

15. Белов А.В. К вопросу об исследовании напряженного состояния в бетоне при его усадке // Изв. НИИГ. – Л.: 1941-Т.29.
16. Белов А.В. Опыт математической теории усадки бетона // Изв. НИИГ. – Л.: 1948-Т.35.
17. Михайлов В.В. Растяжимость бетона в условиях свободной и связанной деформации // Исследования прочности, пластичности и ползучести строительных материалов. – М.: 1955.
18. Холминский М.М. Бетон и железобетон. Деформативность и прочность. – М.: 1997- с 483-487.
19. Нилендер Ю.А. Исследование деформаций и температурного режима в теле плотины Днепроостроя. – М.: 1993.
20. Некрасов В.В. Изменение объема системы при твердении гидравлических вяжущих. Изд. АН СССР. ОТН, №6, 1945:
21. Некрасов В.В. Кинетика гидратации цементов различных типов // ЖПХ, Т. XXI, №3, 1948.
22. Мошанский Н.А. Плотность и стойкость бетонов. – М.: 1951.
23. Ли Ф.М. Химия цемента и бетона. – М.: 1961.
24. Powers Т.С. Jornal of Portland Cement Assos, Res. and Dev. Lab. Vol. Ч, №2, 1962.
25. Силаенков Е.С., Тихомиров Г.В. и др. Влияние карбонизации автоклавных ячеистых бетонов на их долговечность. // В сб. Вопросы долговечности ячеистых бетонов и изделий из них. – Свердловск, 1962.
26. EN 1992-2-1, Eurocodez “Desing of concrete structures. Part 1: General Rules and Rules for Building.” – Com-  
mitation of European Communities, Des 1991. p. 253.
27. СНБ 5.03.01-02 «Бетонные и железобетонные конструкции». – Мн.: 2003-139с.
28. Powers Т.С. and Brownyard Т.Л. Studies of the Physical Properlies of Hartland Cement Paste (Bull. 22), 999 pp.,  
Portland Cement Association, Chicago (1948); reprinted from J.Am. Coner. Jnst. (proc.) 43, 101, 249, 469, 549,  
669, 845, 993, 1947.
29. Powers Т.С., in 4TH JSCC, Vol. 2. 1962-p.577.
30. Feldman R.F. and Sereda P.J. in STH JSCC. Vol. 3. 1969-p.36.
31. Feldman R.F. and Sereda P.J. Engnrg J. 53, 1970.
32. Александровский С.В. О гистерезисе деформаций усадки и набухания бетона при его попеременных высу-  
шиваниях и увлажнениях // Бетон и железобетон, №9, 1958г.
33. Блещик Н.П., Протько Н.С., Рыскин М.Н. Математические модели кинетики гидратации цемента // В сб.  
Инженерные проблемы современного бетона и монолитного бетона и железобетона. – Мн. 1997-25-36с.
34. Провести исследование, разработать и внедрить нормативно-техническую документацию, обеспечивающую  
определение экспрессными методами характеристик физико-механических свойств цемента, рациональное  
использование его в бетонах с повышением качества и надежности железобетонных конструкций: Отчет о  
НИР (заключительный) / Ин-т БелНИИС; рук. Н.П. Блещик, - Мн., 1999-230с.
35. Дерягин Б.В. Свойства тонких жидких слоев и их роль в дисперсных системах, вып. 1. – М.: 1937.
36. Блещик Н.П. Структурно -механические свойства и реология бетонной смеси и пресс вакуумбетона. – Мн.:  
1977-230с.
37. Русанов А., Куни Ф. Функция распределения в поверхностных слоях / эк ФХ, 1968, т. XII, вып. 5.
38. Несветаев Г.В., Тимонов С.А. О механизме раннего трещинообразования высокопрочных бетонов. / В сб.  
Бетон и железобетон в третьем тысячелетии. – Ростов-на-Дону, 2000- с266-270.
39. Несветаев Г.В., Тимонов С.А. Усадочные деформации и раннее трещинообразование бетона // Современные  
проблемы строительного материаловедения: Пятое академ. чтения-Воронеж ВГАСА, 1999

УДК 666.982.2.001.24

*Блещик Н.П., Рак А.Н., Рыскин М.Н.*

## РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ УСАДКИ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Важность проблемы определения усадки бетона на стадии проектирования бетонных и железобетонных конструкций отмечалась нами и другими исследователями в статье [1]. В ней приведены расчетные модели усадки цементного камня (ЦК), полученные нами с позиций физико-химической механики дисперсных систем. Расчетные модели учитывают влияние практически всех физико-химических факторов, условий твердения и выдерживания цементных композиций на их величину контракционной и аутогенной усадки. Показана удовлетворительная корреляция расчетных моделей с экспериментальными данными.

В предлагаемой работе приводится анализ известных корреляционных зависимостей усадки бетона и железобетонных конструкций и предлагаются новые расчетные модели, учитывающие полученные в [1] расчетные модели усадки ЦК, а также структурные особенности бетона и железобетонных конструкций.

## 2. КРАТКИЙ АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ УСАДКИ БЕТОНА И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Как отмечалось в [1], большинство исследователей считает, что значение химической (контракционной) усадки по сравнению с влажностной усадкой настолько мало, что оно не учитывается при оценке внешней (аутогенной) усадки бетона [2-5]. Пожалуй, лишь в нормах [6, 7] химическая усадка учитывается как часть общей усадки следующими зависимостями:

$$\varepsilon_{cs,a} = \beta_{as} \cdot \varepsilon_{cs,a,\infty}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{cs,a,\infty} = -2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \leq 0;$  (2)

$$\beta_{as} = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}); \quad (3)$$

$t$  — время, сут.

Из приведенных зависимостей следует, что влияние многочисленных физико-химических факторов, обуславливающих химическую усадку, учитывается лишь интегральным показателем  $f_{ck}$ , т.е. нормативным сопротивлением бетона сжатию и возрастом бетона  $t$ . Причем, величина усадки линейно возрастает с увеличением значения  $f_{ck}$  независимо от степени модификации бетона химическими добавками, что противоречит многочисленным опытным данным [8]. Кроме того, они не учитывают условия твердения бетона. Например, при твердении ЦК в насыщенных условиях усадка может иметь положительный знак, т.е. будет происходить набухание, в то время как зависимости (1)-(3) предполагают только уменьшение объема.

Исследованию влажностной усадки бетона посвящены многие работы, в том числе [2, 4, 6-12]. На основании их результатов исследований представляется возможным выделить следующие основные факторы, которые следует учитывать при описании закономерностей влажностных деформаций бетона и железобетона:

- водоцементное отношение;
- объемное содержание цементного камня;
- гранулометрический состав (межзерновая пустотность) и вид заполнителей;
- геометрические размеры элементов;
- содержание арматуры, за исключением предварительно напряженной;
- относительная влажность окружающей среды;
- возраст бетона к началу влажностной усадки.

Для определения значений влажностной усадки предложено использовать ряд корреляционных зависимостей. Так, например, в европейских нормах по железобетонным конструкциям [6] и, соответственно, в СНБ 5.03.01-02 [7] значения влажностной усадки предложено рассчитывать по следующей зависимости:

$$\varepsilon_{cs,d} = \beta_{ds} \cdot \varepsilon_{cs,d,\infty}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{cs,d,\infty}$  — предельные значения части усадки, определяемые по табличным данным;  
 $\beta_{ds}$  — функция развития усадки бетона во времени, определяемая по формуле:

$$\beta_{ds} = \left[ \frac{(t-t_s)/t_1}{350(h_0/h_1)^2 + (t-t_s)/t_1} \right]^{0,5}, \quad (5)$$

в которой  $t$  — возраст бетона;

$t_s$  — возраст бетона к моменту окончания его влажностного хранения;

$$h_0 = \frac{2A_c}{U}$$

$A_c, U$  — соответственно площадь и периметр поперечного сечения элемента, мм;

$h_1 = 100$  мм;

$t_1 = 1$  сут.

Табличные значения предельной усадки даны в зависимости от класса бетона по прочности на сжатие и относительной влажности окружающей среды, т.е. косвенно учитывается влияние водоцементного отношения и влажности среды. Таким образом, зависимости (4) и (5) не учитывают влияние объемного содержания цементного теста и гранулометрического состава заполнителей. Не учитываются также и факторы, обуславливающие класс прочности бетона на сжатие и, в особенности, влияние химических и тонкодисперсных наполнителей.

Е.Н. Щербаковым [4] предложено для определения предельной усадки бетона использовать следующую зависимость:

$$\varepsilon_{y,t} = \varepsilon_{y,t} \xi_{y,1} \xi_{y,2} \xi_{y,3} \xi_{y,4} \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{y,t}$  — предельное значение деформаций усадки бетона, приготовленного из смеси определенного состава в некоторых заданных условиях;

$\xi_{y,1}$  — функция, учитывающая влияние водоцементного отношения:

$$\xi_{y,1} = \frac{10(B/C)^2}{1 + 6(B/C)^2}; \quad (7)$$

$\xi_{y,2}$  — функция, учитывающая массовое содержание цементного теста в бетоне:

$$\xi_{y,2} = 11,2(P_T)^{3/2}; \quad (8)$$

$$P_T = 0,42B(1 + C/B) \cdot 10^{-3}; \quad (9)$$

$\xi_{y,3}$  — функция, учитывающая влияние геометрических размеров элемента:

$$\xi_{y,3} = 0,035(31 - \bar{r}); \quad (10)$$

$$\bar{r} = \frac{F}{p},$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения элемента;

$p$  — его периметр, см;

$\xi_{y,4}$  — функция, учитывающая влажность окружающей среды RH, %:

$$\xi_{y,4} = 1,52 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right]. \quad (11)$$

Зависимость, аналогичная (6), приведена в учебнике по технологии бетона [13]. При этом следует иметь в виду, что по зависимостям (6)-(11) определяется суммарная предельная усадка — химическая и влажностная.

С.В. Александровский [2] предложил определять величину усадочных деформаций к моменту достижения бетоном гигрометрического равновесия с окружающей средой по формуле [4]:

$$\varepsilon_{y,n} = 300 \left[ 0,7 + 0,15 \left( \frac{C - 225}{25} + \frac{B/C - 0,4}{0,1} \right) \right] \cdot 10^{-6}. \quad (12)$$

В соответствии с рекомендациями Европейского комитета по бетону 1966г [14] нормативная усадка бетона определяется по номограмме, которая аппроксимирована Е.Н. Щербаковым [4] зависимостью в виде:

$$\varepsilon_{y,n} = 0,25 \left[ (C + 275) + 6,9(C - 75)(B/C)^2 \right] \cdot 10^{-6}. \quad (13)$$

Предложения И.И. Улицкого [15] по определению усадки бетона в зависимости от водоцементного отношения и содержания цементного теста в бетонной смеси, формализованные Е.Н. Щербаковым [4], записаны в виде:

$$\varepsilon_{y,n} = 5,5 \cdot 10^{-3} \frac{1 + B/C}{1 + B/C + m} (B/C)^2, \quad (14)$$

где  $m$  — массовое соотношение между заполнителем и цементом.

Для практических расчетов Е.Н. Щербаков [4] предлагает зависимость, учитывающую лишь содержание воды в бетонной смеси:

$$\varepsilon_{y,n} = 0,125B\sqrt{B} \cdot 10^{-6}. \quad (15)$$

В проекте немецкого стандарта (ДИН 1045-1) [16] деформации от усадки и разбухания предлагалось рассчитывать по следующим зависимостям:

$$\varepsilon_{cs}(t-t_c) = \varepsilon_{cso} \beta_s(t-t_c), \quad (16)$$

где  $\varepsilon_{cso}$  — основная величина усадки;  
 $\beta_s(t-t_c)$  — функция, учитывающая изменение усадки во времени;  
 $t$  — возраст бетона в сутках;  
 $t_c$  — возраст бетона в сутках к началу влажностной усадки или разбухания.

Основная величина усадки рассчитывается по формулам:

$$\varepsilon_{cso} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = (160 + \beta_{sc}(90 - f_{cm})) \cdot 10^{-6}; \quad (18)$$

$$\beta_{RH} = -1,55 \cdot \beta_{oRH}, \text{ при } 10\% \leq RH < 99\%; \quad (19^a)$$

$$\beta_{RH} = 0,25, \text{ при } RH \geq 99\% \text{ (выдержка в воде);} \quad (19^b)$$

$f_{cm}$  — средняя прочность бетона на сжатие в возрасте 28 суток в Н/мм<sup>2</sup>;

$\beta_{sc}$  — коэффициент, учитывающий влияние вида цемента;

$\beta_{sc} = 4$  для медленно твердеющего цемента;

$\beta_{sc} \geq 5$  для нормально или быстро твердеющего цемента;

$\beta_{sc} = 8$  для быстро твердеющего высокопрочного цемента;

$\beta_{oRH}$  — коэффициент, учитывающий влияние относительной влажности окружающего воздуха в %:

$$\beta_{oRH} = 1 - (RH/100)^3.$$

Функция  $\beta_s(t-t_c)$  представлена в виде:

$$\beta_s(t-t_c) = \left[ \frac{t-t_c}{0,035h_0^2 + t-t_c} \right]^{0,5}, \quad (20)$$

где  $h_0$  — эффективная толщина элемента в мм:

$$h_0 = \frac{2A_c}{U}; \quad (21)$$

$A_c$  — площадь поперечного сечения элемента;

$U$  — подверженный воздействию воздуха периметр поперечного сечения элемента;

$(t-t_c)$  — фактическая, не скорректированная продолжительность усадки или разбухания в сутках.

В проекте стандарта отмечается, что средний коэффициент вариации при прогнозировании усадки по приведенным зависимостям равен около 35%.

Далее будут рассмотрены результаты анализа степени корреляции предложенных зависимостей с опытными данными. Здесь же уместно отметить, что предложенные математические модели усадки бетона получены на основе результатов обобщения авторов определенного массива экспериментальных данных. Естественно, что полученные при этом корреляционные модели могли учитывать лишь те не многочисленные факторы, которые варьировались при постановке экспериментальных исследований. По этой причине предложенные модели не могут претендовать на всеобъемлющий характер. Это относится прежде всего к оценке усадки новых видов бетона, таких как: бетоны, модифицированные новыми эффективными супер- и гиперпластификаторами, а также изготовленными с применением композиционных вяжущих с активными минеральными добавками; мелкозернистые бетоны; самоуплотняющиеся бетоны. Не следует также упускать из вида гранулометрический состав заполнителей, особенно их межзерновую пустотность, существенно влияющую на степень раздвижки зерен заполнителя и, следовательно, на величину усадки бетона и его контракционную пористость. Из сказанного становится очевидной необходимость получения новых математических моделей усадки бетона, основанных на более полном учете физико-химических факторов и состава бетона на его интегральную усадку.

### 3. ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ДЕФОРМАЦИЙ УСАДКИ БЕТОНА И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Для получения расчетных моделей с целью прогнозирования деформаций усадки бетона представляется наиболее целесообразным исходить из аналитических зависимостей усадки ЦК, представленных в [1]. При этом следует получить корректирующие функции, отражающие влияние структурных характеристик бетона — объемную концентрацию заполнителя,  $m_3$ ; его межзерновую пустотность в уплотненном состоянии,  $m_{п.з}$ ; вид заполнителя (его деформативные свойства), а также геометрические размеры бетонных и железобетонных элементов, относительное содержание ненапряженной арматуры; влияние фактической продолжительности усадки бетона,  $t-t_0$ .

#### 3.1. Влияние объемного содержания заполнителей

Скорее всего, одним из первых предложений по переходу от значений усадки ЦК к усадке бетона является зависимость Р. Лермита [17]:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{ц.к} \frac{1}{1 + \beta m_3 / m_{ц.к}}, \quad (22)$$

где  $\epsilon_{ц.к}$  — относительные деформации усадки ЦК;

$m_3$  — объемная концентрация заполнителя в бетоне;

$m_{ц.к}$  — объемная концентрация ЦК в бетоне, равная  $(1 - m_3)$ ;

$\beta$  — константа материала заполнителя, которая изменяется от 1,5 до 3,1.

А.Е. Шейкин [12] предложил учитывать влияние объемного содержания заполнителя степенной функцией —  $(1 - m_{п.з})^n$  с определением усадки бетона по зависимости:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{ц.к} (1 - m_{п.з})^n, \quad (23)$$

где  $n$  — эмпирический показатель степени, изменяющийся от 1,2 до 1,7.

В обеих формулах (22) и (23) не установлены конкретные значения эмпирических коэффициентов  $\beta$  и  $n$  в зависимости от свойств заполнителей. В этой связи они не могут использоваться для прогнозирования деформаций усадки бетона.

В материалах II международного конгресса по бетону [18] представлены экспериментальные данные по влиянию объемного содержания заполнителя на величину деформаций усадки бетона (рис. 1).



Рисунок 1 — Влияние объемного содержания заполнителя в бетоне на его усадку

Анализ экспериментальных данных, представленных на рис. 1, позволил установить, что значения «переходной» функции от ЦК к бетону близки к значениям, рассчитанным по (22) при константе  $\beta = 2,3$ .

Для получения аналитической зависимости деформаций внешней усадки бетона рассмотрим выражения объемов бетона до и после усадки исходя из двухкомпонентной модели, представленной в [19]. Начальный единичный объем бетона представляется в виде суммы объемных концентраций трех компонентов:

$$1 = m_3 + m_{т.1} + m_{т.2}, \quad (24)$$

где  $m_3$  — объемная концентрация заполнителя, равная  $G_3 / \rho_3$ ;

$G_3$  — масса заполнителя в единице объема;

$\rho_3$  — средняя плотность заполнителя;

$m_{т.1}$  — объемная концентрация цементного теста, обуславливающего раздвижку зерен заполнителя;

$m_{т.2}$  — объемная концентрация цементного теста, находящегося в межзерновом пространстве заполнителя и равного его межзерновой пустотности в уплотненном состоянии.

Средняя плотность заполнителя определяется по формуле:

$$\rho_3 = \frac{G_m + G_{кр}}{G_m / \rho_m + G_{кр} / \rho_{кр}}, \quad (25)$$

где  $G_m, G_{кр}$  — масса мелкого и крупного заполнителей в единице объема бетона, кг;  
 $\rho_m, \rho_{кр}$  — плотность мелкого и крупного заполнителей, кг/м<sup>3</sup>.

Изменение внешнего объема бетона произойдет за счет усадки цементного камня, обуславливающего раздвижку зерен заполнителя и объемного сжатия цементного теста, находящегося в межзерновом пространстве. Тогда выражение объема бетона после усадки запишется в виде:

$$1 - e_{cs} = m_3 + (1 - e_{ц.к}) m_{т.1} + (1 - e_{cs}) m_{т.2}. \quad (26)$$

Значение относительной объемной усадки определится разностью между начальным и остаточным объемами бетона, т.е.:

$$e_{cs} = m_3 + m_{т.1} + m_{т.2} - m_3 - (1 - e_{ц.к}) m_{т.1} - (1 - e_{cs}) m_{т.2} = e_{ц.к} m_{т.1} + e_{cs} m_{т.2}. \quad (27)$$

После преобразования имеем:

$$e_{cs} = e_{ц.к} \frac{m_{т.1}}{1 - m_{т.2}} \quad (28)$$

Имея в виду, что

$$m_{т.1} = 1 - m_3 - m_{т.2},$$

$$m_{т.2} = m_{п.3},$$

выражение для учета влияния объемного содержания заполнителя на объемную усадку бетона запишется в виде:

$$e_{cs} = e_{ц.к} \frac{1 - m_3 - m_{п.3}}{1 - m_{п.3}} = e_{ц.к} \varphi_3, \quad (29)$$

где

$$\varphi_3 = \frac{1 - m_3 - m_{п.3}}{1 - m_{п.3}} \quad (30)$$

В прогнозных расчетах усадки бетона допускается принимать среднее значение  $m_{п.3}$ , равное 0,21. В этом случае функцию  $\varphi_3$  допускается рассчитывать по формуле:

$$\varphi_3 = 1 - \frac{m_3}{0,79}. \quad (31)$$

Линейная усадка бетона при учете функции  $\varphi_3$  составит 1/3 от объемной усадки, т.е.:

$$e_{cs} = \frac{1}{3} e_{ц.к} \varphi_3 = \varepsilon_{ц.к} \varphi_3. \quad (32)$$

На рис.2 показано сравнительное влияние объемного содержания заполнителя на значения функции  $\varphi_3$  по (22), (23), (31) и экспериментальным данным [18]. Как следует из рис.2, значения функции  $\varphi_3$ , вычисленные по предлагаемой зависимости (31), находятся в областях значений, предлагаемых Р. Лермитом и А.Е. Шейкиным, и близко корреспондируются с экспериментальными данными [18].

### 3.2. Влияние вида заполнителей

По данным А.Е. Шейкина [12] величина и форма заполнителей не оказывают существенного влияния на усадку бетона. Их влияние может проявляться опосредовано через изменение межзерновой пустотности.

Деформативность заполнителей в большей мере сказывается на значениях усадки бетона. Причем «деформации усадки в общем случае изменяются в обратной зависимости от модуля бетона» [12]. По данным А.Е. Десова [20] (рис.3) наибольшую усадку имеют бетоны с заполнителем из песка, обладающего наибольшим объемным водопоглощением и наименьшим модулем упругости.

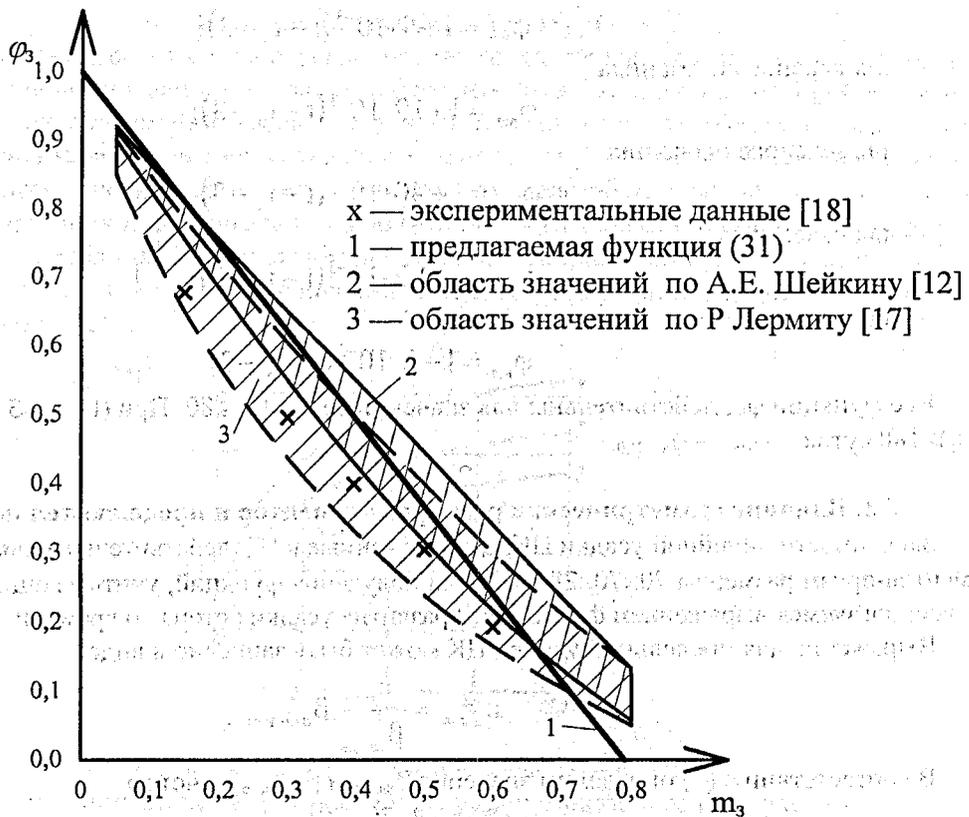


Рисунок 2 – Влияние объемного содержания заполнителя на функцию  $\phi_3$



Рисунок 3 – Влияние вида заполнителя на усадку бетона

Подобные зависимости приводит А.Е. Шейкин в [12]. Из графиков, приведенных в [12] и на рис.3, следует, что влияние вида и модуля упругости заполнителя на величину усадки бетона практически линейно возрастает с увеличением продолжительности влажностной усадки. Причем это влияние начинает сказываться после трех суток фактической продолжительности усадки  $t - t_c$ . После 180 суток значения коэффициентов прироста усадки стабилизируются. Влияние вида заполнителя выразим посредством функции  $\phi_{в,з}$ , имеющей для каждого вида или группы заполнителей свое выражение. Причем для основных видов заполнителей из гранита, мрамора и базальта, оказывающих по данным [20] одинаковое влияние на усадку, примем  $\phi_{в,з} = 1$ . Для других видов заполнителей в результате математической обработки экспериментальных данных [12, 20] получены следующие выражения функции  $\phi_{в,з}$ :

— для гравия и окатанного кварца

$$\varphi_{в.з} = 1 + 9 \cdot 10^{-3}(t - t_s - 3); \quad (33)$$

— для красного песчаника

$$\varphi_{в.з} = 1 + 19 \cdot 10^{-3}(t - t_s - 3); \quad (34)$$

— для зеленого песчаника

$$\varphi_{в.з} = 1 + 40 \cdot 10^{-3}(t - t_s - 3); \quad (35)$$

— для известняка

$$\varphi_{в.з} = 1 - 1,2 \cdot 10^{-3}(t - t_s - 3); \quad (36)$$

— для кварца

$$\varphi_{в.з} = 1 - 2 \cdot 10^{-3}(t - t_s - 3). \quad (37)$$

Все функции  $\varphi_{в.з}$  действительны для значений  $3 \leq (t - t_s) \leq 80$ . При  $(t - t_s) < 3$  суток —  $\varphi_{в.з} = 1$ , а при  $(t - t_s) > 180$  суток —  $\varphi_{в.з} = \varphi_{в.з.180}$ .

### 3.3. Влияние геометрических размеров элементов и продолжительности усадки

Зависимости линейной усадки ЦК,  $\varepsilon_{ц.к}$ , полученные в [1], действительны для  $(t - t_s) \leq 28$  суток и для элементов-призм размером  $70 \times 70 \times 280$  мм. Для получения функций, учитывающих любые другие условия, воспользуемся выражением функции (5) развития усадки бетона во времени, принятой в [6, 7].

Выражение для предельной усадки ЦК может быть записано в виде:

$$\varepsilon_{ц.к.\infty} = \frac{\varepsilon_{ц.к}}{\beta_{ds,ц.к}} \beta_{ds,ц.к.\infty}$$

В соответствии с (5) определим значения  $\beta_{ds,ц.к}$  и  $\beta_{ds,ц.к.\infty}$  с учетом

$$h_0 = \frac{2 \cdot 70 \cdot 70}{4 \cdot 70} = 35,$$

и принимая  $(t - t_c)_{\infty} = \infty$  и  $t_c = 0$ :

$$\beta_{ds,ц.к} = \left[ \frac{28}{350(35/100)^2 + 28} \right]^{0,5} = 0,628;$$

$$\beta_{ds,ц.к.\infty} = \left[ \frac{\infty}{350(35/100)^2 + \infty} \right]^{0,5} = 1,0.$$

Тогда

$$\varepsilon_{ц.к.\infty} = \varepsilon_{ц.к} \frac{1}{0,628} = 1,59 \varepsilon_{ц.к.\infty}$$

Линейные деформации усадки ЦК при  $(t - t_c)$  и с размерами элемента, соответствующим бетонным элементам, определяться из выражения:

$$\varepsilon_{ц.к.(t-t_c)} = \varepsilon_{ц.к.\infty} \frac{\beta_{ds}}{\beta_{ds,ц.к.(t-t_c)}} = 1,59 \varepsilon_{ц.к} \frac{\beta_{ds}}{\beta_{ds,ц.к.(t-t_c)}}, \quad (37)$$

где  $\beta_{ds}$  определяется по зависимости (5), а  $\beta_{ds,ц.к.(t-t_c)}$  — по следующей зависимости:

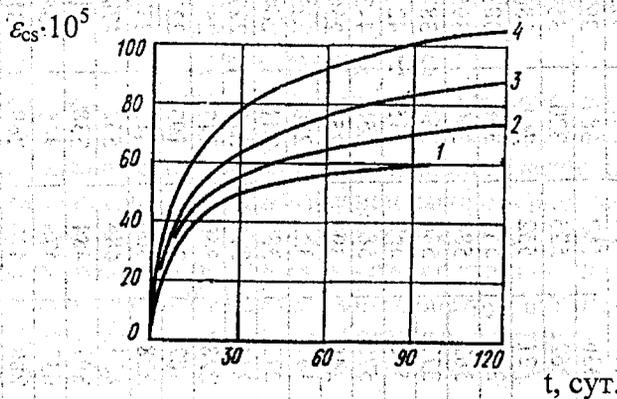
$$\beta_{ds,ц.к.(t-t_c)} = \left[ \frac{t - t_c}{350(35/100)^2 + t - t_c} \right]^{0,5} \quad (38)$$

С учетом полученных зависимостей функция геометрических размеров элемента и развития усадки во времени  $\varphi_{в}$  записана в виде:

$$\varphi_{в} = 1,59 \left[ \frac{42,9 + t - t_c}{350(h_0/100)^2 + t - t_c} \right]^{0,5} \quad (39)$$

### 3.4. Влияние содержания арматуры

Ненапряженная арматура в железобетонных элементах сдерживает развитие усадочных деформаций. Влияние степени армирования железобетонных элементов показано на рис.4 [12], из которого следует, что уменьшение деформаций усадки за счет армирования бетона определяется нелинейной зависимостью от процента армирования. В таблице 1 приведены результаты расчета значений коэффициентов, отражающих относительное уменьшение усадки железобетонных элементов в зависимости от процента армирования и фактической продолжительности усадки бетона, полученные из графиков рис.4. Из данных таблицы 1 следует, что значения коэффициентов практически не зависят от продолжительности усадки и что при увеличении процента армирования до 4,5 величина усадки уменьшается примерно на 40%.



1 –  $\mu = 4,5\%$ ; 4 –  $\mu = 3\%$ ; 3 –  $\mu = 1,5\%$ ; 4 –  $\mu = 0\%$ ;

Рисунок 4 – Влияние степени армирования на усадку железобетонных элементов

Таблица 1– Значения коэффициентов относительного уменьшения усадки бетона от степени армирования

Продолжительность усадки, сут.	Значение коэффициентов при $\mu\%$ :		
	1,5	3,0	4,5
30	0,80	0,70	0,64
60	0,84	0,69	0,61
90	0,82	0,70	0,60
120	0,84	0,69	0,60
Среднее значение	0,82	0,695	0,61

Корреляционный анализ полученных данных позволил получить функцию влияния содержания арматуры в железобетонных элементах в виде:

$$\varphi_a = 1 - 0,135\mu^{0,7} \quad (40)$$

### 3.5. Степень корреляции полученных расчетных моделей

С учетом полученных расчетных зависимостей, отражающих влияние на усадку бетонных и железобетонных элементов по сравнению с усадкой цементного камня, определяемой по [1], расчетная модель линейной усадки железобетона записана в общем виде:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{ц.к} \cdot \varphi_3 \cdot \varphi_{в.з} \cdot \varphi_\beta \cdot \varphi_a, \quad (41)$$

где  $\varepsilon_{ц.к}$  – линейная относительная деформация ЦК, рассчитываемая по зависимостям [1] в 28-суточном возрасте;

$\varphi_3, \varphi_{в.з}, \varphi_\beta, \varphi_a$  – приведенные выше функциональные зависимости, учитывающие структурные характеристики бетона, геометрические размеры железобетонных элементов, степень армирования ненапряженной арматуры и условия выдерживания конструкций.

Для оценки степени корреляции полученных расчетных моделей с опытными данными были произведены расчеты значений усадки бетона для 33 экспериментальных результатов, полученных различными авторами в контролируемых атмосферных условиях. Технологические и структурные

Таблица 2 — Сравнительные данные расчетных и опытных значений усадки бетона

№	Авторы	Ц	В	$\frac{В}{Ц}$	$\frac{В-В_n}{Ц}$	RH, %	$\frac{h_0}{100}$	t	авторы	СНБ	СН 365-67	ЕКБ	Улиц.	Алекс	Опыт
1	Шайдлер (1957 г)	329	191	0,580	0,548	50	0,75	360	340	476	411	375	439	311	502
2	Шайдлер (1957 г)	568	210	0,370	0,354	50	0,75	360	565	433	476	410	266	529	570
3	Вайль (1959 г)	358	186	0,520	0,491	65	0,5	767	343	493	342	319	366	271	310
4	Гумель (1959 г)	338	186	0,550	0,519	65	1	900	293	445	311	275	341	259	370
5	Виронно (1960 г)	335	164	0,490	0,458	50	0,35	365	268	584	350	372	385	292	250
6	Виронно (1960 г)	355	174	0,490	0,460	50	0,35	365	336	552	384	392	413	187	215
7	Виронно (1960 г)	385	154	0,400	0,372	50	0,35	365	262	525	320	359	275	325	285
8	Виронно (1960 г)	380	167	0,440	0,412	50	0,35	365	321	552	361	380	341	330	305
9	Виронно (1960 г)	376	169	0,450	0,422	50	0,35	365	328	584	368	383	359	328	320
10	Виронно (1960 г)	374	176	0,470	0,442	50	0,35	365	362	584	390	395	396	330	350
11	Виронно (1960 г)	454	168	0,370	0,348	50	0,35	365	377	536	364	389	295	395	230
12	Виронно (1960 г)	555	183	0,330	0,313	50	0,35	365	506	552	415	426	359	503	375
13	Виронно (1960 г)	544	196	0,360	0,343	50	0,35	365	575	584	458	443	313	497	320
14	Сытник (1962 г)	400	160	0,400	0,374	70	0,5	380	246	392	253	259	202	263	233
15	Сытник (1962 г)	400	160	0,400	0,374	70	1	380	197	323	230	223	176	263	217
16	Сытник (1962 г)	500	155	0,310	0,290	70	0,5	362	272	381	241	264	141	333	215
17	Сытник (1962 г)	500	155	0,310	0,290	70	1	362	216	316	219	227	123	333	233
18	Сытник (1962 г)	526	142	0,270	0,251	70	0,5	372	228	360	212	257	108	347	259
19	Сытник (1962 г)	526	142	0,270	0,251	70	1	372	182	304	193	221	94	347	205
20	Сытник (1962 г)	526	142	0,270	0,251	70	0,5	372	228	360	212	257	108	347	231
21	Цейлон (1963 г)	700	245	0,350	0,339	60	0,35	365	833	484	562	478	341	600	334
22	Цейлон (1963 г)	500	175	0,350	0,330	60	0,35	365	397	484	338	361	236	393	290
23	Цейлон (1963 г)	700	210	0,300	0,288	60	0,35	365	637	476	445	434	238	588	348
24	Цейлон (1963 г)	500	150	0,300	0,280	60	0,35	365	280	476	269	331	165	381	257
25	Вайлгер (1966 г)	340	187	0,550	0,519	55	0,5	112	326	451	393	374	436	298	410
26	Вайлгер (1966 г)	340	187	0,550	0,519	55	0,5	112	326	451	393	374	436	298	390
27	Сытник и Иванов (1967 г)	457	192	0,420	0,399	55	0,5	360	458	505	408	383	311	388	280
28	Сытник и Иванов (1967 г)	381	160	0,420	0,392	55	0,5	360	260	491	310	329	257	306	215
29	Сытник и Иванов (1967 г)	314	132	0,420	0,384	55	0,5	360	93	482	232	281	207	234	205
30	Сытник и Иванов (1967 г)	537	145	0,270	0,251	55	0,5	360	270	439	268	334	130	436	220
31	Сытник и Иванов (1967 г)	964	405	0,420	0,415	55	0,5	360	1833	546	1260	742	756	941	1400
32	Сытник и Иванов (1967 г)	1130	305	0,270	0,266	55	0,5	360	1211	439	818	619	276	1091	900
33	Берг и Рожков (1969 г)	473	142	0,300	0,278	55	0,75	250	199	394	248	298	130	377	295

характеристики бетонов и растворов варьировались в весьма широких пределах. Например, содержание цемента изменялось от 330 до 1130 кг/м<sup>3</sup>; расход воды колебался в пределах 132 – 405 кг/м<sup>3</sup>; водоцементное отношение бетона находилось в пределах 0,24 – 0,58. Относительная влажность воздуха изменялась от 50 до 70%. В широких пределах изменялись геометрические размеры элементов.

Сравнительные расчетные и опытные данные приведены в таблице 2. Там же представлены расчетные значения усадки бетона, подсчитанные по методике СНБ 5.03.01-02, СНЗ65-67, ЕКБ, проекта ДИН 1045-1 Улицкого, Александровского. Данные таблицы свидетельствуют об удовлетворительной корреляции значений усадки бетона, рассчитанных по предлагаемым математическим моделям. Среднеквадратическое отклонение составляет 33% коэффициент корреляции — 0,92, что вполне удовлетворяет требованиям к уровню прогнозирования усадки бетона, имея в виду многофакторность воздействий и недостаточную изученность проблемы усадки цементных композиций.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Известные зависимости усадки бетона и железобетонных конструкций являлись результатом обобщения определенной базы экспериментальных данных, которые получены при варьировании ограниченного круга физико-химических, структурных, технологических и внешних факторов. Предлагаемые расчетные модели основаны на использовании закономерностей химической и влажностной усадки цементного камня с учетом влияния структуры бетона, физико-механических свойств его компонентов, геометрических размеров бетонных и железобетонных элементов, степени армирования, температурно-влажностных условий выдерживания конструкций. Разработанная методика прогнозной оценки деформаций усадки бетона и железобетонных конструкций по сравнению с другими методиками, в том числе предложенной в СНБ 5.03.01-02, в наибольшей степени корреспондируется с опытными данными.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Блещик Н.П., Рак А.Н., Рыскин М.Н. К построению расчетной модели усадки цементного камня с позиций физико-химической механики дисперсных систем. Статья в настоящем выпуске Вестника БГТУ.
2. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. - М.: 1973-46с.
3. Ребиндер П.А. Физико-химическая механика. - М.:1958.
4. Берг О.Я., Щербаков Е.Н., Писанко Г.Н. Высокопрочный бетон. - М.: 1971-208с.
5. Некрасов В.В. Изменение объема системы при твердении гидравлических вяжущих. Изд. АН СССР. ОТН, №6, 1945.
6. EN 1992-2-1. Eurocodez "Desing of concrete structures. Part 1: General Rules and Rules for Building." – Comition of European Communities, Des 1991. p. 253.
7. СНБ 5.03.01-02 «Бетонные и железобетонные конструкции». – Мн.: 2003-139с.
8. Ли Ф.М. Химия цемента и бетона. - М.: 1961.
9. Циловани З.Н. Усадка и ползучесть бетона. - Тбилиси, 1963.
10. Улицкий И.И. Определение величин деформаций ползучести и усадки бетонов Киев, 1963.
11. Холминский М.М. Бетон и железобетон. Деформативность и прочность. - М.: 1997-с483-487.
12. Шейкин А.Е., Чеховский Ю.В., Бруссер М.И. структура и свойства цементных бетонов. — М.:1979-343с.
13. Баженов Ю.М. Технология бетона. – М.: 2003-500с.
14. Унифицированные практические рекомендации по расчету и осуществлению железобетонных конструкций. Европейский комитет по бетону. Изд. ЦИНИС, 1966.
15. Улицкий И.Н., Киреева С.В. Усадка и ползучесть бетонов заводского изготовления. – Киев: 1963.
16. ДИН 1045-1 (проект). Несущие конструкции из бетона, железобетона и предварительно напряженного железобетона – Часть I: Выбор параметров и сооружение. — 1997г.
17. Лермит Р. проблемы технологии бетона. — М.:1959.
18. II международный конгресс по бетону. — М.:1960.
19. Блещик Н.П. Структурно-механические свойства и реология бетонной смеси и пресс вакуумбетона. – Мн.: 1977-230с.
20. Десов А.Е. и др. Некоторые вопросы теории усадки бетона// ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. — М.:1976.