$$\left(\int_{\cdot}\psi'(\tau)d_{(k)}(\tau)d\tau+c_{wk}\right)w_k=\max_{w_{*k}\le\widetilde{w}\le w_k^*}\left(\int_{\cdot}\psi'(\tau)d_{(k)}(\tau)d\tau+c_{wk}\right)\widetilde{w}-\varepsilon_{wk},k\in J_w;$$

4) условие квазитрансверсальности для траектории:

$$v'Hx(t^*)=\max_{g_*\le x\le g^*}v'x-\varepsilon_z;$$

5) условие ε-точности:

$$\sum_{t\in T_u}\varepsilon_u(t)+\sum_{j\in J_v}\varepsilon_{vj}+\sum_{k\in J_w}\varepsilon_{wk}+\varepsilon_z\le\varepsilon.$$

На основе этих результатов построены прямой и двойственный методы решения задачи (2), которые являются итеративными. Каждая итерация представляет собой замену «старой» опорной совокупности на «новую»:

$$\{(u(\cdot),v,w),K_{on}\}\to\{(\overline{u}(\cdot),\overline{v},\overline{w}),\overline{K}_{on}\}$$

и организована так, чтобы выполнялось неравенство

$$\beta((\overline{u}(\cdot),\overline{v},\overline{w}),\overline{K}_{on})\le\beta((u(\cdot),v,w),K_{on}).$$

Предложенный численный метод иллюстрируется на примере.

Литература. 1.*Габасов Р., Кириллова Ф.М., Дмитрук Н.М.* Оптимизация многомерных систем управления с параллелепипедными ограничениями // Автоматика и телемеханика. 2002. № 3. С. 3 - 26.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕЙ СТЕПЕНИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ КРИВЫМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Хоровец М.В., БрГУ, Брест, Кожух И.Г., Akademia Podlaska, RP

Многие отечественные и зарубежные ученые занимались качественным исследованием двумерных динамических систем с квадратичными полиномами в их правых частях. Однако задача их полного качественного исследования во всем пространстве параметров далека до завершения. Неизвестно, например, максимально возможное количество предельных циклов у таких систем.

Динамические системы второго порядка с полиномами третьей степени в правых частях еще менее исследованы. Построение их качественного портрета в общем случае, без каких-либо ограничений на содержащиеся в них параметры, сопряжено с огромными трудностями и содержит много пока неразрешенных проблем.

Самостоятельный интерес представляет качественное исследование таких систем в предположении, что они обладают частными алгебраическими интегралами.

Наличие у динамических систем частных алгебраических интегралов существенно упрощает решение задачи нахождения общего интеграла, во многих случаях позволяет исследовать структуру их траекторий, а также вносит определенный вклад в решение проблемы предельных циклов. Интерес к изучению таких систем объясняется еще и многочисленными практическими приложениями их к различным вопросам естествознания и техники.

Рассмотрим динамическую систему вида

$$\dot{x} = a_1 x + a_2 y + \sum_{i=2}^{3} P_i(x,y),$$

$$\dot{y} = b_1 x + b_2 y + \sum_{i=2}^{3} Q_i(x,y), \qquad (1)$$

где $P_i(x,y)$, $Q_i(x,y)$-однородные полиномы i-ой степени с действительными коэффициентами, a_j, b_j, $(j=1,2)$-действительные числа. Будем считать, что система (1) обладает двумя алгебраическими интегралами, заданными уравнениями кривых второго порядка, одна из которых – замкнута. С помощью невырожденного линейного преобразования уравнение замкнутой кривой можно привести к каноническому уравнению окружности

$$x^2 + y^2 - 1 = 0. \qquad (2)$$

Будем считать такое преобразование выполненным. Кроме того, будем считать, что система (1) обладает ещё и вторым алгебраическим интегралом, заданным уравнением гиперболы

$$x^2 - ky^2 - 1 = 0, \text{ где } k > 0. \qquad (3)$$

Из всего множества систем вида (1) выделим класс систем, обладающих тем свойством, что среди траекторий каждой системы, содержатся целые траектории, из которых состоят выше указанные кривые.

Исследование проводим на основе предложенного Дарбу утверждения: неприводимая алгебраическая кривая $f(x,y)=0$ степени m является интегральной кривой уравнения $P(x,y)dx+Q(x,y)=0$, тогда и только тогда, когда выполняется равенство $\frac{\partial f}{\partial x}P(x,y)+\frac{\partial f}{\partial y}Q(x,y)=f(x,y)R(x,y)$, где $R(x,y)$ - некоторая функция переменных x, y.

Несколько позднее, в середине прошлого века способ построения систем с заданными частными алгебраическими интегралами был предложен отечественным математиком Н П Еругиным, в [4].

В результате доказано, что динамическая система (1) при условии, что окружность состоит из целых траекторий этой системы принимает вид

$x=a_1x+a_2y+a_4xy+a_5y^2-a_1x^3+a_7x^2y+a_8xy^2+a_9y^3$,

$$y=b_1x+b_2y-a_4x^2-a_5xy-(a_2+b_1+a_7)x^3-(a_1+b_2+a_8)x^2y-(a_2+b_1+a_9)xy^2-b_2y^3,$$

где указанные коэффициенты - различные действительные числа не все из которых равны нулю.

С помощью аналогичных рассуждений, используя тот же метод, можно доказать следующее утверждение: для того, чтобы кривые (2) и (3) состояли из целых траекторий динамической системы (1) необходимо и достаточно, чтобы эта система имела вид:

$$x=a_1x+a_2y-a_1x^3-a_2x^2y-kb_1y^3,$$

$$y=b_1x-b_1x^3-a_1x^2y-(a_2+(1-k)b_1)xy^2 \qquad (4).$$

Определены координаты состояний равновесия (x_i,y_i), $i=\overline{1,9}$ в конечной части плоскости, а также и на бесконечности.

Литература. **1.** Качественная теория динамических систем /А.А. Андронов, Е.А. Леонтович и др. -М.: Наука,1966. **2.** Н.Н. Баутин, Е.А. Леонтович. Методы и приёмы качественного исследования динамических систем на плоскости. -М.: Наука , 1976. **3.** Построение систем программного движения - А.С. Галиуллин, И.А. Муха-метзянов и др.-М.: Наука, 1971. **4.** Н.П. Еругин. Построеие всего множества систем имеющих заданную интегральную кривую.- Прикл. мат. и мех. 1952, 16,Выпуск 6. **5.** Н.П. Еругин. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. -Мн.: Наука и техника, 1972.