$$+\frac{I_{q+1}(2\sqrt{r\lambda c})}{I_q(2\sqrt{r\lambda c})}\sqrt{r\lambda c}\left(k_1(1-\frac{l}{r})-\sigma_1^2 c-\frac{1}{\lambda c}(\frac{\partial c}{\partial t}\lambda+\frac{\partial\lambda}{\partial t}c)+\frac{\sigma_1^2 q}{2r}+\frac{\sigma_1^2(l-a)^2}{2\beta^2 r^2}\right).$$

где $a(t\,|\,v,l(v))=E[l(t)|l(v)]$, и для краткости аргументы функций $\lambda(t\,|\,v,r(v),l(v))$, $c(t\,|\,v),\beta^2(t\,|\,v,r(v),l(v)),a(t\,|\,v,l(v))$ опущены.

Литература. 1. Казанцева О.Г. Оценки параметров двухфакторной модели процентных ставок. Математические методы в финансах и эконометрика. Материалы конференции. Минск, 2002, стр. 46-51. 2. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов, М. 1965г., стр.478-486.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ BMAP/G/1 СО СКЛАДОМ С РАЗЛИЧНЫМИ СТРАТЕГИЯМИ ПРОИЗВОДСТВА ЗАГОТОВОК

Казимирский А.В., БГУ, г. Минск

1. Введение

Зачастую при разработке информационных систем, исследовании производственных процессов и т.д. можно встретиться с ситуацией, когда технологическую последовательность обработки требования можно разделить на несколько независимых частей. При этом в ряде случаев некоторые из них могут быть выполнены предварительно. Результаты предварительно выполненных частей обслуживания в системах вышеизложенного типа будем называть *заготовками*. Предполагается, что заготовки до их использования хранятся на *складе* заготовок, и если обслуживание начинается при непустом складе заготовок, то оно зависит от числа заготовок на складе и после обслуживания требования со склада исчезает и заготовка.

Очевидно, что может существовать ряд стратегий подготовки заготовок. В данной работе мы исследуем систему со следующей: как только очередь заявок оказывается пустой, обслуживающий прибор начинает производить группу заготовок, размер которой задан заранее и является константой.

2. Математическая модель

Рассмотрим модель так называемой однолинейной системы со складом заготовок. Данная система функционирует следующим образом. В систему поступает поток требований, которые помещаются в бесконечный буфер. Время обслуживания требований зависит от текущего количества заготовок на складе. Прибор начинает производство группы заготовок, когда очередь становится пустой. Если за время производства группы заготовок не пришло требований, то начинается производство еще одной группы заготовок. В противном случае, система немедленно приступает к обслуживанию пришедших требований. Произведенные заготовки помещаются на склад заготовок, который может хранить до K единиц заготовок. Когда склад оказывается заполнен, прибор прекращает производство заготовок и ожидает прихода требования.

В данной работе рассматривается система BMAP/G/1 со складом заготовок.

В систему поступает групповой марковский поток требований (BMAP), согласно [1] характеризуемый при помощи матричной производящей функции $D(z)$, $|z|<1$ интенсивностей переходов управляющей цепи Маркова.

Время обслуживания требований зависит от текущего количества заготовок на складе и имеет функцию распределения $B^{(j)}(t)$, $j=0,1,\ldots,K$ с математическим ожиданием $b_1^{(j)}$. Время производства заготовок также зависит от текущего количества заготовок на складе и имеет функцию распределения $C^{(j)}(t)$, $j=0,1,\ldots,K$ с математическим ожиданием $c_1^{(j)}$. Размер группы заготовок также зависит от текущего количества заготовок на складе и равен $n^{(j)}=0,1,\ldots,j+n^{(j)}\leq K$, $j=0,1,\ldots,K$. Соответственно введём функцию распределения времени производства группы заготовок $H^{(j)}(t)$, $j=0,1,\ldots,K$ как свёртку функций распределения с $B^{(j)}(t)$по $B^{(j+n(j)-1)}(t)$.

Мы будем исследовать процесс с непрерывным временем $\xi_t=(i_t, j_t, \nu_t)$, $t\geq 0$, где $i_t=0,1,\ldots$ – количество требований в очереди, $j_t=0,1,\ldots,K$ – число заготовок на складе, $\nu_t=0,1,\ldots,W$ – состояние управляющего процесса BMAP-потока в момент времени t.

Для исследования данного процесса построим вложенную цепь Маркова с дискретным временем $\xi_n=(i_n, j_n, \nu_n)$, $n=1,2,\ldots$ в следующие моменты времени t_n+0, $n=1,2,\ldots$: (1) начало обслуживания требования, (2) начало производства группы заготовок.

Обозначим одношаговые переходные вероятности вложенной цепи Маркова и введём матрицы переходных вероятностей

$$P((i,j,\nu)\to(i',j',\nu')) = \mathrm{P}\{i_{n+1}=i', j_{n+1}=j', \nu_{n+1}=\nu' \mid i_n=i, j_n=j, \nu_n=\nu\},\ n=1,2,\ldots$$

$$P((i,j)\to(i',j')) = \| P((i,j,\nu)\to(i',j',\nu')) \|_{\nu,\nu'=0,1,\ldots,W},$$

$$P((i)\to(i')) = \| P((i,j)\to(i',j')) \|_{j,j'=0,1,\ldots,K},$$

Лемма 1. Матрицы переходных вероятностей цепи Маркова ξ_n определяются следующим образом:

$$P((0)\to(i')) = V_{i'},\ i'=0,1,\ldots,$$

$$P((i)\to(i')) = Y_{i'+1-i},\ i'+1 \geq i=1,2,\ldots,$$

$$V_i = \| V_i(j,j') \|_{j,j'=0,1,\ldots,K},\ Y_i = \| Y_i(j,j') \|_{j,j'=0,1,\ldots,K},\ i=0,1,\ldots$$

$$n^{(j)}=0:\ V_0(j,j+1) = R^{(j)},\ V_i(j,j) = D_0^{-1}(R^{(j)}-I)D_i,\ i=1,2,\ldots,$$

$$n^{(j)}=1,2,\ldots:\ V_i(j,j+n^{(j)}) = G_i^{(j)},\ i=0,1,\ldots,$$

$$Y_i(0,0) = F_i^{(0)},\ Y_i(j,j-1) = F_i^{(j)},\ j=1,2,\ldots,K,$$

$$R^{(j)} = \int_0^\infty exp\{D_0 t\}\, dC^{(j)}(t),$$

$$F^{(j)}(z) = \Sigma_{i=0}^{\infty} F_i^{(j)} z^i = \int_0^\infty exp\{D(z)t\}\, dB^{(j)}(t),$$

$$G^{(j)}(z) = \Sigma_{i=0}^{\infty} G_i^{(j)} z^i = \int_0^\infty exp\{D(z)t\}\, dH^{(j)}(t), j=0,1,\ldots,K,\ |z| \leq 1.$$

В результате применения аналитического (см. [2]) и матрично-аналитического подходов (см. [3]) удалось найти стационарное распределение вложенной цепи Маркова. При помощи ключевой теоремы марковского восстановления (см. [2]) удалось найти стационарное распределение введённого выше процесса с непрерывным временем ξ_t, $t \geq 0$.

3. Численный пример

В данном примере мы оптимизируем систему BMAP/G/1 со складом заготовок по размеру склада заготовок K с экономическим функционалом

$$I(K) = 15K + 30L + 20H + 100p_S(0) + 1000\Sigma_{j=1}^{K} p_S(j) + 500\Sigma_{j=0}^{K-1} p_T(j),$$

где K – размер склада заготовок, L – средняя длина очереди в системе, H – среднее число используемых мест на складе, $p_S(j)$ ($p_T(j)$) – доли времени использования j-ого режима обслуживания (производства заготовок).

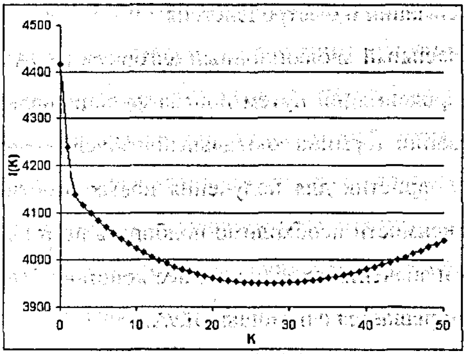
ВМАР-поток задан следующими матрицами интенсивностей переходов (построчно):

$D_0 = ((-3,335593; 0,00038786);(0,00038786; -0,10666141));$

$D_1 = D_2 = ((1,6484036; 0,01919905);(0,0038786; 0,04925818)).$

Время производства заготовки, время обслуживания требования имеют вырожденное распределение со следующими математическими ожиданиями

$$c_1^{(0,1,\dots,K)} = 0,1;\ b_1^{(0)} = 0,6;\ b_1^{(1,2,\dots,K)} = 0,2;\ n^{(0,1,\dots,K)} = 0.$$



В результате численного эксперимента было найдено (см. рисунок слева), что функционал качества достигает минимального значения при K=27.

Литература. 1. Lucantoni D. New results on the single server queue with a batch Markovian arrival process. Stochastic Models, 7, 1-46, 1991. 2. А.Н. Дудин, В.И. Клименок. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Мн.:БГУ, 2000. 3. Neuts, M. F. Structured stochastic matrices of M|G|1 type and their applications. Marcel Dekker: New York, USA, 1989.

ЛОКАЛЬНЫЙ ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ

Киршин Е.А., Юганов А.В., ПГУ, Новополоцк

В настоящее время с развитием вычислительной техники все большее значение приобретает задача аппроксимации, которая представляет собой нахождение функциональной зависимости между входными и выходной переменными на основании известных замеров – наборов значений входных и соответствующих им выходных переменных. С помощью аппроксимации решаются задачи распознавания, прогнозирования, нахождения корней уравнений, решения систем уравнений и др.