захват, что может быть учтено принятием коэффициента распределения $k_w = 0,3$. Остальная часть усилия воспринимается работающим на растяжение бетоном, расположенным в расчетном сечении, имеющем сложный пространственный вид и пересекающем верхнюю грань плиты наклонно к ней.

С учетом полученных экспериментальных и теоретических данных величины предельной нагрузки N_u захват рекомендуется определять по формуле

$$N_u = N_{wt}/k_w, \qquad (1)$$

где N_{wt} – суммарная прочность расчетных сечений продольных ребер при внецентренном растяжении, определяемая по формуле

$$N_{wt} = 1,25\ f_{ctd} \cdot b_{ef} \cdot h, \qquad (2)$$

здесь f_{ctd} — расчетное сопротивление бетона осевому растяжению, $b_{ef} = \omega_w b'$ — условная эффективная ширина расчетного сечения одного ребра.

Результаты расчета прочности узла анкеровки по формулам (1) и (2) показали хорошую сходимость расчетных и опытных величин (среднее отношение составило 0,97 при коэффициенте вариации 0,152).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции / Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь. — Мн.: РУП «Минсктиппроект», 2003. — 140 с.
2. Рак Н. А., Щербак С. Б. Исследование узлов беспетлевой строповки железобетонных многопустотных плит // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура, 2004
3. Бердичевский Г. И., Крамарь В. Г., Воробьев А. Н. Трещиностойкость многопустотных панелей перекрытий при воздействии монтажных нагрузок // Предварительно-напряженные конструкции зданий и инженерных сооружений / НИИЖБ Госстроя СССР. — М.: Стройиздат, 1977. — С. 128-134.
4. ГОСТ 9561-91. Плиты перекрытий железобетонные многопустотные для зданий и сооружений. Технические требования. / Госкомитет СССР по строительству и инвестициям. – М: Издательство стандартов, 1992. — 22 с.

УДК 624.04

Сидорович Е. М.

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ, ИСТОРИИ И РЕЖИМОВ НАГРУЖЕНИЯ

При реконструкции и усилении существующих сооружений, а также при проектировании новых облегченных или уникальных сооружений из современных материалов приходится вести расчеты уже нагруженных сооружений на дополнительные силовые, температурные, кинематические и прочие статические и динамические воздействия с учетом существующих внутренних сил, приобретенных или предполагаемых дефектов, включения или выключения односторонних связей, развития или закрытия пластических шарниров. Правильный учет вышеописанных явлений неизбежно приводит к нелинейным зависимостям между искомыми параметрами состояния сооружений и параметрами воздействий. Действующие нормативные документы не только допускают, но и рекомендуют проводить расчеты сооружений с учетом геометрической и физической нелинейности. Только нелинейная теория позволяет обоснованно определить распределение внутренних сил в элементах сооружения в рабочем или предельном состояниях, оценить его способность противостоять заданным и дополнительным, неучтенным воздействиям, т. е. убедиться в реальной несущей способности, жесткости и устойчивости сооружения при эксплуатации.

В данной работе рассматриваются общие особенности работы и расчета произвольных плоских или пространственных нелинейно деформируемых несущих систем, стержневых, тонкостенных или массивных. Современная теория расчета деформируемых систем, основанная на методе конечных элементов, позволяет проводить расчеты любых конструктивных схем с единых методологических позиций, как в линейной постановке, так и в нелинейной.

При этом теряет свою актуальность классификация расчетных схем сооружений на геометрически изменяемые и геометрически неизменяемые, на статически определимые и статически неопределимые. На первое место выходит классификация текущих состояний равновесия деформированных несущих систем на устойчивые и неустойчивые состояния равновесия. Только в устойчивом состоянии равновесия несущая конструкция может воспринять дополнительную нагрузку и перейти в новое состояние равновесия, тоже устойчивое, а при снятии нагрузки вернуться в первоначальное состояние равновесия. Только относительно устойчивых состояний равновесия возможны колебания деформированной системы при динамических воздействиях. Именно возможность нагруженной системы совершать колебания с ограниченными амплитудами и является критерием ее устойчивости. Такие разные конструкции, как подъемный кран со стрелой, тросом и поднимаемым грузом (геометрически изменяемая система); пластинчато-стержневой каркас высотного здания (многократно статически неопределимая система), изначально нагруженный собственным весом; сжатый сферический купол или растянутая висячая оболочка (пространственные тонкостенные системы) в расчетном отношении становятся полностью идентичными, если их равновесие устойчиво, а расчет на дополнительные воздействия ведется по деформированному состоянию. Более того, к разным конструктивным схемам можно применить один и тот же алгоритм расчета, если их полагать составленными из определенных наборов простейших хорошо изученных элементов (стержней, пластинок, объемных тел простой формы и т. п.), которые принято называть конечными элементами.

Нелинейность или линейность расчетных зависимостей зависит от свойств деформируемой системы и целей расчета. При этом необходимо четко понимать, что метод конечных элементов как мощный численный метод решения задач высокой размерности сам по себе не в состоянии решить систему нелинейных уравнений и даже одно нелинейное уравнение. Методом конечных элементов можно с достаточной степенью приближенности вычислить значение потенциальной энергии деформации (или полной потенциальной энергии) многоэлементной деформируемой системы в конкретном состоянии равновесия. Можно вычислить вектор невязок системы нелинейных уравнений высокого порядка при заданных значениях неизвестных. Можно сформировать матрицу коэффициентов канонических уравнений метода перемещений (матрицу жесткости) и вектор свободных членов любой деформируемой системы, составленной из любого числа любых конечных элементов. Можно, наконец, вычислить определенный интеграл (даже функционал) с любым заданным подынтегральным выражением. Успех решения любой нелинейной задачи зависит, во-первых, от ее правильной формулировки и, во-вторых, от удачно выбранного численного метода решения полученной системы нелинейных уравнений. Возникающие при этом проблемы, связанные с высоким порядком решаемых систем уравнений, легко и эффективно снимаются именно методом конечных элементов.

Как известно [1, 2, 3], нелинейная теория расчета несущих систем базируется на исследовании перехода деформируемой системы из одного состояния равновесия, принимаемого за исходное, в некоторое новое состояние равновесия – расчетное. Внешние воздействия, вызвавшие переход, полагаются заданными. Определению подлежат три группы параметров, характеризующих состояние деформируемой системы:

1. Усилия в новом, расчетном состоянии равновесия (или приращения усилий относительно известных усилий исходного состояния).
2. Перемещения узлов деформируемой системы при ее переходе из исходного в новое состояние равновесия (или координаты узлов системы в новом состоянии равновесия).
3. Полные деформации элементов системы в новом состоянии равновесия (или приращения деформаций по отношению к деформациям исходного состояния равновесия).

Соответственно рассматриваются три группы разрешающих уравнений (уравнений деформирования):

1. Уравнения равновесия в новом деформированном состоянии (статические уравнения), устанавливающие зависимость между усилиями, перемещениями и нагрузками. Иногда в уравнения равновесия входят и деформации (или приращения деформаций).
2. Уравнения совместности деформаций и перемещений (геометрические уравнения), устанавливающие зависимость между перемещениями и деформациями.
3. Физические уравнения, определяющие свойства материала элементов сооружения и устанавливающие зависимость между усилиями и деформациями.

Заранее следует отметить, что нелинейные уравнения деформирования имеют при заданном уровне воздействий не всегда единственное и устойчивое решение. В процессе деформирования, вызванного изменением внешних воздействий, нелинейно деформируемая система может совершать хлопки, перескоки через промежуточные неустойчивые состояния равновесия. Математическая модель деформируемой системы в виде системы нелинейных уравнений может иногда зафиксировать неустойчивое промежуточное состояние равновесия в качестве найденного решения. Следовательно, необходим эффективный аппарат как для поиска фиксированных состояний равновесия нелинейно деформируемых систем, так и для анализа их устойчивости. В данной работе рассматриваются, с точки зрения автора, наиболее перспективные и работоспособные методы и приемы решения поставленных выше проблем.

Физические уравнения нелинейного деформирования, связывающие внутренние силы и деформации, обычно базируются на экспериментальной или идеализированной диаграмме простого растяжения (или сжатия), традиционно представляемой в прямой форме:

$$\sigma = \Phi(\varepsilon). \qquad (1)$$

Вид функциональной зависимости (1) для современных компьютеров не имеет принципиального значения. В расчете может быть учтена любая (нелинейная, опытная, разная для сжатия и для растяжения) диаграмма деформирования материала. Ее можно представить даже в табличной форме на сетке с произвольным шагом при произвольном числе узловых точек [9]. Если характер зависимости (1) не изменяется как при нагружении, так и при разгрузке, то материал элемента является упругим. Получение решения даже для нелинейно упругих материалов принципиальных затруднений не вызывает [1, 3]. Для этого в нелинейном алгоритме реализуется простая операция: вычисление значения напряжения (усилия) по заданному значению деформации. Или, при необходимости, обратная операция – вычисление деформации по заданному напряжению (усилию).

Для упруго-пластических материалов характер кривой деформирования (1) зависит от истории нагружения. Развиваются необратимые процессы. Приходится учитывать остаточные деформации и другие явления, связанные с повторно-переменным нагружением, применять специальные приемы алгоритмизации и программирования [2, 9].

Статические и геометрические уравнения произвольной нелинейно деформируемой системы, характеризующие ее переход из некоторого известного деформированного состояния (исходного) в новое деформированное состояние (расчетное), целесообразно представить в приращениях, т. е. относительно вектора V узловых перемещений, вектора U приращений внутренних сил и вектора E изменений деформаций элементов системы. Для расчетных моделей в виде шарнирно-стержневых систем такие уравнения нелинейного деформирования могут быть составлены точно [2, 3]. Для других расчетных моделей: стержневых изгибаемых, пространственных тонкостенных, массивных, - нелинейные статические и геометрические уравнения могут быть составлены только с той или иной степенью приближенности [1, 4, 5, 6]. В любом случае неизвестные деформации и усилия стараются исключить, оставив для дальнейшего рассмотрения только уравнения равновесия как систему нелинейных разрешающих уравнений относительно перемещений [1, 3, 6]. Порой нелинейные уравнения рассматривают чисто символически [1, 2], а дальнейшие преобразования в зависимости от выбранного численного метода решения проводят с их линеаризованными аналогами.

Рассмотрим систему разрешающих нелинейных уравнений деформирования некоторого сооружения, составленную относительно вектора неизвестных перемещений V и содержащую параметр нагружения t, пропорционально которому изменяется нагрузка или иное воздействие:

$$F(V, t) = 0, \qquad (2)$$

где F – вектор-функция вектора неизвестных перемещений и параметра продолжения содержит в качестве коэффициентов при неизвестных параметры исходного деформированного состояния, которые можно разделить на геометрические (координаты узлов деформируемой системы в исходном состоянии) и силовые (внутренние силы в элементах системы в исходном деформированном состоянии). В многомерном пространстве переменных (V, t) система нелинейных уравнений (2) определяет некоторую, в общем случае, многоветвевую кривую (траекторию) множества состояний равновесия нелинейно деформируемой системы [1, 2, 3].

Полагая F и V непрерывными функциями параметра t, продифференцируем (2) по этому параметру:

$$J(V)\frac{dV}{dt} + F_t = 0, \qquad (3)$$

Где J(V) – матрица Якоби системы (2), полученная дифференцированием (2) по переменным V, т. е. матрица мгновенной жесткости деформируемой системы при текущем значении параметра t; F_t – вектор частных производных по параметру t вектор-функции F(V, t).

К полученной системе неявных обыкновенных дифференциальных уравнений (3) необходимо присовокупить начальные условия:

при $t = t_0$, $V = V_0$,

сформулировав тем самым задачу Коши относительно вектора неизвестных функций

$$V = V(t).$$

Для решения задачи Коши можно применить любой численный метод, так как при заданных значениях компонент векторов V и F_t систему (3) можно численно разрешить относительно вектора производных как линейную. Применение одношагового метода первого порядка точности (метода Эйлера) лежит в основе известного метода последовательных нагружений и ему подобных. Как показали практические расчеты, достаточно эффективными являются методы типа Рунге-Кутта четвертого и пятого порядков точности, как с фиксированным, так и с автоматическим выбором шага [3]. В существующих проектно-вычислительных комплексах нашли практическое применение и итерационные методы ньютоновского типа решения нелинейных уравнений статического деформирования [4, 5, 6], а также и прямые методы решения дифференциальных уравнений движения [5, 6, 7].

Следует отметить, что уравнения (3) полностью идентичны линеаризованным уравнениям нелинейного деформирования, уравнениям в вариациях [1, 2, 3]:

$$J(V)\Delta V + F_t\Delta t = 0 \text{ или } J(V)\Delta V = \Delta F, \tag{4}$$

где ΔV – приращение перемещений на одном шаге нагружения деформируемой системы приращением нагрузки ΔF. Матрица мгновенной жесткости $J(V)$ в конечном итоге зависит от внутренних сил текущего состояния равновесия и должна строиться с учетом продольно-поперечного изгиба в деформированных стержнях и с учетом мембранных усилий в деформированных пластинчатых элементах.

Метод дифференцирования по параметру особенно привлекателен с методологической и алгоритмической точек зрения. Не требуется составления непосредственно системы нелинейных уравнений. Только многократно составляется матрица мгновенной жесткости рассчитываемой системы в проходимых состояниях равновесия. Используются ее симметричность и малая заполненность. Применяются эффективные методы решения систем линейных алгебраических уравнений с такими матрицами [3, 4, 6, 8]. Разумеется, все сказанное выполнимо, если матрица мгновенной жесткости не является вырожденной. Но здесь-то и проявляется основное достоинство метода дифференцирования по параметру. Вырожденность или знаковая неопределенность симметричной матрицы мгновенной жесткости служит критерием неустойчивости текущего состояния равновесия. Следовательно, для исследования устойчивости текущего состояния равновесия при непрерывном деформировании рассчитываемой системы не требуется никаких дополнительных затрат. Достаточно только разложить на множители матрицу мгновенной жесткости, если только она составлена для конкретного текущего деформированного состояния равновесия, и установить ее знаковую определенность. Более того, учет внутренних сил исходного и текущих состояний равновесия при составлении матриц мгновенной жесткости дает возможность рассчитывать и системы изменяемого типа: гибкие нити, вантовые сети, мачты на оттяжках. Растянутые гибкие нити, шарнирно-стержневые цепи и сети, хотя и являются геометрически изменяемыми, имеют положительно определенные матрицы мгновенной жесткости, обладают отпорностью, устойчивы и в расчетном отношении ни в чем не отличаются от других типов расчетных схем. К сожалению, не все проектно-вычислительные комплексы используют эту возможность.

Из системы (4) уравнений в вариациях статического деформирования кинето-статическим методом [1] выводятся дифференциальные уравнения малых, линеаризованных колебаний:

$$M\frac{d^2(\Delta V)}{dt^2} + J(V)\Delta V = \Delta F(t) \tag{5}$$

где M – матрица масс;
ΔV – вектор динамических перемещений;
$J(V)$ – матрица мгновенной жесткости некоторого фиксированного состояния равновесия;
$\Delta F(t)$ – вектор динамических нагрузок;
t – время.

Первая задача динамики о малых свободных колебаниях около фиксированного состояния равновесия сводится к обобщенной проблеме собственных значений для пучка матриц:

$$(J - \omega^2 M)\Delta V = 0 \tag{6}$$

где ω – круговая частота собственных колебаний, ΔV – соответствующая собственная форма малых колебаний. Обратный степенной метод решения частичной проблемы собственных значений со сдвигами в сочетании с фронтальным методом решения систем линейных алгебраических уравнений высоких порядков позволяет найти любую собственную частоту или группу собственных частот в заданном диапазоне и соответствующие собственные формы при любом распределении масс [3, 4, 5, 6].

Задача динамического расчета на малую вибрационную нагрузку вне резонансных зон сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд динамических перемещений:

$$(J - \theta^2 M)\Delta V = \Delta F, \qquad (7)$$

где θ – круговая частота вынужденных колебаний.

При расчетах на другие динамические воздействия используется метод разложения по формам собственных колебаний [1, 3]. Для расчета сооружений, деформации которых значительны, и для исследования переходных процессов применяют методы численного интегрирования непосредственно нелинейных дифференциальных уравнений движения, полученных из уравнений статического деформирования (2) введением сил инерции и сил сопротивления движению [4, 5, 6, 7].

Правильное представление о процессах деформирования конструкций и их элементов, понимание методов решения линейных и нелинейных задач прочности, жесткости и устойчивости сооружений независимо от их конструктивных особенностей должно способствовать не только успешному и корректному применению современных мощных проектно-вычислительных комплексов, но и созданию новых и уникальных программных продуктов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Строительная механика. — М.: Высш. шк., 2004. — 580 с.
2. Сидорович Е. М. Анализ множества состояний равновесия при нелинейном деформировании шарнирно-стержневых систем // Механика разрушения композиционных материалов: Сб. научн. тр. - Минск: Изд-во "Редакция журнала "Тыдзень", 1997. - Т. 2. - С. 53 - 69.
3. Сидорович Е. М. Нелинейное деформирование, статическая и динамическая устойчивость пространственных стержневых систем. Минск: БГПА, 1999. — 200 с.
4. Перельмутер А. В. , Сливкер В. И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. — Киев: Сталь, 2001. — 597 с.
5. Шимкович Д. Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. — М.: ДМК Пресс, 2001. — 448 с.
6. Рычков С. П. MSC.visualNASTRAN для Windows. – М.: НТ Пресс, 2004. – 552 с.
7. Сидорович Е. М. Прямые численные методы решения нелинейных задач теории сооружений // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Сб. тр. VII Междунар. научно-методич. семинара. — Брест: БГТУ, 2001. — С. 390 — 393.
8. Бартеньев О. В. Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL: Ч. I. — М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. — 448 с.
9. Сидорович Е. М. Расчет сооружений как единых нелинейно деформируемых систем с учетом неконсервативных нагрузок и повторно-переменного деформирования // Металлические конструкции: взгляд в прошлое и будущее: Сборник докладов VIII Украинской научно-технической конференции. – Часть 1. – К.: Изд-во «Сталь», 2004. – С. 404 – 413.

УДК 69.059.3

Уласевич В.П., Костюк О.В.

БЛОК ПОКРЫТИЯ С БАЛОЧНО-ВАНТОВОЙ СИСТЕМОЙ УСИЛЕНИЯ ЧЕРДАЧНЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ

На предприятиях РБ в условиях снижения промышленного производства, резкого удорожания стоимости и уменьшения объемов капитального строительства главным резервом экономии материальных и трудовых ресурсов в строительстве становится продление сроков службы существующих зданий. Долговечность зданий и сооружений определяется комплексом вопросов, связанных с качеством строительных материалов и конструкций, проектных решений, строительно-монтажных работ, условиями эксплуатации объектов. Обычно после нормативного срока эксплуатации зданий ставится задача о продлении их срока службы.

Особенно остро проблема продления сроков службы эксплуатируемых зданий стоит на тех предприятиях, основные фонды которых недопустимо изношены. К таким предприятиям в первую