Проиллюстрируем работу метода (5) для случая линейной системы с постоянной матрицей, крайние собственные значения которой равны -30 и -10^{-14}, используя следующую величину, характеризующую ошибку по каждой из компонент решения:

$$r_q = \frac{\max\limits_{i=1,m} |u^q(t+\tau\alpha_i) - y_i^q|}{\max|u^q(x)| - \min|u^q(x)|}, \; x \in [0,1].$$

Укажем значения r_q для метода (5), а также для метода Рунге-Кутты 4-го порядка (РК4) с шагом дискретизации h:

	Метод (5)	РК4, $h=1/16$	РК4, $h=1/18$	РК4, $h=1/20$
r_1 ($\lambda=-30$)	0.009	0.302	0.173	0.105
r_2 ($\lambda=-10^{-14}$)	0.000	0.067	0.200	0.333

Литература. 1. *Кучмиенко И. А.* К вопросу численной реализации метода последовательных приближений Пикара // Сборник статей VII Республиканской конференции студентов и аспирантов Беларуси "НИРС-2002". / УО "ВГТУ". - Витебск, 2002. С. 46-48. **2.** *Бобков В. В., Кучмиенко И. А., Фалейчик Б. В.* Дискретный аналог метода Пикара // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 2002. №3. С. 68-71.

ЛОКАЛЬНЫЕ НАГРУЖЕНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Леоненко Д.В., БГУТ, г. Гомель

Трехслойные элементы в настоящее время широко используются в различных областях техники, таких, как судостроение, авиастроение, строительство. Поэтому возникает необходимость в разработке методов расчета этих конструкций.

Колебания трехслойных элементов, в том числе упругопластических, рассмотрены в работах [1 – 4]. Динамические нагружения упругого стержня сосредоточенной силой и моментом исследованы в [5]. Здесь рассматриваются малые поперечные колебания несимметричного по толщине упругого трехслойного стержня со сжимаемым заполнителем под действием локальных, импульсных и резонансных нагрузок.

Для изотропных несущих слоёв приняты гипотезы Кирхгофа, в жёстком заполнителе справедливы точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемещений его точек от поперечной координаты z. На границах контакта слоев используются условия непрерывности перемещений. Материалы несущих слоёв несжимаемы в поперечном направлении, в заполнителе учитывается обжатие. Деформации малые.

Распределенная поверхностная нагрузка $q(x)$ приложена к внешней плоскости первого слоя. Искомыми считаем прогибы и продольные перемещения несущих слоев $w_1(x)$, $w_2(x)$, $u_1(x)$, $u_2(x)$.

Уравнения движения следуют из вариационного принципа

$$\delta A - \delta W = \delta A_I, \tag{1}$$

где δA, δW, δA_I – вариации работы внешних сил, внутренних сил упругости и работы сил инерции соответственно.

После подстановки в (1) вариаций работ получим следующую систему уравнений в частных производных:

$$a_1u_1 - a_1u_2 - a_4u_{1,xx} - a_5u_{2,xx} + a_2w_{1,x} + a_3w_{2,x} - 2a_6w_{1,xxx} + a_7w_{2,xxx} + m_1\ddot{u}_1 = p;$$

$$-a_1u_1 + a_1u_2 - a_5u_{1,xx} - a_9u_{2,xx} - a_3w_{1,x} - a_2w_{2,x} - a_6w_{1,xxx} + 2a_7w_{2,xxx} + m_2\ddot{u}_2 = 0;$$

$$a_{10}u_{1,x} - a_{17}u_{2,x} + 2a_6u_{1,xxx} + a_6u_{2,xxx} + a_{11}w_{1,xx} - a_{12}w_{2,xx} +$$

$$+ a_{15}w_{1,xxxx} - a_{16}w_{2,xxxx} + a_8w_1 - a_8w_2 + m_1\ddot{w}_1 - m_3\ddot{w}_{1,xx} = q + \frac{1}{2}p_{,x}h_1;$$

$$-a_{18}u_{1,x} + a_{19}u_{2,x} - a_7u_{1,xxx} - 2a_7u_{2,xxx} - a_{12}w_{1,xx} + a_{14}w_{2,xx} -$$

$$- a_{16}w_{1,xxxx} + a_{13}w_{2,xxxx} - a_8w_1 + a_8w_2 + m_2\ddot{w}_2 - m_4\ddot{w}_{2,xx} = 0. \tag{2}$$

Здесь запятая в нижнем индексе указывает на операцию дифференцирования по следующей за ней координате, две точки над искомыми перемещениями обозначают вторую производную по времени.

Принимаются условия свободного опирания стержня по торцам на неподвижные в пространстве жесткие опоры. Соответствующие граничные условия в сечениях $x = 0$; l (l – длина стержня) в перемещениях имеют вид:

$$w_k = u_{k,x} = w_{k,xx} = 0 \quad (k = 1, 2). \tag{3}$$

Искомые перемещения $u_1(x)$, $u_2(x)$, $w_1(x)$, $w_2(x)$ и нагрузку $q(x, t)$ ($p(x, t) = 0$)

представляем в виде разложения в ряды по системам базисных функций, удовлетворяющей принятым граничным условиям (3)

$$u_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \cos\frac{\pi m x}{l} T_{m1}(t); \quad u_2 = \sum_{m=0}^{\infty} \cos\frac{\pi m x}{l} T_{m2}(t); \quad w_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{\pi m x}{l} T_{m3}(t);$$

$$w_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{\pi m x}{l} T_{m4}(t); \quad q(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{\pi m x}{l} q_m(t). \tag{4}$$

Подстановка выражений (4) в (2), приводит к системе уравнений для определения функций времени $T_{mi}(t)$ $(i = 1, 2, 3, 4)$.

Функции $T_{mk}(t)$ представляются в виде разложения по собственным формам:

$$T_{mk} = \sum_{i=1}^{4} \delta_{mki} \zeta_{mi} \quad \left(\sum_{i=1}^{4} \delta_{mik}^2 = 1 \right),$$

где δ_{mki} – амплитуды нормированных собственных форм колебаний.

Функции $\zeta_{mi}(t)$ определяются из системы уравнений

$$\ddot{\zeta}_{mi} + \omega_{mi}^2 \zeta_{mi} = \tilde{q}_{mi}(t), \tag{5}$$

где ω_{mi} – частоты собственных колебаний.

Общее решение дифференциального уравнения (5) можно принять в виде

$$\zeta_{mi}(t) = A_{mi}\cos(\omega_{mi} t) + B_{mi}\sin(\omega_{mi} t) + \frac{1}{\omega_{mi}} \int_0^t \sin(\omega_{mi}(t-\tau))\tilde{q}_{mi}(\tau)d\tau.$$

В качестве примера рассматриваются колебания трехслойного стержня под действием различного вида локальных нагрузок, приложенных к внешней плоскости первого слоя:

1. На стержень действует локальная поверхностная нагрузка, равномерно распределенная до сечения $x = b \le 1$. Ее можно представить в аналитическом виде с помощью функции Хевисайда $H_0(x)$.

2. На стержень действует локальная импульсная нагрузка, равномерно распределенная до сечения $x = b \le 1$. Для ее записи воспользуемся дельта-функцией Дирака $\delta(t)$.

3. На стержень действует локальная резонансная поверхностная нагрузка,

равномерно распределенная до сечения $x = b \leq 1$.

Проведен численный анализ полученных решений. Исследованы условия появления ложного резонанса.

Литература. **1.** Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. Теория упругости и пластичности. – М.: Физматлит, 2002. – 416 с. **2.** Старовойтов Э. И., Леоненко Д. В., Яровая А. В. Колебания круглых трехслойных пластин под действием поверхностных нагрузок различных форм // Проблемы прочности. – 2003. – № 4. – С. 32–39. **3.** Леоненко Д. В. Локальные динамические нагружения круговых трехслойных пластин // Материалы, технологии, инструменты. – 2002. – Т. 7, № 4. – С. 8–13. **4.** Старовойтов Э. И., Яровая А. В., Леоненко Д. В. Колебания круговых трехслойных пластин под действием резонансных поверхностных нагрузок //Весці НАНБ. Сер. фіз.-техн. навук. – 2003. – № 3. – С. 111–116. **5.** Леоненко Д В. Локальные динамические нагружения упругого трехслойного стержня // BEM & FEM – 2003. Труды XX Международной конференции «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов». Т. 1 (Тезисы докладов). – СПб.: 24–26 сентября, 2003. – С. 120–122.

ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ ЗА БЕСКОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ В МОДЕЛИ КОЛЛЕКТИВНОГО РИСКА С АРИФМЕТИЧЕСКИМ БРОУНОВСКИМ ДВИЖЕНИЕМ.

Лис А. В., БГУ, Минск

Пусть $U(t)$ - случайный процесс, определенный на вероятностном пространстве $(\Omega, \Im, P)$, $t \in R$, $t \geq 0$, допускающий представление

$$U(t) = u + V(t) - S(t), \qquad (1)$$

в частности, для $t \geq 0$ пусть $U(t)$ обозначает размер активов страховой компании в момент времени t. В классической модели предполагается, что премии поступают непрерывно с постоянной интенсивностью $c > 0$. Пусть $N(t)$ - процесс количества исков, X_i - величина иска, тогда $S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$ - общий размер выплат к моменту времени t. Предполагается, что $N(t)$ - пуассоновский процесс с параметром λ, а X_i - независимые одинаково распределенные величины с производящей функцией моментов $M_X(r)$. Если $U(0) = u$ - размер активов компании в момент времени 0, то в классической модели ([1])

$$U(t) = u + c \cdot t - S(t). \qquad (2)$$

В данной статье предполагается, что процесс поступления премий пред-