СХОДИМОСТЬ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НОРМЕ ИТЕРАТИВНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Фетисова С.А., Савчук В.Ф., БрГУ, г. Брест

Рассматривается в гильбертовом пространстве H уравнение 1-го рода $Ax = y_\delta$ с ограниченным положительным самосопряженным оператором A, для которого нуль не является собственным значением. Следовательно, решение уравнения единственно. Однако нуль принадлежит спектру оператора A, поэтому задача отыскания решения уравнения $Ax = y_\delta$ некорректна. Для решения уравнения предлагается итеративный метод

$$x_{n+1,\delta} = (E-\alpha A)^3 x_{n,\delta} + A^{-1}\left[E-(E-\alpha A)^3\right]y_\delta, \quad x_{0,\delta}=0. \qquad (1)$$

В работе изучена сходимость метода (1) в энергетической норме $\|x\|_A = \sqrt{(Ax,x)}$ гильбертова пространства H. Использование энергетической нормы как бы заменяет истокопредставимость точного решения x уравнения порядка $s = \frac{1}{2}$ и для получения оценки погрешности метода (1) не требуется знание порядка истокопредставимости точного решения и истокопредставляющего элемента. Доказаны теоремы.

<u>**Теорема 1.**</u> Итерационный процесс (1) при условии $0 < \alpha \le \frac{5}{4\|A\|}$ сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если выбирать число итераций n из условия $\sqrt{n}\delta \to 0, \quad n \to \infty, \quad \delta \to 0.$

<u>**Теорема 2.**</u> При условии $0 < \alpha \le \frac{5}{4\|A\|}$ для метода (1) справедлива оценка погрешности $\|x - x_{n,\delta}\|_A \le (6n\alpha e)^{-1/2}\|x\| + \left(\frac{15}{4}n\alpha\right)^{1/2}\delta, \quad n \ge 1.$

Полученная оценка оптимизирована по n и найдено $n_{опт}$, т.е. номер шага итераций, при котором оценка $\|x - x_{n,\delta}\|_A$ наименьшая. Рассматривается вопрос о том, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства. Справедлива

Теорема 3. Если выполнены условия: 1) $E_\varepsilon x_{n,\delta}=0$, 2) $E_\varepsilon x=0$, где $E_\varepsilon=\int_0^\varepsilon dE_\lambda$, $0<\varepsilon<\|A\|$, то из сходимости $x_{n,\delta}$ к x в энергетической норме следует сходимость в обычной норме пространства H.

ЛИНЕЙНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Харкович А.П., БГТУ, Брест

Осциллятором называют физическую систему, совершающую колебания. Понятие осциллятора играет важную роль в теории электромагнитного излучения, в теории колебания спектров молекул, в теории твёрдого тела.

Рассмотрим классический осциллятор – механическую систему, совершающую колебательные движения около положения равновесия. Получим дифференциальное уравнение такой системы, решим его, найдём кинетическую, потенциальную и полную энергию осциллятора.

Пусть колебательная система представляет частицу массой m, совершающую колебания вдоль оси Ox около положения равновесия O под действием силы $\vec{F}$, которая пропорциональна отклонению x от положения равновесия O и направленной к этому положению, т. е.

$$\vec{F}=-k\cdot x,$$

где $k>0$ – коэффициент пропорциональности.

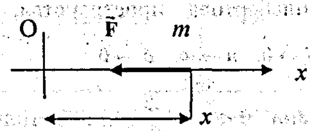

Рис. 1

На основании второго закона Ньютона

$$m x''=-k\cdot x$$

или

$$x''+\omega^2 x=0, \tag{1}$$

где $\omega^2=\dfrac{k}{m}>0$.