

В результате проведенной работы величины частот собственных колебаний пешеходного перехода, определенные с помощью диагностического комплекса «Струна-2» и величины частот собственных колебаний, вычисленные теоретическим методом с помощью программного комплекса «Лира-8», в предположении идеальной стыковки монолитных участков со сборными элементами сооружения дают примерно одинаковые величины. Это говорит о надежном соединении узлов перехода на момент проведения испытаний. Также в ходе исследований было выявлено негативное влияние изгибно-крутильных форм колебаний сооружения вследствие действия:

- ударной воздушной волны от движущего автотранспорта;
- кинематических колебаний из-за несбалансированности колес автотранспорта и неровности дорожного полотна;
- увеличивает ширину раскрытия трещин на стыках сборного железобетона с монолитными элементами по сравнению с нормативными от усадки бетона.

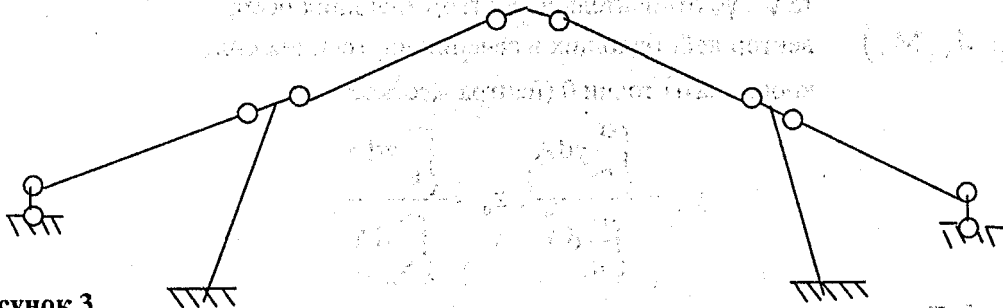


Рисунок 3

В то же время можно предположить, что ширина раскрытия трещин со временем будет увеличиваться и жесткость стыков будет падать, что в пределе может образоваться изменяемая или мгновенно изменяемая система в горизонтальной плоскости (рис.3). Поэтому, для обеспечения безопасной эксплуатации данного сооружения, необходимо периодически проводить обследование технического состояния его строительных конструкций, чтобы предупредить проявления опасных аварийных тенденций.

Аналогичным способом можно по фактическим данным динамических испытаний, при помощи программного моделирования обратного расчета, определить остаточную жесткость и прочность соединений сборных элементов различных сооружений.

УДК 624.012.45

Алявдин П.В., Симбиркин В.Н., Касабуцкий С.М.

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ НЕГЛАДКИХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

1. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим поперечное сечение стержневого железобетонного элемента (рис. 1) при действии кратковременных и длительно действующих усилий растяжения-сжатия и изгиба в двух плоскостях. Его напряженно-деформированное состояние, с учетом гипотезы плоских сечений (или модификации этой гипотезы для средних деформаций), может быть представлено системой трех нелинейных уравнений:

$$\begin{bmatrix} \varpi & 0 & 0 \\ 0 & B_y & B_{yz} \\ 0 & B_{yz} & B_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi_y \\ \psi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \text{ или } \mathbf{B}(q)\mathbf{q} = \mathbf{S}, \quad (1)$$

где $\mathbf{B}(q)$ – матрица жесткости сечения, элементы которой выражаются формулами:

$$\omega = \int_A \frac{\sigma}{\epsilon} dA; \quad (2)$$

$$B_y = \int_A \frac{\sigma}{\epsilon} (z - z_0)^2 dA; \quad (3)$$

$$B_z = \int_A \frac{\sigma}{\epsilon} (y - y_0)^2 dA; \quad (4)$$

$$B_{yz} = \int_A \frac{\sigma}{\epsilon} (y - y_0)(z - z_0) dA; \quad (5)$$

$q = (\epsilon_0, \psi_y, \psi_z)$ – вектор деформаций, включающий значения осевой относительной деформации ϵ_0 (в центре жесткости сечения 0, см. рис. 1) и кривизн элемента ψ_y, ψ_z относительно соответствующих осей;

$S = (N, M_y, M_z)$ – вектор действующих в сечении внутренних сил;

y_0, z_0 – координаты точки 0 (центра жесткости),

$$y_0 = \frac{\int_A \frac{\sigma}{\epsilon} y dA}{\int_A \frac{\sigma}{\epsilon} dA}, \quad z_0 = \frac{\int_A \frac{\sigma}{\epsilon} z dA}{\int_A \frac{\sigma}{\epsilon} dA}; \quad (6), (7)$$

$\sigma = (\sigma_c \cap \sigma_s)$ – нормальные напряжения, действующие по направлению оси X;

Y, Z – произвольно выбранные ортогональные оси;

$A \supseteq A_c \cup A_s$ – площадь поперечного сечения;

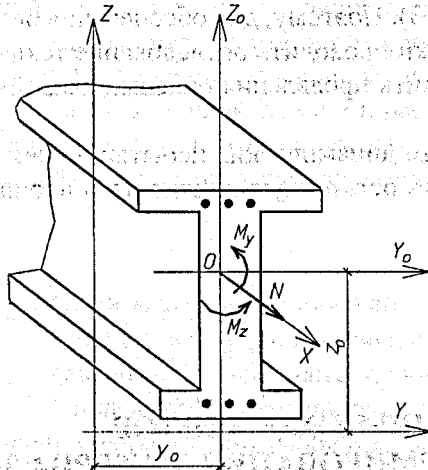


Рисунок 1 – Поперечное сечение стержневого железобетонного элемента и действующие внутренние силы

Нижние индексы с и s относятся соответственно к бетону и арматуре. Учет влияния сдвига и кручения показан в работах [1, 2].

Относительные деформации ϵ по направлению оси стержня X в точке поперечного сечения с координатами (y, z) определяем в соответствии с гипотезой плоских сечений:

$$\epsilon = \epsilon_0 - \psi_y (z - z_0) - \psi_z (y - y_0); \quad (8)$$

а величины нормальных напряжений находим по принятым зависимостям

$$\sigma_c = f_c(\epsilon_c), \quad \sigma_s = f_s(\epsilon_s), \quad (9)$$

которые могут иметь любой вид и моделировать работу материалов, как при кратковременном, так и при длительном нагружении.

Для вычисления значений интегралов в формулах (2) - (7) используем квадратурные формулы Гаусса и Симпсона, что не требует, в отличие от менее точного общепринятого подхода [3, 4], разбиения площади сечения на малые конечные площадки.

Принимаем, что если при заданных усилиях существует хотя бы одно решение системы (1), то прочность поперечного сечения обеспечена.

Аналогично рассмотрены поперечные сечения малых конечных элементов железобетонных плит и пологих оболочек, работающих на изгиб и растяжение (сжатие) в двух направлениях (рис. 2). При этом учтены изгибающие моменты M_1, M_2 и мембранные силы N_1, N_2 . Полученная таким образом система соотношений включает четыре нелинейные уравнения:

$$\begin{aligned} \varpi_1 \varepsilon_{o1} &= N_1; \\ B_1 \psi_1 &= M_1; \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \varpi_2 \varepsilon_{o2} &= N_2; \\ B_2 \psi_2 &= M_2, \end{aligned}$$

где

$$\varpi_1 = \int_{A_1} \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} dA; \tag{11}$$

$$B_1 = \int_{A_1} \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} (z - z_{o1})^2 dA; \tag{12}$$

$$\varpi_2 = \int_{A_2} \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} dA; \tag{13}$$

$$B_2 = \int_{A_2} \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} (z - z_{o2})^2 dA; \tag{14}$$

$$z_{o1} = \frac{\int_{A_1} \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} z dA}{\int_{A_1} \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} dA}, z_{o2} = \frac{\int_{A_2} \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} z dA}{\int_{A_2} \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} dA}; \tag{15}, (16)$$

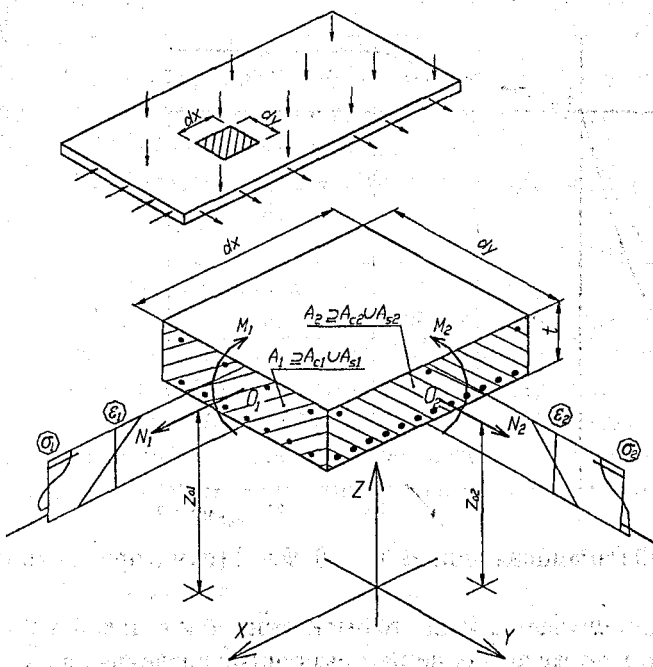


Рисунок 2 – Малый элемент железобетонной плиты или оболочки; действующие внутренние силы; эпюры напряжений σ и относительных деформаций ε

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{o1} - \psi_1 (z - z_{o1}); \tag{17}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{o2} - \psi_2 (z - z_{o2}). \tag{18}$$

Уравнения, составляющие систему (10), нелинейные, вследствие нелинейных зависимостей между напряжениями и относительными деформациями бетона в направлениях 1 и 2:

$$\sigma_{c1} = f_c(\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2}), \quad \sigma_{c2} = f_c(\varepsilon_{c2}, \varepsilon_{c1}) \tag{19}$$

2. АНАЛИЗ СООТНОШЕНИЙ ЗАДАЧИ

Решение систем уравнений для расчета железобетонных стержневых (1) и оболочечных (10) элементов возможно численными методами. Основными проблемами при этом будут вопросы сходимости итерационного процесса и существование более чем одного решения задачи. Эти проблемы рассмотрены на примере системы уравнений (1) для сечения стержневого элемента. С этой целью исследованы функции $f_1 = \omega \epsilon_0 := N$, $f_2 = B_y \psi_y + B_{yz} \psi_z := M_y$ и $f_3 = B_{yz} \psi_y + B_z \psi_z := M_z$, расположенные в левой части уравнений (1).

Построены графики функций f_1 , f_2 и f_3 для квадратных сечений железобетонных элементов с различным процентом армирования. Использована полная (с ограниченной ниспадающей ветвью) диаграмма деформирования сжатого и растянутого бетона из Eurocode2 [5]. Для арматуры принята диаграмма „ $\sigma_s - \epsilon_s$ ”, соответствующая работе мягких сталей и характеризующаяся линейной зависимостью $\sigma_s(\epsilon_s)$ в упругой стадии, площадкой текучести и зоной упрочнения до пикового значения напряжений, равного пределу прочности стали (рис. 3). Предварительное напряжение арматуры, а также усадка и ползучесть бетона не рассмотрены.

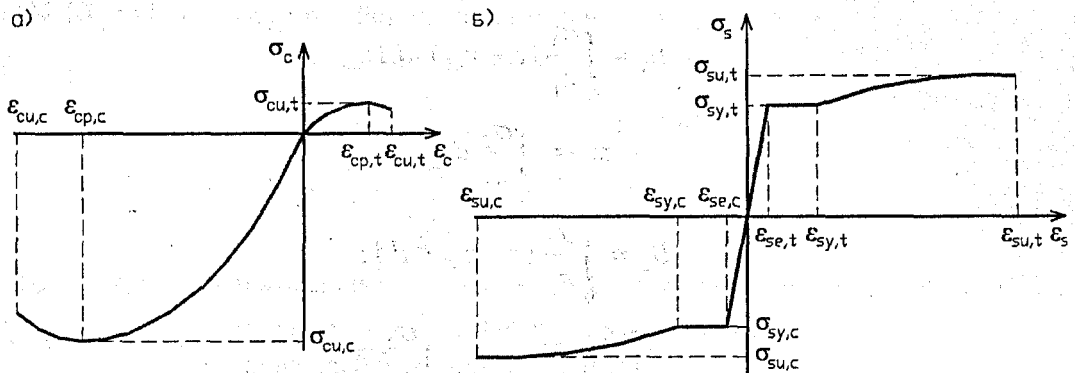


Рисунок 3 – Диаграммы деформирования бетона (а) арматурной стали (б)

На рис. 4 приведены графики функции $f_1(\epsilon_0)$, полученные путем расчета сечений шаговым итерационным методом.

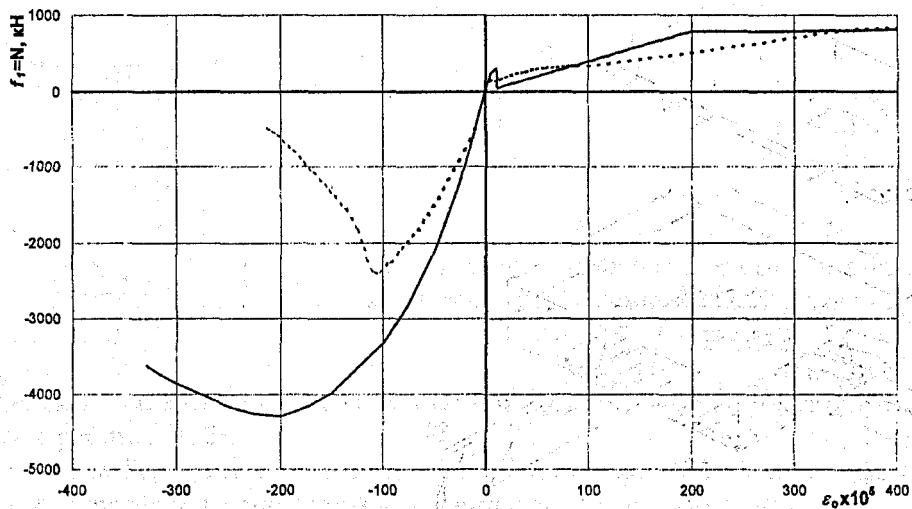


Рисунок 4 – Вид функции $f_1(\epsilon_0) = N$ при $\psi_y = \psi_z = 0$ (сплошная линия), $\psi_y \neq 0, \psi_z = 0$ (пунктирная линия)

Как следует из рис. 4, функция f_1 и в общем случае не является монотонной и гладкой в области своего определения и может принимать одно и то же значение при различных значениях аргумента. Аналогичными свойствами обладают и функции f_2 и f_3 [1]. То есть, существует неединственность решения системы уравнений (1) и одним и тем же значениям внутренних сил могут соответствовать несколько напряженно-деформированных состояний сечения.

Указанными свойствами обладает также и система уравнений (10). Следовательно, проблемы негладкости, немонотонности и неединственности решений задач возникают и при исследовании железобетонных конструкций в целом.

Рассматриваемые здесь задачи расчета имеют в общем случае множество решений; для реальных работоспособных несущих систем это множество не пусто. Это значит, что существует хотя бы одно напряженно-деформированное состояние, вызванное действующей на конструкцию нагрузкой. При неупругом деформировании материалов и элементов определяющие соотношения конструкции будут многозначными, и внешней нагрузке будет соответствовать более чем одно состояние системы даже при отсутствии ниспадающих участков на диаграммах „ σ - ϵ ”. Возникающая ситуация типична для работающих в неупругой стадии железобетонных конструкций [6].

3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Расчетные зависимости для многократно неопределимой железобетонной конструкции представим системой из n нелинейных уравнений или в векторном виде

$$f(q, S) = 0. \quad (20)$$

Они включают n -мерный вектор неизвестных деформаций или перемещений $q \in R^n$ и (энергетически) соответствующий ему заданный вектор усилий или нагрузок $S \in R^n$; n – степень неопределимости системы. Эти уравнения содержат невыпуклые (немонотонные) и негладкие зависимости $f(\cdot) \in R^n$.

Традиционно применяемые итерационные методы решения системы уравнений (20) [7] не позволяют выявить полное множество ее решений и могут применяться только для анализа несущей способности сечений.

Адекватные методы решения задач (20) предназначены для отыскания всего множества существующих решений. При наличии у системы потенциала в этом случае находится глобальный среди всех возможных локальных оптимумов для некоторой экстремальной функции. К глобальным относятся методы случайного поиска и прямого перебора или сканирования. В работе [1] для получения неединственных решений негладких задач расчета железобетонных конструкций предложен метод Ньютона и процедура выбора стартовых точек.

Возможен иной подход к решению системы нелинейных уравнений (20). Известными методами [8] приводим систему (20) к следующей задаче негладкой оптимизации,

$$f_0(q, S) \rightarrow \min, \quad (21)$$

где $f_0(\cdot)$ – потенциал системы (20), $f_0 \in R^1$. Функцию f_0 можно также принять формально, например, в виде

$$f_0(q, S) = \sum_{i=1}^n f_i^2(q, S) \quad (22)$$

Целевая функция f_0 (22) не обладает свойствами дифференцируемости и непрерывности. Кроме того, она может иметь несколько локальных экстремумов внутри допустимой области и не быть определенной вне допустимой области.

Необходимым условием (первого порядка) строгого локального минимума негладкой функции $f_0(q, S)$ в точке q будет [9]:

$$f_0^{\downarrow}(q) > 0, \quad (23)$$

где в левой части записана „скорость наискорейшего спуска” функции f_0 в точке q .

Для решения таких задач эффективными оказываются эволюционные методы поиска и, в частности, генетические алгоритмы [10]. Они являются, по сути, комбинацией методов перебора и градиентного спуска. При соответствующем построении генетический алгоритм позволяет отыскивать все решения задачи практически при полном отсутствии информации о характере исследуемой функции. В результате работы генетического алгоритма определяем все решения задачи (21), после чего проверяем их соответствие (с заданной точностью) решениям системы уравнений (20).

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Выполним сравнительный расчет напряженно-деформированного состояния квадратного поперечного сечения изгибаемого железобетонного элемента (рис. 5) с применением модифицированного метода Ньютона-Рафсона (метода начальных касательных модулей) и генетического алгоритма.

Рассматриваемое сечение элемента имеет диаграмму „момент-кривизна”, представленную на рис. 5. Определим напряженно-деформированное состояние (т.е. кривизну ψ_y и соответствующие ей напряжения и деформации) сечения для двух значений действующего изгибающего момента – максимального $M_{y,ult} = 236$ кНм и $M_{y,1} = 190$ кНм, при котором возможны два решения задачи (1).

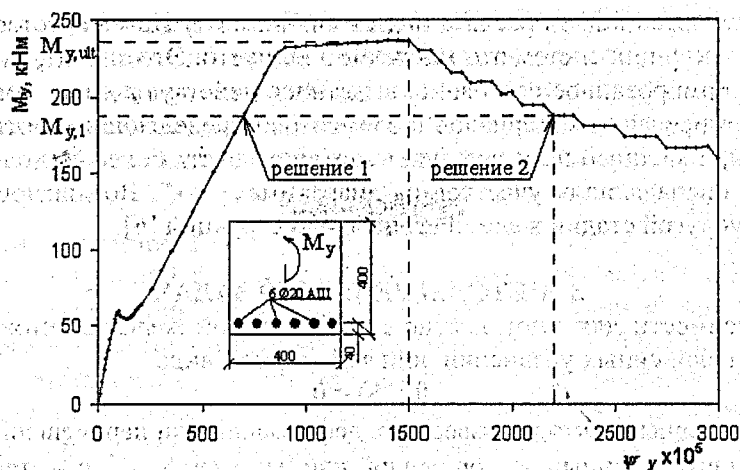


Рисунок 5 – Диаграмма „момент-кривизна” для рассматриваемого поперечного сечения

Результаты сопоставления двух методов для решения системы уравнений (1) приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты решения задачи (1) двумя методами

Метод	Заданное усилие		Погрешность решения, %		
			max	min	среднее
Модифицированный Ньютона-Рафсона (300 итераций)	$M_{y,ult}=236$ кНм		$4,14 \cdot 10^{-1}$	$4,14 \cdot 10^{-1}$	$4,14 \cdot 10^{-1}$
	$M_{y,1}=190$ кНм	решение 1	$1,14 \cdot 10^{-9}$	$1,14 \cdot 10^{-9}$	$1,14 \cdot 10^{-9}$
		решение 2	решение не найдено		
Генетический алгоритм (40 смен поколений)	$M_{y,ult}=236$ кНм		$1,43 \cdot 10^{-3}$	$2,29 \cdot 10^{-3}$	$5,05 \cdot 10^{-4}$
	$M_{y,1}=190$ кНм	решение 1	$2,124 \cdot 10^{-3}$	$1,03 \cdot 10^{-5}$	$1,06 \cdot 10^{-3}$
		решение 2	$3,10 \cdot 10^{-3}$	$2,12 \cdot 10^{-5}$	$0,86 \cdot 10^{-3}$

Как следует из расчетов, модифицированный метод Ньютона-Рафсона в случаях, когда производные $\partial f_i / \partial \varepsilon_j$ положительны и далеки от нуля, имеет более быструю сходимость, чем генетический алгоритм. Сходимость метода значительно замедляется, когда производные $\partial f_i / \partial \varepsilon_j$ близки к нулю. Метод в традиционной реализации не позволяет найти несколько решений задачи.

Сходимость генетического алгоритма носит скачкообразный, но устойчивый характер и практически не зависит от вида целевой функции. Метод позволяет отыскивать все глобальные и локальные экстремумы целевой функции, которая может быть негладкой и невыпуклой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алявдин П.В., Симбиркин В.Н. Решение негладких задач расчета элементов железобетонных конструкций // Будаўніцтва. Строительство. Construction. – 2000. – № 1. – С 11-21.
2. Тур В.В., Кондратчик А.А. Расчет железобетонных конструкций при действии поперечных сил. 2000., Вестник БрГТУ 2004/1.
3. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям / Байков В.Н., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. и др. // Бетон и железобетон. – 1987. – №5. – С. 16-18.
4. Лазовский Д.Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений. – Новополоцк: Изд-во Полоцкого гос. ун-та, 1998. – 240 с.
5. ENV 1992-1-1, Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings. – Brussels: European Committee for Standardization, 1992.
6. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
7. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – М.: Мир, 1975. – 560 с.
8. Алявдин П.В. Анализ несущей способности и оптимальное проектирование упругопластических конструкций // Белорусск. политехн. ин-т. - Минск, 1990. - Деп. в ВНИИТПИ 14.10. 1990, № 10856. - 436 с.
9. Демьянов В.Ф. Условия экстремума и вариационные задачи. – Санкт-Петербург, С.-Петербург. Гос. Ун-т, 2000. – 136 с.
10. R.L. Haupt, S.E. Haupt. Practical Genetic Algorithms. – New York, Chichester et al.: A Wiley-Interscience Publication, 1998. – 177 pp.