если $x(t)$ – непериодическая функция.

Вычислительный эксперимент показал, что наиболее эффективным для аппроксимации приближенных решений периодических краевых задач является отрезок тригонометрического ряда Фурье. С ним сравним по точности сплайн 7-ой степени (как естественный, так и описанный в данной работе). Несколько худшие результаты дает сплайн 5-ой степени. При этом необходимо отметить то обстоятельство, что с увеличением числа узлов аппроксимации различия между описанными выше подходами становятся практически неощутимыми. Аппроксимация же кубическим сплайном оказалась наименее эффективной ввиду своей невысокой точности.

Литература. 1. Крюков Б. И. Вынужденные колебания существенно нелинейных систем. – М., 1984. **2.** Березин И. С. Жидков Н.П. Методы вычислений. В 2-х т.: Т. 1. – М., 1966. **3.** Мадорский В. М. Локализация решений нелинейных уравнений // Труды Института математики НАН Беларуси – Минск, 2002. – Т. 11. – С. 96 – 103. **4.** Мадорский В. М. Численная локализация решений нелинейных уравнений методами третьего порядка // Труды междунар. науч. конф. SAATS-97 – Брест, 1997. – С. 241 – 248. **5.** Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. Естественные сплайны произвольной степени// Доклады РАН. – 1966. – Т. 351. № 6. – С. 738-742. **6.** Макаров В.Л., Хлобыстов В.В. Сплайн-аппроксимация функций. – М, 1983. **7.** Мадорский В. М., Стрилец Н. Н. К вопросу аппроксимации функций сплайном пятой степени // Вестник Брестского ун-та. – 2002. – № 4. – С. 24 – 32.

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ПИКАРА НА ОСНОВЕ КУСОЧНО-ЭРМИТОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Фалейчик Б.В., БГУ, Минск

Рассмотрим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в локальной постановке:

$$u'(x) = f(x, u(x)),\ u(t) = y,\ t \le x \le t + \tau. \qquad (1)$$

Процесс последовательных приближений Пикара запишем в виде (см. [1], [2])

$$u^i(x) = y + \int_t^x f(z, u^{i-1}(z))dz,\ i = 1,2,\ldots \qquad (2)$$

Предположим, что нам известно начальное приближение $u^0(x)$. На отрезке $[t, t+\tau]$ зададим равномерную сетку узлов

$$x_j = t + jh,\ j = 0,1,\dots,m,\ h = \frac{\tau}{m}. \quad (3)$$

Введем также следующие обозначения:

$$y^i(x) \approx u^i(x),\ \ y_j^i = y^i(x_j),\ \ f_j^i = f(x_j, y_j^i).$$

Приближение $y^i(x)$ к точному решению представим в виде кусочно-гладкой функции, составными частями которой являются алгебраические многочлены $y_j^i(x)$ степени $p+1$:

$$y_j^i(x) = y_j^i + \sum_{k=0}^{p} \frac{1}{(k+1)!}(x - x_j)^{k+1}\alpha_{j,k},\ x \in [x_j, x_{j+1}],\ j = \overline{0, m-1}.$$

Для определения $y^i(x)$ необходимо найти y_j^i, а также $\alpha_{j,k}$, $j = 0,1,\dots,m-1$, $k = 0,1,\dots,p$. Процесс нахождения этих неизвестных опишем на примере p=2:

$$y_j^i(x) = y_j^i + (x - x_j)\alpha_{j,0} + \frac{1}{2}(x - x_j)^2\alpha_{j,1} + \frac{1}{6}(x - x_j)^3\alpha_{j,2}. \quad (4)$$

Пусть j=0. Исходя из (1), имеем $y_0^i = y$, $i \ge 0$. Таким образом, один коэффициент многочлена $y_0^i(x)$ нам уже известен. Для определения оставшихся неизвестных обратимся к процессу Пикара (2), который определяет связь между текущим приближением и значениями правой части (1) на предыдущем приближении. Для $y_0^i(x)$ эта связь может быть выражена следующим образом:

$$v_0^i(x_n) = f(x_n, y^{i-1}(x_n)), \quad (5)$$

где $v_j^i(x) = \dfrac{d}{dx} y_j^i(x)$, а x_n - произвольные, вообще говоря, узлы сетки (3). Положив в (5) $n = 0,1,2$, получим систему из трех линейных уравнений для определения остальных коэффициентов $y_0^i(x)$ (см. (4)). Определитель матрицы этой системы является определителем Вандермонда, домноженным на отличную от нуля константу. Следовательно, решение всегда существует и единственно. В нашем случае

$$\alpha_{0,0} = f_0^{i-1},$$

$$\alpha_{0,1} = -\frac{1}{2h}(3f_0^{i-1} - 4f_1^{i-1} + f_2^{i-1}), \qquad (6)$$

$$\alpha_{0,2} = \frac{1}{h^2}(f_0^{i-1} - 2f_1^{i-1} + f_2^{i-1}).$$

Итак, мы полностью определили многочлен $y_0^i(x)$. Рассмотрим теперь $y_1^i(x)$. По аналогии со случаем j=0 сначала найдем коэффициент y_1^i. Запишем для $y^i(x)$ традиционное условие непрерывности кусочно-гладкой функции в узлах сетки:

$$y_j^i(x_j) = y_j^i = y_{j-1}^i(x_j), \quad i \geq 0, \; j = 1, 2, \ldots, m-1. \qquad (7)$$

Подставляя (6) в (4), из (7) для j=1, находим

$$y_1^i = y_0^i + \frac{h}{12}(5f_0^{i-1} + 8f_1^{i-1} - f_2^{i-1}). \qquad (8)$$

Осталось определить $\alpha_{1,k}$, $k = 0, 1, 2$. Для этого воспользуемся условиями, схожими с (5), но предварительно сделаем два важных замечания. Во-первых, как видно из (8), в точке x_1 уже известно уточненное на текущей итерации значение приближенного решения. Поэтому при постановке условий типа (5) разумно использовать значение f_1^i вместо f_1^{i-1}. Второе замечание касается выбора точек x_n. Мы будем стремиться к тому, чтобы при вычислениях использовать те точки, в которых известны самые "свежие" (наиболее точные, вообще говоря) значения приближенного решения. Поэтому и здесь положим $n = 0, 1, 2$:

$$v_1^i(x_0) = f_0^i, \; v_1^i(x_1) = f_1^i, \; v_1^i(x_2) = f_2^{i-1}.$$

Отсюда получим

$$\alpha_{1,0} = f_1^i,$$

$$\alpha_{1,1} = \frac{1}{2h}(f_2^i - f_0^{i-1}),$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{h^2}(f_0^{i-1} - 2f_1^{i-1} + f_2^{i-1}).$$

Таким образом, мы определили $y_1^i(x)$. Соответствующее (8) выражение для y_2^i имеет вид

$$y_2^i = y_1^i + \frac{h}{12}(5f_2^{i-1} + 8f_1^i - f_0^i). \qquad (9)$$

На основе (8) и (9) записывается общий вид вычислительных модулей, с помощью которых находятся значения y_j^i во всех точках сетки (3):

$$y_j^i = y_{j-1}^i + \frac{h}{12}(5f_{j-1}^i + 8f_j^{i-1} - f_{j+1}^{i-1}),$$

$$y_{j+1}^i = y_j^i + \frac{h}{12}(-f_{j-1}^i + 8f_j^i + 5f_{j+1}^{i-1}), \qquad (10)$$

$$j = \overline{1, m-1}, \; i = 1, 2, \ldots$$

Вычислительные правила, по виду схожие с (10), могут быть получены способом численного интегрирования, описанным в [3, с. 48-55]. Принципиальным отличием наших методов является распространение вычислительного процесса на всю сетку (3), а также многообразие способов такого распространения.

По описанной выше схеме были построены методы для p=3, 4, 5. Их состоятельность проверялась на модельной задаче

$$u'(x) = Au(x), \; u(0) = y, \; 0 \le x \le 1, \qquad (11)$$

$$u(x) = (u(x)_1, u(x)_2, u(x)_3)^T,$$

$$A = \mathrm{diag}\left\{150, -10^{-14}, -150\right\},$$

$$y = (1, 1, 1)^T.$$

Результаты сравнивались с численным решением задачи (11), полученным с помощью метода Рунге-Кутты, реализованного в пакете *Mathematica 4.0*. Например, метод типа (10) для p=3 с более высокой точностью вычислил значения быстро изменяющихся первой и третьей компонент решения, а также адекватно отразил медленную составляющую $u(x)_2 = \exp(-10^{-14}x)$. В то же время вторая компонента, полученная методом Рунге-Кутты, "подвисла": оказалась константой вследствие малости шага дискретизации и ограниченности разрядной сетки ЭВМ.

Литература. 1. Бобков В.В., Кучмиенко И.А., Фалейчик Б.В. Дискретный аналог метода Пикара // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 2002. №3. С. 68–71. **2.** Фалейчик Б.В. Метод последовательных приближений Пикара с использованием тригонометрической интерполяции // Сборник статей VII Республиканской конференции студентов и аспирантов Беларуси "НИРС-2002" / УО "ВГТУ". - Витебск, 2002. С. 48–50. **3.** В. Э. Милн. Численное решение дифференциальных уравнений / Пер. с англ. под ред. М. Р. Шура-Бура. М.: Издательство иностранной литературы, 1955.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ В РАСЧЕТЕ ОБЪЕМА ФИНАНСИРОВАНИЯ ПЛАНОВЫХ И АВАРИЙНЫХ РЕМОНТНЫХ РАБОТ НА НЕФТЕПРОВОДАХ

Фаткуллин Н.Ю., Уфимский нефтяной ГТУ, г. Уфа, Россия

Собственные средства предприятий, направляемые на капитальный ремонт, реконструкцию и аварийно-восстановительные работы нефтепроводов в условиях рыночной экономики, с одной стороны, должны быть надежно защищены от таких неблагоприятных факторов, как инфляционные процессы, а с другой стороны, должны быть достаточными для решения вопросов по обеспечению надежного функционирования трубопроводного транспорта нефти.

В связи с этим в работе предложен метод формирования совокупного "погасительного" (накопительного) фонда для проведения плановых и аварийных ремонтно-восстановительных работ на нефтепроводах на основе последовательных взносов на депозитные банковские вклады, при условии начисления по ним сложных процентов. Таким образом, предлагается формировать специальный фонд (ПФ), состоящий из трех основных частей – ремонтного фонда ($ПФ_{кр}$), фонда реконструкции и технического перевооружения ($ПФ_{рек}$) и страхового фонда на случаи аварийных ситуаций ($ПФ_{ав}$):

$$ПФ = ПФ_{кр} + ПФ_{рек} + ПФ_{ав}, \tag{1}$$

где

$$ПФ_{кр} = \sum_{j=1}^{n} R_{крj} \cdot (1+i)^j, \tag{2}$$

$$ПФ_{рек} = \sum_{j=1}^{n} \left(R_{\substack{рекj \\ (ам)}} + R_{\substack{рекj \\ (чп)}} \right) \cdot (1+i)^j \tag{3}$$