а матрицы $X_i^{(v)}(s), V_i^{(v)}(s), i \geq 0, v = \overline{1,n}$ есть коэффициенты матричных разложений

$$\sum_{i=0}^{\infty} X_i^{(v)}(s) z^i = \int_0^{\infty} e^{B^{(v)}(z)t} \otimes e^{F_0^{(v)}t} e^{-st} \otimes (A^{(v)}(\infty) - A^{(v)}(t))dt;$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} Q_i^{(v)}(s) z^i = \int_0^{\infty} e^{B^{(v)}(z)t} \otimes e^{F_0^{(v)}t} e^{-st} \otimes dA^{(v)}(t), v = \overline{1,n}, \operatorname{Re} s > 0.$$

Литература. 1. Dudin A.N., Nishimura S., Optimal control for a BMAP/G/1 queue with two service modes // Math. Probl. Engin. – 1999. – Vol. 5. – P. 255–273. **2.** Dudin A.N., Klimenok V.I., Optimal admission control in a queueing system with heterogeneous traffic // Operations Research Letters. – 2003. – Vol. 31. – P. 108–118. **3.** Gelenbe E., Product form networks with negative and positive customers // J. Appl. Prob. – 1991. – Vol. 28. – P. 655–663. **4.** Artalejo J., G-networks: A versatile approach for work removal in queueing networks // Eur. J. Oper. Res. – 2000. – Vol. 126. – P. 233–249. **5.** Dudin A.N., Nishimura S., A BMAP/SM/1 queueing system with Markovian arrival of disasters // J. Appl. Prob. – 1999. – Vol. 36., № 3. – P. 868–881. **6.** Dudin A.N., Karolik A.V., BMAP/SM/1 queue with Markovian input of disasters and non-instantaneous recovery // Performance Evaluation. – 2001. – V. 45. – P. 19–32. **7.** Бочаров П.П., Д'Апиче Ч., Печинкин А.В., Салерно С. Стационарные характеристики системы массового обслуживания G/MSP/1/r // Автоматика и телемеханика. – 2003. – №2. – С. 127 – 142. **8.** Lucantoni D.M., New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process // Commun. Stat. Stochastic Models. – 1991. – Vol. 7. – P. 1–46.

ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ В СЛУЧАЕ, КОГДА ИНТЕРВАЛЫ МЕЖДУ МОМЕНТАМИ ВЫПЛАТ ИМЕЮТ ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Семенчук Н.В., ГрГУ, Гродно.

Рассматривается задача нахождения вероятности разорения страховой компании в случае, когда интервалы между выплатами имеют показательные распределения, а величины выплат одинаково распределены, и имеют произвольное распределения. В качестве частного случая рассмотрен случай, когда величины выплат имеют показательное распределение. Для нахождения вероятности разорения страховой компании используются комбинаторные методы.

Пусть $\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_i, \ldots$ – размеры выплат в момент τ_i – взаимно независимые и одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения $H(x)$, а $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_i, \ldots$ – моменты наступления событий данного пуассоновского процесса. Случайные величины $\{\chi_i\}$ и $\{\tau_i\}$ независимы. Кроме того, разности $\tau_i - \tau_{i-1}$ $(i = 1, 2, \ldots; \tau_0 = 0)$ являются взаимно независимыми и одинаково распределенными случайными величинами с функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ для $x \geq 0$, $a = \mathrm{E}\{\chi_i\}$.

Тогда вероятность того, что разорение произойдет в интервале $(0, t)$, равна

$$\mathrm{P}\{\theta_x \leq t\} = 1 - \mathrm{P}\{\sup_{0 \leq u \leq t} [\tilde{\chi}(u) - cu] \leq x\},$$

а вероятность того, что разорение когда-нибудь произойдет равна

$$\mathrm{P}\{\theta_x < \infty\} = 1 - \mathrm{P}\{\sup_{0 \leq u < \infty} [\tilde{\chi}(u) - cu] \leq x\}.$$

Если вероятности $\mathrm{P}\{\theta_x < \infty\}$ и $\mathrm{P}\{\theta_x \leq t\}$ известны, то можно принять меры предосторожности (увеличение премии, перестрахование и т. д.), позволяющие уменьшить вероятность разорения настолько, чтобы оно было практически невозможно.

Обозначим

$$W(t, x) = \mathrm{P}\{\sup_{0 \leq u \leq t} [\tilde{\chi}(u) - cu] \leq x\}$$

и

$$W(x) = \mathrm{P}\{\sup_{0 \leq u < \infty} [\tilde{\chi}(u) - cu] \leq x\}.$$

Тогда

$$W(t, x) = \mathrm{P}\{\sup_{0 \leq u \leq t} \xi(u) \leq x\}$$

и

$$W(x) = \mathrm{P}\{\sup_{0 \leq u < \infty} \xi(u) \leq x\},$$

где $\xi(u) = \tilde{\chi}(u) - cu$ для $u \geq 0$.

Получены интегро-дифференциальные уравнения для $W(t, x)$ и $W(x)$.

$$\frac{\partial W(t,x)}{\partial t} = c\frac{\partial W(t,x)}{\partial t} - \lambda W(t,x) + \lambda \int_{-\infty}^{x} W(t, x-y)\,dH(y)$$

$$cW'(x) = \lambda\left[W(x) - \int_{-\infty}^{x} W(x-y)\,dH(y)\right]$$

В случае если величины выплат имеют показательное распределение:

$$H(x)=\begin{cases}1-\alpha e^{-x}, & если\ x\geq 0,\\ (1-\alpha)e^{x}, & если\ x<0,\end{cases}$$

где $0<\alpha<1$.

Тогда при $c>0$ и $c+\lambda(1-2\alpha)>0$, для $x\geq 0$

$$W(x)=1-(1+\gamma_2)e^{\gamma_2 x}.$$

При $c<0$ и $c+\lambda(1-2\alpha)>0$ для $x\geq 0$.

$$W(x)=1-\frac{(1+\gamma_1)\gamma_2}{\gamma_2-\gamma_1}e^{\gamma_1 x}-\frac{(1+\gamma_2)\gamma_1}{\gamma_1-\gamma_2}e^{\gamma_2 x}$$

где $\gamma_1=\dfrac{\lambda+\sqrt{\lambda^2+4c[c+\lambda(1-2\alpha)]}}{2c}$ и $\gamma_2=\dfrac{\lambda-\sqrt{\lambda^2+4c[c+\lambda(1-2\alpha)]}}{2c}$.

Литература. 1. Такач Л. Комбинаторные методы в теории случайных процессов. - М.: Издательство «Мир», 1971. - 264 с.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ БАЛАНСОВОЙ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Сидоревич М.П., БГТУ, г. Брест, Гучко И.М., БГУ, г. Минск

Следуя [1,2], будем называть продуктивную межотраслевую балансовую модель статической, если в ней все зависимости отнесены к одному моменту времени, т.е. все ее компоненты полагаются осредненными за некоторый временной промежуток. Такие модели характеризуют лишь состояние экономики на данный период времени и не позволяют установить взаимосвязь между предыдущими и последующими этапами развития экономики. К тому же в них капиталовложения вынесены из сферы производства и включены в конечный продукт, что не дает возможности проанализировать распределение, использование и производственную эффективность этих вложений. В динамических моделях капиталовложения выделяются из состава конечного продукта, исследуется их структура и влияние на рост объема производства. Принципиальная схема динамического баланса может быть представлена следующей таблицей: