следующими свойствами:

1) в каждой точке $x \in B$ форма θ^k эквивариантна относительно правого действия группы G_x^k;

2) форма θ^k левоинвариантна;

3) ограничение формы θ^k на алгеброиде Ли $A(\Pi^k(B))$ совпадает с усечением π_{k-1}^k;

4) k-струйное продолжение диффеоморфизма базы оставляет инвариантной фундаментальную форму θ^k.

Классическая форма Картана на главном расслоении реперов позволяет характеризовать продолжения многообразия. Аналогичным свойством обладает и построенная нами фундаментальной форма θ^k на группоиде Ли $\Pi^k(B)$. Т.е. справедлива следующая

Теорема 2. Автоморфизм $(\Psi,\psi)_k$ группоида Ли $\Pi^k(B)$ с усечением является k-струйным продолжением диффеоморфизма многообразия B тогда и только тогда, когда $(\Psi,\psi)_k$ оставляет инвариантной фундаментальную форму θ^k, т.е.

$$\Psi^*\theta^k = \theta^k.$$

G–структура порядка k на многообразии B определяется подгруппоидом Ли Ω группоида Ли $\Pi^k(B)$. Сужение формы θ^k является фундаментальной формой G–структуры Ω.

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА MAPLE ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ ДРАЙЗИНА

Асмыкович О.И., БГУ, Минск

Рассмотрим стационарную линейную неоднородную дескрипторную [1] систему с запаздыванием:

$$A_0\dot{x}(t) + Ax(t) + A_1x(t-1) = f(t), \tag{1}$$

$$x_0(\cdot) = \{x(t) = \varphi(t), -1 \le t < 0, x(0) = x_0\}, \tag{2}$$

где $x \in R^n$, $A_0, A, A_1 \in C_{n,n}$, $\det A_0 = 0$, $f(t), \varphi(t)$ - кусочно-непрерывные n-вектор функции, $x_0 \in R^n$. При исследовании её качественных свойств в теории управления необходимо иметь аналитическую запись решения [3].

Система (1) совместна тогда и только тогда, когда совместна соответствующая ей однородная система

$$A_0\dot{x}(t)+Ax(t)+A_1x(t-1)=0. \quad (3)$$

Доказана теорема [4].

Если для параметров системы (3) выполняется равенство

$$A_0(A+mA_1)=(A+mA_1)A_0, \quad (4)$$

для всех $m, m\in C$, то для любых n-вектора q и кусочно-непрерывной n-вектор-функции $\psi(\tau), -1\le\tau<0$, вектор-функция

$$x(t)=F(t)A_0^DA_0q+\int_{-1}^{0}F(t-\tau-1)A_0^DA_1A_0^DA_0\psi(\tau)d\tau, \quad t\ge 0, \quad (5)$$

где $F(t)$ есть решение уравнения

$$\begin{cases}\dot{F}(t)+A_0^DAF(t)+A_0^DA_1F(t-1)=0,\\ F(0)=E_n,\ F(t)\equiv 0,\ t<0,\end{cases} \quad (6)$$

является решением системы (3). Здесь A_0^D - обратная матрица Драйзина [2].

Матрица $A^D \in C_{n,n}$, являющаяся решением матричных уравнений

$$AA^D=A^DA, \quad A^DAA^D=A^D, \quad A^DA^{k_0+1}=A^{k_0} \quad (7)$$

где $k_0=ind(A)$, называется обратной Драйзина [2] матрицы $A\in C_{n,n}$.

Она обладает следующими свойствами:

1. $R(A^D)=R(A^{k_0})$,

2. $N(A^D)=R(A^{k_0})$,

3. $AA^D=A^DA=P_{N(A^{k_0}),R(A^{k_0})}$

4. $(I-AA^D)=(I-A^DA)$,

5. $A^{p+1}A^D=A^p$ если $p\ge k_0$ и $p\in N$

6. если A невырождена то $A^D=A^{-1}$.

Пусть $A_0, B\in C_{n,n}$ и $A_0B=BA_0$. Тогда $A_0B^D=B^DA_0$, $A_0^DB=BA_0^D$, $A_0^DB^D=B^DA_0^D$.

Для нахождения обратной матрицы Драйзина в докладе использованы [2] и запрограммированы в Maple несколько различных методов.

I. Подсчёт с использованием жордановой формы,

1. Находим жорданову форму матрицы A - $J(A)=\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}$.

2. Вычисляем переходную матрицу P, и обратную к ней P^{-1}.

3. Выделяем из матрицы $J(A)$ матрицу C и вычисляем C^{-1}.

4. Подсчитываем $A^D = P\begin{bmatrix} C^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}P^{-1}$.

II. С помощью эшелонной формы Эрмита.

1. Берём $p \geq k_0$ $p \in N$, так чтобы $A^p \neq 0$.

2. Находим эшелонную форму Эрмита [2] к A^p - H_{A^p}.

3. Выбираем из H_{A^p} линейно независимые вектор-строки $v_1, v_2, \ldots v^r$ (базис для $R(A^k)$.)

4. Формируем матрицу $I - H_A$, и сохраняем ненулевые строки, которые назовём $v_{r+1}, v_{r+2}, \ldots, v_n$ (базис для $N(A^k)$)

5. Составим невырожденную матрицу $P = [v_1 \mid v_2 \mid \ldots \mid v_n]$.

6. Вычисляем P^{-1}.

7. Формируем матрицу $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}$, где C – невырожденная матрица, а N – нильпотентная.

8. Подсчитываем C^{-1}

9. Записываем $A^D = P\begin{bmatrix} C^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}P^{-1}$.

III. Нахождение обратной матрицы Драйзина A^D в виде полинома от матрицы A.

1. Находим собственные числа для A.

2. m_0 - количество нулевых собственных чисел $m = n - m_0$ - количество

всех остальных собственных чисел.

3. Находим коэффициенты полинома $p(x)=x^{m_0}\left(\alpha_0+\alpha_1 x+...+\alpha_{m-1}x^{m-1}\right)$, где [2]

$$\frac{1}{\lambda_i}=p(\lambda_i),$$

$$-\frac{1}{\lambda_i^2}=p'(\lambda_i),$$

......

$$\frac{(-1)^{m_i-1}(m_i-1)!}{\lambda_i^{m_i}}=p^{(m_i-1)}(\lambda_i)$$

4. Находим $A^D=p(A)$.

Приведены оценки быстродействия и точности предложенных методов.

Литература. 1. Dai L. Singular Control Systems. Lecture Notes in Control and information Sciences, Vol.118.- Berlin, Springer-Verlag, 1989. **2.** Campbell S.L. Generalized inverses of linear transformations. Belmont. California 1979. **3.** Асмыкович О.И., Крахотко В.В. О стабилизации линейных регулярных дескрипторных систем с запаздыванием // Мат. V Респ. науч. конф. студ. и асп. 18-20 марта 2002 г. Гомель, 2002, с. 153-154. **4.** Крахотко В.В., Размыслович Г.М. Линейные системы с запаздыванием, неразрешенные относительно старшей производной // Актуальные задачи теории динамических систем управления. - Мн.1989, с.51-59.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА КЛАСТЕРОВ МЕТОДАМИ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

Белко А.В., ГрГУ, г.Гродно

Фрактальные кластеры являются основным структурообразующим элементом целого ряда макроскопических систем, возникающих в результате протекания физико-химических процессов и явлений. Моделирование фрактальных кластеров является одним из способов изучения таких макроскопических систем [1–3]. Выбрав потенциал межатомного взаимодействия, можно, казалось бы, приступить к моделированию образования кластеров. Однако сразу же возникает проблема: каким численным методом решать уравнения движения? В традиционной молекулярной динамике движение системы из N частиц описывают уравнениями Ньютона: