щественные части, т.е. $\mathrm{Re}\lambda_i < 0$, $i=\overline{1,n}$, то точка покоя системы (13) асимптотически устойчива;

2) Если хотя бы один корень λ_k матрицы B имеет положительную вещественную часть, т.е. $\mathrm{Re}\lambda_k > 0$, то точка покоя системы (13) неустойчива;

3) Если собственные значения с нулевой вещественной частью являются простыми, а остальные собственные значения, если они есть, имеют отрицательную вещественную часть, то точка покоя системы (13) устойчива по Ляпунову, но не асимптотически устойчива.

Литература. 1. Экономико-математические методы и прикладные модели / Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с. **2.** Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 464 с. **3.** Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. – Мн.: Наука и техника, 1972. – 664 с. **4.** Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. – М.: Наука, 1976. – 320 с.

О МЕРЕ ЗАВИСИМОСТИ СОСТАВЛЯЮЩИХ МНОГОМЕРНОГО УСТОЙЧИВОГО ПРОЦЕССА

Соболева Т. В., БГУ, Минск

Исследование свойств устойчивых процессов с характеристическим показателем α, $0<\alpha<2$, во временной области традиционными методами затруднено, так как у них существуют конечные моменты только порядка p, $0<p<\alpha$. Для таких процессов ковариационная функция не определена.

В данной работе вводится в рассмотрение мера зависимости между составляющими многомерного устойчивого процесса с дискретным временем в виде некоторой функции, называемой, аналогично [1], динамической функцией.

Рассмотрим r – мерный симметричный стационарный α - устойчивый случайный процесс $x^r(t)=\{x_a(t), a=\overline{1,r}\}$, $t\in Z=\{0,\pm1,...\}$, $r>1$ с независимыми приращениями.

В качестве функции, описывающей структуру зависимости составляющих $x_a(t)$, $t\in Z$, $a=\overline{1,r}$, процесса $x^r(t), t\in Z$, $r>1$, рассмотрим функцию $Rd_a(\tau)$, $\tau\in Z_+$, —которая имеет вид:

$$Rd_a(\tau)=E\exp\{i(x_a(t+\tau)-x_a(t))\}, \tag{1}$$

где $t \in Z$.

Пусть $X_a(0), X_a(1), ..., X_a(T-1)$ — Т последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за составляющей $x_a(t)$, $t \in Z$, процесса $x^r(t)$, $t \in Z$. В качестве оценки функции $Rd_a(\tau)$, $\tau \in Z$, рассмотрим статистику вида

$$R\hat{d}_a^T(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} \exp\{i(X_a(t+\tau) - X_a(t))\}, \qquad (2)$$

$\tau = \overline{0, T-1}$, $a = \overline{1, r}$.

<u>Теорема.</u> Математическое ожидание и дисперсия статистики (2) имеют вид:

$$E(R\hat{d}_a^T(\tau)) = Rd_a(\tau),$$

$$D\left(R\hat{d}_a^T(\tau)\right) = \frac{1}{T-\tau}\left(Rd_a(\tau,2) - (Rd_a(1))^{2\tau}\right) + (Rd_a(1))^{2\tau} - (Rd_a(\tau))^2,$$

где $Rd_a(\tau,2) = E\exp\{i2(X_a(t+\tau) - X_a(t))\}$, $Rd_a(1) = E\exp\{i(X_a(t+1) - X_a(t))\}$.

<u>Доказательство.</u> Исследуем величину смещения оценки (2).

$$E(R\hat{d}_a^T(\tau)) = E\left[\frac{1}{T-\tau}\sum_{t=0}^{T-\tau-1}\exp\{i(X_a(t+\tau) - X_a(t))\}\right] = \frac{1}{T-\tau}\sum_{t=0}^{T-\tau-1} E\exp\{i(X_a(t+\tau) - X_a(t))\} = Rd_a(\tau),$$

т. е. оценка (2) является несмещённой. Вычислим дисперсию оценки (2). Рассмотрим $E\left(D\hat{F}^T(\tau)\right)^2$.

$$E\left(D\hat{F}^T(\tau)\right)^2 = E\left(\frac{1}{T-\tau}\sum_{t=0}^{T-\tau-1}\exp\{i(X_a(t+\tau) - X_a(t))\}\right)^2 =$$

$$= E\left(\frac{1}{(T-\tau)^2}\left(\sum_{t=0}^{T-\tau-1}\exp\{i2(X_a(t+\tau) - X_a(t))\} + \sum_{\substack{t_1,t_2=0\\ t_1\neq t_2}}^{T-\tau-1}\exp\{i(X_a(t_1+\tau) - X_a(t_1) + X_a(t_2+\tau) - X_a(t_2))\}\right)\right).$$

Далее в показателе степени суммы по $t_1 \neq t_2$ добавим и вычтем слагаемых вида $X_a(t_1+1), ..., X_a(t_1+\tau-1)$ и $X_a(t_2+1), ..., X_a(t_2+\tau-1)$.

Тогда получим

$$E\left(D\hat{F}^T(\tau)\right)^2 = E\left(\frac{1}{(T-\tau)^2}\left(\sum_{t=0}^{T-\tau-1}\exp\{i2(X_a(t+\tau) - X_a(t))\} + \right.\right.$$

$$+\sum_{\substack{t_1,t_2=0\\ t_1\neq t_2}}^{T-\tau-1}\exp\left\{i\left(\sum_{j=1}^{\tau}\left(X_a(t_1+j)-X_a(t_1+(j-1))+X_a(t_2+j)-X_a(t_2+(j-1))\right)\right)\right\}\Bigg)\Bigg).$$

Сгруппировав попарно в показателе степени j-го слагаемого полученные разности, учитывая свойства математического ожидания, приходим к доказательству теоремы

Литература. 1. J. Nowicka, A. Weron Measures of dependence for ARMA models with stable innovations. Annales universitatis Mariae Curie. VOL. L I. 1.14. 1997. p. 133.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Старовойтов С. А., БГУТ, г. Гомель

Слоистые элементы относятся к классу технологичных, широко распространенных в промышленности (авиа-, ракетостроение, транспортное машиностроение, строительство) деталей конструкций. Это обуславливает необходимость предварительного проектного расчета, создание методик, позволяющих исследовать НДС трехслойных элементов.

Рассматривается упругий несимметричный по толщине трехслойный стержень длины l, лежащий на упругом основании Винклера [1]. На внешние слои стержня действуют распределенная силовая нагрузка $q_0(x)$ и реакция упругого основания $q_r(x)$.

Для описания кинематики пакета приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Бернулли, в заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол $\psi(x)$. Материалы всех слоев считаются несжимаемыми в поперечном направлении. На торцах стержня предполагается наличие жестких диафрагм, препятствующих относительному сдвигу слоев.

В работах [2], [3] было исследовано напряженно-деформированное состояние трехслойного металлополимерного стержня, находящегося под комплексным термосиловым воздействием. В данной работе рассматривается напряжен-