1, Takafumi Noguchi, Joel Plawsky. Prediction of cement paste properties using a hydration model.
15. U.Heinrich, J.Stark. Schwinden von Hochleistungsbeton.