

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДРЕВЕСИНЫ С ПОЗИЦИЙ ЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

1. ВВЕДЕНИЕ

При определении характеристик древесины рассматривают три природные оси анизотропии ствола дерева (рис. 1). Первая из них совпадает с направлением продольной оси (направлением волокон древесины) и обозначается буквой L , вторая ось направлена по радиусу поперечного сечения ствола дерева (радиальное направление R), а третья совпадает с направлением касательной к годичным слоям (тангенциальное направление T).

Структуре древесины наибольшим образом соответствует цилиндрическая анизотропия [4-6]; однако, математически описать ее сложно. Для малых объемов древесины, в которых пренебрегают кривизной годичных слоев, можно принимать схему ортогональной анизотропии (прямоугольной ортотропии), т.е. считать древесину телом, которое имеет три взаимно перпендикулярные плоскости упругой симметрии. Выбор ортотропной модели упрощает решение задач теории упругости применительно к элементам деревянных конструкций, имеющих обычно призматическую форму. На рис. 2 показаны природные оси и соответствующие им обозначения для произвольной призмы, вырезанной из древесины (главные направления упругой симметрии древесины как ортотропного тела).

Наибольшая вероятность образования трещин в древесине возникает при ее растяжении поперек волокон. При этом сопротивление древесины при растяжении в радиальном направлении выше, чем при растяжении в тангенциальном направлении. Это объясняется главным образом расположением прозенхимных клеток, которые в радиальном направлении образуют четкие ряды, и наличием *поперечной армирующей компоненты* древесины (целлюлозных микрофибрилл паренхимных клеток, входящих в состав сердцевинных лучей) [4-6]. На процессы деформирования и разрушения образца при растяжении в тангенциальном направлении отрицательное влияние оказывают внутренние (остаточные) напряжения, возникающие главным образом вследствие усадки.

2. ОПИСАНИЕ УПРУГОЙ РАБОТЫ ДРЕВЕСИНЫ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Для описания упругой работы древесины при расчете элементов деревянных конструкций методами теории упругости признана возможность переноса на нее ромбической кристаллической структуры. Благодаря этому и учету симметрии тензора напряжений и деформаций число неизвестных коэффициентов удается сократить до 12 (в случае общего рассмотрения анизотропного тела число неизвестных коэффициентов 81). Принимая расположение осей ортотропии в соответствии с рис. 2, обобщенный закон Гука для древесины (как для ортотропного материала) можно записать в следующем виде (для координат $x - L - 1$, $y - T - 2$, $z - R - 3$):

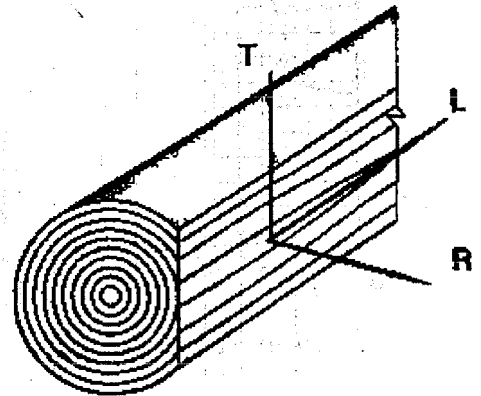


Рисунок 1 – Природные оси древесины

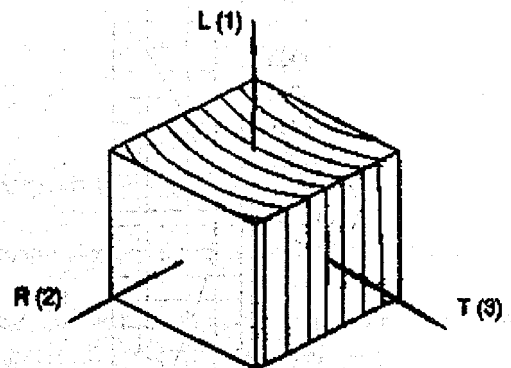
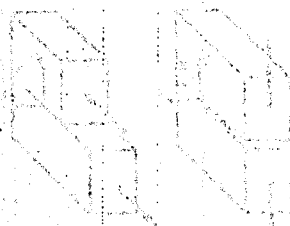


Рисунок 2 – Координатные оси, привязанные к природным осям древесины

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= c_{11}\epsilon_x + c_{12}\epsilon_y + c_{13}\epsilon_z \\ \sigma_y &= c_{21}\epsilon_x + c_{22}\epsilon_y + c_{23}\epsilon_z \\ \sigma_z &= c_{31}\epsilon_x + c_{32}\epsilon_y + c_{33}\epsilon_z \\ \tau_{yz} &= c_{44}\gamma_{yz} \\ \tau_{xx} &= c_{55}\gamma_{xx} \\ \tau_{xy} &= c_{66}\gamma_{xy} \end{aligned} \right\}$$

Относительные деформации можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{13}\sigma_z \\ \epsilon_y &= S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y + S_{23}\sigma_z \\ \epsilon_z &= S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y + S_{33}\sigma_z \\ \gamma_{yz} &= S_{44}\tau_{yz} \\ \gamma_{xx} &= S_{55}\tau_{xx} \\ \gamma_{xy} &= S_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\}$$



Постоянные упругости можно выразить через упругие характеристики материала в виде:

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_x}, & S_{22} &= \frac{1}{E_y}, & S_{33} &= \frac{1}{E_z} \\ S_{12} &= -\frac{\mu_{yx}}{E_x}, & S_{23} &= -\frac{\mu_{zy}}{E_y}, & S_{13} &= -\frac{\mu_{xz}}{E_z} \\ S_{44} &= \frac{1}{G_{yz}}, & S_{55} &= \frac{1}{G_{xz}}, & S_{66} &= \frac{1}{G_{xy}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь E_x, E_y, E_z — модули упругости; G_{xy}, G_{xz}, G_{yz} — модули сдвига; $\mu_{yx}, \mu_{zy}, \mu_{xz}$ — коэффициенты Пуассона;

Для удобства обычно применяют матричную форму записи с обозначением природных осей древесины в соответствии с рис. 2:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_R \\ \epsilon_T \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ & & & a_{44} \\ & & & & a_{55} \\ & & & & & a_{66} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{LR} \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\epsilon} = \bar{D}^{-1} \bar{\sigma}$$

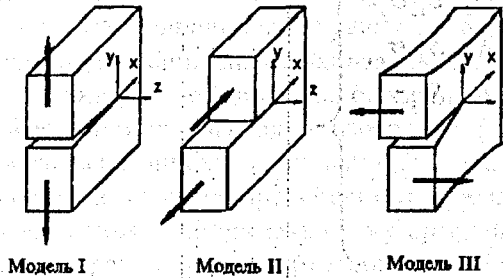
где

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_L}; & a_{12} &= -\frac{\mu_{LR}}{E_R}; & a_{13} &= -\frac{\mu_{LT}}{E_T} \\ a_{21} &= -\frac{\mu_{RL}}{E_L}; & a_{22} &= -\frac{1}{E_R}; & a_{23} &= -\frac{\mu_{RT}}{E_T} \\ a_{31} &= -\frac{\mu_{TL}}{E_L}; & a_{32} &= -\frac{\mu_{TR}}{E_R}; & a_{33} &= \frac{1}{E_T} \\ a_{44} &= \frac{1}{G_{RT}}; & a_{55} &= \frac{1}{G_{LT}}; & a_{66} &= \frac{1}{G_{LR}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

3. ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ДРЕВЕСИНЫ С ПОЗИЦИЙ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

В механике разрушения в качестве модели трещины обычно рассматривают тонкие эллиптические полости (трещины) или идеально тонкие трещины в виде математического разреза, для которых методами линейной механики разрушения (линейной теории упругости) отыскиваются поля напряжений и деформаций в окрестности вершины трещины [1-3, 6].

Напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины трещины в ортотропном материале. При применении к древесине закономерностей механики сплошного деформируемого тела принята гипотеза, согласно которой макрообъемы "чистой древесины" (объемом до 1 см^3) считаются однородными, хотя в действительности каждый элемент макроструктуры имеет полости и обладает различными физико-механическими характеристиками.



I - трещина нормального отрыва;
 II - трещина плоского сдвига;
 III - трещина антиплоского сдвига

Рисунок 3 – Три основных модели раскрытия трещины

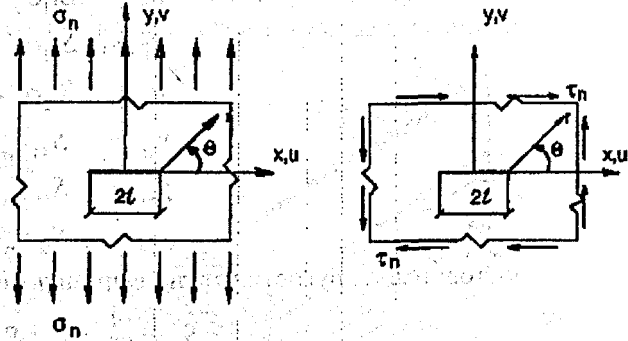


Рисунок 4 – Модель трещины Гриффитса

В связи с рассмотрением древесины как ортотропного материала при применении классических моделей трещин (рис. 3) необходимо принять некоторые ограничивающие предпосылки: 1- ось x совпадает с одной из натуральных осей древесины; 2 - развитие трещины происходит в направлении оси x . Оба допущения будут выполняться при выборе направления оси x параллельно волокнам, так как из-за анизотропии свойств наиболее вероятным является развитие трещины вдоль волокон.

Исходным пунктом при определении напряженного состояния в пластинках с трещинами является плоская упругая задача со сложными граничными условиями, для решения которой наиболее эффективным признан метод функций комплексного переменного.

Исходя из уравнения плоской задачи теории упругости при отсутствии объемных сил, напряжения можно выразить с помощью функций Эри:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

После подстановки значений (3) в обобщенный закон Гука с учетом условий совместности для ортотропного материала получим следующее уравнение:

$$S_{22} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + (2S_{12} + S_{66}) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + S_{11} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0, \quad (4)$$

где S_{ij} – упругие постоянные по (1).

Приняв в уравнении (4), что u - функция переменных Z_j в виде $u(Z_j) = u(x + v_j y)$, можно получить характеристическое уравнение:

$$S_{11} v_i^4 + 2(S_{12} + S_{66}) v_i^2 + S_{22} = 0 \quad (5)$$

Доказано, что уравнение (5) не имеет реальных корней. С помощью функций комплексного переменного, исходя из уравнений (4), (5), можно определить величины напряжений и перемещений

в непосредственной окрестности вершины идеальной трещины (при $\frac{r}{l} < 1$ см. рис. 4):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \sigma_n \sqrt{\frac{l}{2r}} \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_{xy} \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sigma_n \sqrt{2lr} \begin{Bmatrix} f_u \\ f_v \end{Bmatrix} \quad (6)$$

где f – безразмерные функции. Для ортотропных материалов они зависят как от геометрии трещины, так и от упругих характеристик материала. Используя значения коэффициентов интенсивности напряжений K_I, K_{II} , уравнения (6) можно преобразовать:

Для модели I:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[\frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2} \left(\frac{v_2}{\sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta}} - \frac{v_1}{\sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta}} \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(\frac{v_1}{\sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta}} - \frac{v_2}{\sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta}} \right) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[\frac{v_1 v_2}{n_1 - v_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta}} \right) \right] \\ u &= K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(v_1 p_2 \sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta} - v_2 p_1 \sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta} \right) \right] \\ v &= K_I \sqrt{\frac{2r}{\pi}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(v_1 q_2 \sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta} - v_2 q_1 \sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Для модели II:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(\frac{v_2^2}{\sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta}} - \frac{v_1^2}{\sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta}} \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos\theta + n_2 \sin\theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta}} \right) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(\frac{v_1}{\sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta}} - \frac{v_2}{\sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta}} \right) \right] \\ u &= K_{II} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(p_2 \sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta} - p_1 \sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta} \right) \right] \\ v &= K_{II} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} R_e \left[\frac{1}{v_1 - v_2} \left(q_2 \sqrt{\cos\theta + v_2 \sin\theta} - q_1 \sqrt{\cos\theta + v_1 \sin\theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

где R_e – реальные числа; v_j – корни характеристического уравнения (5):

Обозначив $a = 2S_{12} + S_{66}; b = \sqrt{a^2 - 4S_{11}S_{22}}; c = 2S_{11}$, получим:

$$v_1 = \sqrt{\frac{-a-b}{c}} = i \sqrt{\frac{a+b}{c}};$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{-a+b}{c}} = i \sqrt{\frac{a-b}{c}},$$

где $i = \sqrt{-1}$ - мнимое число.

С использованием этих уравнений получены формулы для определения скорости высвобождения энергии G для ортотропного материала:

$$G_I = K_I^2 A_I,$$

$$G_{II} = K_{II}^2 A_{II}$$

где

$$A_I = \sqrt{\frac{S_{11}S_{22}}{2}} \sqrt{\frac{S_{22} + 2S_{12} + S_{66}}{S_{11} + 2S_{11}}}, \quad (9)$$

$$A_{II} = \frac{S_{11}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{S_{22} + 2S_{12} + S_{66}}{S_{11} + 2S_{11}}}$$

Подставив значения упругих констант древесины, можно записать:

$$A_I = \sqrt{\frac{1}{2E_x E_y}} \sqrt{\frac{E_x}{E_y} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{yx}}{E_y} \right) \frac{E_x}{2}} \quad (10)$$

Подобно рассмотрению упругих механических свойств в соответствии с направлениями действия сил следует различать также характеристики трещиностойкости относительно осей ортотропии. К примеру, различают критическое значение интенсивности освобождения энергии вдоль волокон $G_{c,L}$, поперек волокон $G_{c,R}, G_{c,T}$ и для промежуточного направления или под углом α к волокнам $G_{c,\alpha}$. Из-за сильной анизотропии древесины критические значения интенсивности освобождения энергии G_{Ic}, G_{IIc} и соответственно критических коэффициентов интенсивности напряжений K_{Ic}, K_{IIc} поперек волокон намного больше, чем вдоль волокон. Это объясняет преимущественное развитие трещин в древесине вдоль ее волокон.

При рассмотрении древесины с позиций механики разрушения важно знать не только модель (тип) раскрытия трещины, но и ее ориентацию относительно волокон древесины, а также направление ее развития. С учетом анизотропии древесины различают шесть возможных видов или систем трещин (рис.5). Для их классификации применяют двухбуквенную систему обозначений, характеризующую ориентацию и направление развития трещины. При этом первая буква обозначает направление нормали к плоскости трещины (ориентация трещины), вторая - направление развития трещины. Так, например, трещина вида RL расположена в плоскости, нормальной радиальному направлению R , и развивается в продольном направлении L , трещина вида TL расположена в плоскости, перпендикулярной тангенциальному направлению T , и развивается в продольном направлении L . Для оценки работы древесины в реальной конструкции наибольший интерес представляют трещины видов RL и TL . При экспериментальных исследованиях испытываются образцы, имеющие начальные надрезы, идентичные трещинам рассмотренного типа.

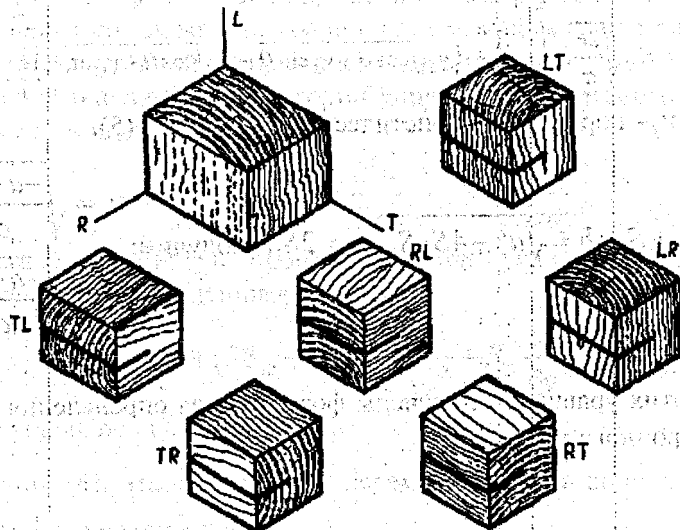


Рисунок 5 – Система обозначения ориентации и направления развития трещины в древесине

При помощи коэффициентов интенсивности напряжений (K_I, K_{II}, K_{III}), которые служат мерой сингулярности напряжений в окрестности вершины трещины, можно произвести учет величины нагрузок, их сочетаний и расположений, а также геометрию самого элемента и трещины.

4. ВЫВОДЫ

Реальные примеры проектирования деревянных конструкций показывают, что основной причиной возникновения трещин в деревянных элементах являются растягивающие напряжения поперек волокон и сдвигающие напряжения вдоль волокон древесины, в обоих случаях трещина будет развиваться вдоль волокон. В результате действия этих напряжений происходит хрупкое или квазихрупкое разрушение. Это является предпосылкой возможности применения математического аппарата так называемой линейной механики разрушения для описания механических свойств древесины.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей. Москва, Высшая школа, 1991, 288 с.
2. Зайцев Ю.В. Новый подход к расчету бетонных и железобетонных конструкций (о механике разрушения бетона и железобетона). М., Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века, № 5, 2000 г., с. 15-17.
3. Зайцев Ю.В. Современное состояние механики бетона в России и за рубежом. Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века, № 2, 2003 г., с. 40-41.
4. Окольникова Г.Э. Конструкции из дерева и пластмасс. ч. I.: Справочное пособие. Москва, Строитель, № 4, 2002 г., с. 45-90.
5. Окольникова Г.Э. Конструкции из дерева и пластмасс. ч. II.: Справочное пособие. Москва, Строитель, № 5, 2002 г., с. 47-114.
6. Зайцев Ю.В., Окольникова Г.Э. Оценка трещиностойкости древесины методами механики разрушения. Материалы международной научной конференции «Технология строительства и реконструкции: проблемы и решения» TCR-2004. Минск, БНТУ, 2004 г. (в печати).

УДК 624. 12. 12

Окольникова Г. Э.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАСЧЕТУ НАГЕЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ НАКЛАДКАМИ И С ВПРЕССОВАННЫМИ В ДРЕВЕСИНУ СТЕКЛОПЛАСТИКОВЫМИ ВТУЛКАМИ

Нагельные соединения с впредсванными стеклопластиковыми втулками [1, 2, 3] представляют собой новый вид соединений и в действующих нормах расчета и проектирования деревянных конструкций [4] отсутствуют. Принимая во внимание, что они являются разновидностью нагельных соединений, считалось целесообразным при расчете соединений с втулками использовать существующую методику расчета нагельных соединений путем введения в нее коэффициента условия работы соединения, учитывающего наличие впредсванной стеклопластиковой втулки. Поэтому, при определении величины расчетной несущей способности N_n нагельных соединений с металлическими накладками и с впредсванными в древесину стеклопластиковыми втулками, проводилось сопоставление экспериментальных данных несущей способности и деформативности соединений с впредсванными стеклопластиковыми втулками и нагельных соединений без втулок (табл. 1).

Благодаря использованию методов математического планирования эксперимента была получена зависимость для коэффициента условия работы соединения $m_{ам}$, учитывающего повышение несущей способности из-за наличия впредсванной стеклопластиковой втулки от трех параметров соединения: угла между направлением усилия и направлением волокон древесины $\alpha(^{\circ})$, диаметра нагеля $d(см)$, толщины стенки стеклопластиковой втулки $t(см)$:

$$m_{ам} = 2,7 + 0,156\alpha - 0,27d + 0,096t \quad (1)$$

Сравнение значений коэффициента условия работы соединения $m_{ам}$, полученных по формуле (1) с действительными значениями коэффициента представлено в табл. 2, которое свидетельствует о хорошей сходимости результатов и подтверждает приемлемость данного способа определения коэффициента $m_{ам}$.

Таким образом, расчетную несущую способность N_n нагельных соединений с впредсванными стеклопластиковыми втулками можно определить путем умножения расчетной несущей способности обычных нагельных соединений без втулок, вычисленной по [4], на коэффициент условия работы соединения $m_{ам}$, учитывающего наличие впредсванной стеклопластиковой втулки.