Шаг 3. Генерируем устойчивую случайную величину по формулам.

A) $\alpha \neq 1$

$$X = D_{\alpha,\beta,\sigma} \frac{\sin\alpha(V + C_{\alpha,\beta})}{(\cos V)^{1/\alpha}} \left(\frac{\cos(V - \alpha(V + C_{\alpha,\beta}))}{W}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + \mu.$$

B) $\alpha = 1$

$$X = \sigma\frac{2}{\pi}\left[\left(\frac{\pi}{2} + \beta V\right)tgV - \beta\ln\left(\frac{\frac{\pi}{2}W\cos V}{\frac{\pi}{2} + \beta V}\right)\right] + \mu + \frac{2}{\pi}\beta\sigma\ln(\sigma).$$

Литература. 1. *Ширяев А.Н.* Вероятность.- М.: Наука,1989. **2.** *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. -М.: Наука,1989. **3.** *Харин Ю.С., Степанова М.Д.* Практикум на ЭВМ по математической статистике.- Минск: изд-во "Университетское",1987. **4.** *Aleksander Janicki, Adam Izydorczyk.* Komputerowe metody w modelowaniu stochastycznym .- WNT, Warszawa. 2001.

СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ ПЛАСТИНЫ

Громыко Ю. В., БГУТ, Гомель

Рассматриваются свободные осесимметричные колебания упругой трехслойной кольцевой пластины. Для описания кинематики пакета приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в легком заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины. Работой заполнителя в тангенциальном направлении пренебрегаем. Деформации малы.

Однородная система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая движение получена вариационным методом:

$$L_2(a_1 u + a_2\psi - a_3 w,_r) = 0; \quad L_2(a_2 u + a_4\psi - a_5 w,_r) = 0;$$

$$L_3(a_3 u + a_5\psi - a_6 w,_r) - M_0\ddot{w} = 0, \qquad (1)$$

где M_0 – коэффициент зависящий от физических и геометрических параметров слоев; L_i – дифференциальные операторы; запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате;

$$a_1 = \sum_{k=1}^{3} h_k K_k^+; \quad K_k + \tfrac{4}{3}G_k \equiv K_k^+, \quad K_k - \tfrac{2}{3}G_k \equiv K_k^-; \quad a_2 = c(h_1 K_1^+ - h_2 K_2^+);$$

$$a_3 = h_1\left(c + \frac{h_1}{2}\right)K_1^+ - h_2\left(c + \frac{h_2}{2}\right)K_2^+; \quad a_4 = c^2\left[h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+ + \frac{2}{3}cK_3^+\right];$$

$$a_5 = c\left[h_1(c+\frac{h_1}{2})K_1^+ + h_2(c+\frac{h_2}{2})K_2^+ + \frac{2}{3}c^2K_3^+\right];$$

$$a_6 = h_1(c^2 + ch_1 + \frac{h_1^2}{3})K_1^+ + h_2(c^2 + ch_2 + \frac{h_2^2}{3})K_2^+ + \frac{2}{3}c^3K_3^+ . \quad (2)$$

В общем случае система уравнений движения (1) сводится к виду [1]:

$$u = b_1 w,_r + C_1 r + C_2 / r; \quad \psi = b_2 w,_r + C_3 r + C_4 / r; \quad L_3(w,_r) + M^4 \ddot{w} = 0 . \quad (3)$$

Здесь

$$b_1 = \frac{a_3a_4 - a_2a_5}{a_1a_4 - a_2^2}; \; b_2 = \frac{a_1a_5 - a_2a_3}{a_1a_4 - a_2^2}; \; M^4 = \frac{M_0 a_1(a_1a_4 - a_2^2)}{(a_1a_6 - a_3^2)(a_1a_4 - a_2^2) - (a_1a_5 - a_2a_3)^2}.$$

Прогиб принимается в виде:

$$w(r,t) = v(r)\big(A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\big), \quad (4)$$

где $v(r)$ – неизвестная координатная функция; ω – частота собственных колебаний рассматриваемой пластинки; A, B – константы интегрирования, определяемые из начальных условий.

После подстановки выражения (4) в третье уравнение системы (3) получаем бибесселево уравнение для определения неизвестной координатной функции $v(r)$:

$$L_3(v,_r) - \beta^4 v = 0, \; L_3(v,_r) - \beta^4 v = 0; \; \beta^4 = M^4\omega^2. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) представляем в виде [2]:

$$v(r) = C_5 J_0(\beta r) + C_6 I_0(\beta r) + C_7 Y_0(\beta r) + C_8 K_0(\beta r)$$

$$v(r) = C_5 J_0(\beta r) + C_6 I_0(\beta r) + C_7 Y_0(\beta r) + C_8 K_0(\beta r). \quad (6)$$

Здесь J_0, Y_0 – функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода, соответственно; I_0, K_0 – модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда нулевых порядков. Константы интегрирования C_1, ..., C_8, входящие в (3) и (6), определяются из граничных условий на внешнем и внутреннем контурах.

Рассмотрим случай шарнирного опирания пластины по внутреннему и внешнему контурам. В этом случае при $r = 1$ и $r = r_0$ должно выполнятся требование $u = \psi = w = 0$, $M_r = 0$. Подставляя в последние два условия решение

(2.16) с учетом координатной функции (2.19), получаем систему линейных алгебраических уравнений для определения констант интегрирования:

$$C_5 J_0(\beta) + C_6 I_0(\beta) + C_7 Y_0(\beta) + C_8 K_0(\beta) = 0\,;$$

$$C_5 F_1(J(\beta)) - C_6 F_2(I(\beta)) + C_7 F_3(Y(\beta)) + C_8 F_4(K(\beta)) = 0\,;$$

$$C_5 J_0(\beta r_0) + C_6 I_0(\beta r_0) + C_7 Y_0(\beta r_0) + C_8 K_0(\beta r_0) = 0\,;$$

$$C_5 F_1(J(\beta r_0)) - C_6 F_2(I(\beta r_0)) + C_7 F_3(Y(\beta r_0)) + C_8 F_4(K(\beta r_0)) = 0\,. \qquad (7)$$

где J_1, Y_1 – введенные ранее функции Бесселя первого порядка; I_1, K_1 – модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда первых порядков.

Однородная система уравнений (7) имеет нетривиальное решение для констант интегрирования C_5, C_6, C_7, C_8 при условии равенства нулю ее детерминанта. Следовательно

$$\begin{vmatrix} J_0(\beta) & I_0(\beta) & Y_0(\beta) & K_0(\beta) \\ F_1(J(\beta)) & -F_2(I(\beta)) & F_3(Y(\beta)) & F_4(K(\beta)) \\ J_0(\beta r_0) & I_0(\beta r_0) & Y_0(\beta r_0) & K_0(\beta r_0) \\ F_1(J(\beta r_0)) & -F_2(I(\beta r_0)) & F_3(Y(\beta r_0)) & F_4(K(\beta r_0)) \end{vmatrix} = 0. \qquad (8)$$

Получаемое из (8) трансцендентное уравнение служит для определения собственных чисел β_n ($n = 0, 1, 2, \ldots$). После их вычисления частоты собственных колебаний следуют из соотношения (5).

В общем случае для описания прогиба круглой трехслойной пластинки с отверстием, защемленной на внешнем и внутреннем контурах, при поперечных колебаниях можно ввести систему собственных ортонормированных функций $v_n \equiv v(\beta_n r) \equiv v(\beta_n, r)$:

$$v_n \equiv \frac{1}{d_n}\left[J_0(\beta_n r) + k_{1n} I_0(\beta_n r) + k_{2n} Y_0(\beta_n r) + k_{3n} K_0(\beta_n r)\right], \qquad (9)$$

где k_{in} – выражаются через значения бесселевых функций на внешнем и внутреннем контурах пластинки после определения собственных чисел β_n в связи с громоздкостью здесь не приводятся.

Константы d_n определяются из требования нормировки собственных функций:

$$d_n^2 = \int_{r_0}^{1} \left[J_0(\beta_n r) + k_1 I_0(\beta_n r) + k_2 Y_0(\beta_n r) + k_3 K_0(\beta_n r) \right]^2 r dr .$$

В конечном виде искомый прогиб представляется с помощью разложения в ряд по полученной фундаментальной системе собственных ортонормированных функций (9):

$$w(r,t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n \left(A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \right). \quad (10)$$

Радиальное перемещение и относительный сдвиг получим, используя соотношения (3) и условия $u = \psi = 0$ при $r = 1, r_0$:

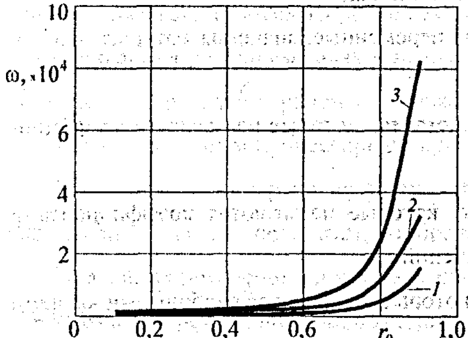
$$u(r,t) = b_1 \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n' \left(A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \right);$$

$$\psi(r,t) = b_2 \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n' \left(A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \right), \quad (11)$$

Коэффициенты A_n, B_n в формулах (10), (11) получим из начальных условий движения

$$A_n = \int_{r_0}^{1} f(r) v_n r dr, \quad B_n = \frac{1}{\omega_n} \int_{r_0}^{1} g(r) v_n r dr .$$

Численные результаты получены для шарнирно опертой по обоим контурам пластины, несущие слои которой выполнены из сплава Д16Т, в качестве заполнителя – фторопласт. Соотношения толщин слоев в пакете принималось следующее: $h_3 = 20h_1 = 20h_2 = 0{,}1$.



На рисунке показана зависимость собственных частот ω от радиуса отверстия r_0 (*1* – ω_0, *2* – ω_1, *3* – ω_2). С увеличением отверстия жесткость оставшейся части пластины увеличивается, что и вызывает нелинейный рост собственных частот колебаний.

Литература. 1. *Старовойтов Э. И.* Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки. – Гомель: БелГУТ, 2002. – 343 с. **2.** *Громыко Ю. В.* Свободные колебания трехслойной кольцевой упругой пластины. // Материалы, технологии, инструменты. №4. Гомель, 2001. – С. 9–12

КОМПЛЕКС КОНТРОЛИРУЮЩЕ- ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ ПО КУРСУ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ

Гуща П.И., БГТУ, г. Брест

В настоящей работе рассматривается один из подходов к разработке программ для обучения и контроля знаний студентов. В качестве конкретных задач были выбраны следующие задачи из области исследования операций:

1) **Задача линейного программирования.** Необходимо найти такой набор неизвестных переменных $x_1..x_n$, при которых линейная целевая функция (1) достигает своего экстремума, и при этом выполняется линейная система основных ограничений (2).

$$L(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to extr(\max, \min) \qquad (1)$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \oplus b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \oplus b_2 \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \oplus b_m \end{cases}$$

Где:

а) $\oplus \in \{=, \le, \ge\}$ - знак операции отношения;

б) $x_1, x_2, ..., x_n$ - неизвестные переменные, значения которых необходимо найти;

в) $c_1, c_2, ..., c_n$- известные константы, которые называются коэффициентами целевой функции;

г) $a_{i,j}$- известные константы, которые называются коэффициентами системы основных ограничений;

д) b_i- известные константы, которые называются свободными членами или просто правыми частями системы основных ограничений;