представленного алгоритма строго не хуже варианта безусловной оптимизации, для которого оценка сложности – $O(|N|^2)$ [1,3].

Литература. 1. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы: Пер. с англ.– М.: Мир, 1984. – 455 с. **2.** Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Дж. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. – СПб.: Питер, 2001. – 386 с. **3.** Ревотюк М.П. Поиск кратчайших путей со структурными ограничениями на графах неоднородных транспортных сетей. – Мн.: МРТИ, 1990. – 16 с. – Деп. в ВИНИТИ 08.06.90, № 3244-В90.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЕЙВЛЕТОВ ПРИ ОБРАБОТКЕ МЕДИЦИНСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Дубровина О.В., БНТУ, Минск

Вейвлет-преобразования (непрерывное и дискретное) находят широкое применение в различных научных и прикладных исследованиях. Данное направление оформилось как отдельная математическая дисциплина в середине 80-х годов XX века (см., например, [2, 5]). Одно из перспективных направлений использования вейвлет-преобразований – обработка различного рода сигналов, содержащих медицинскую информацию (см. [1]).

Целью данной работы является разработка методики применения непрерывного и дискретного вейвлет-преобразования при исследовании звуковых сигналов, полученных при кардиотокографии (см., например, [3]). Для этого необходимо ввести интегральное вейвлет-преобразование, рассмотреть различные возможности выбора вейвлетов и только затем перейти к обработке сигналов на практике моделируется непрерывной кривой, хотя, как правило, заключенная в нем информация носит дискретный характер. Поэтому необходимо дискретизировать как сигнал, так и преобразование. Предлагается процедура дискретизации, позволяющая в дальнейшем использовать стандартные программные средства.

Приведем формальные определения. Пусть $x(t)\in L_2(R)$ – некоторая функция, в дальнейшем называемая сигналом. Интегральным вейвлет-преобразованием сигнала $x(t)$ называется преобразование вида

$$W_\psi(a,b)(x) = w(a)\int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t)\overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}dt,$$

где $a, b \in R$ и $a \neq 0$; ψ – произвольная функция из $L_2(\mathrm{R})$, называемая вейвлетом и удовлетворяющая дополнительным условиям:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(f)|^2}{|f|} df < \infty,$$

где $\hat{\psi}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i(2\pi f)t} dt$ – преобразование Фурье функции $\psi(t)$,

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < 0.$$

В приложениях достаточно часто употребляется вейвлет Хаара $\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t < 1/2, \\ -1, & 1/2 \le t < 1, \\ 0 & t < 0, t \ge 1, \end{cases}$ который позволяет идентифицировать угловые точки непрерывного сигнала и хорошо приспособлен для исследования сигналов с компактным носителем. Следует отметить также важный в теоретическом отношении комплексный вейвлет Морле $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{2\pi i f_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}}$, $f_0 >> 0$, который позволяет раскладывать по частотным диапазонам сигналы, содержащие затухающие колебания.

Возможность перехода от интегрального вейвлет-преобразования к дискретному вейвлет-преобразованию была обнаружена И. Мейером [4]. Он также указал условия на вейвлет, при котором интегральное вейвлет-преобразование можно заменить дискретным, задав некоторый базис в гильбертовом пространстве $L_2(\mathrm{R})$.

Обсудим данную возможность на примере некоторого сигнала медицинской природы. Пусть исходный сигнал представлен графически непрерывной кривой конечной длины (рис. 1).

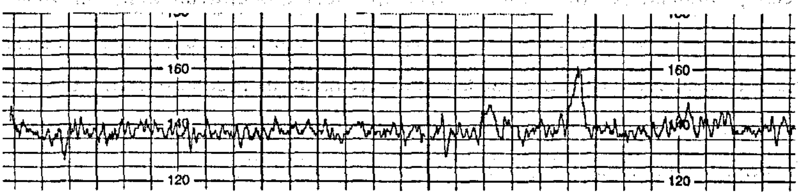

Рис. 1

Заметим, что в действительности прибор снимает показания в конечном числе моментов времени (другими словами, на некотором наборе точек). Это обуславливает необходимость перехода от непрерывного сигнала к дискретному.

Предлагается следующий алгоритм обработки сигнала:

Определяем длину сигнала, т.е. временной интервал, на котором информация о процессе является достоверной (или, по крайней мере, приближает достоверную).

Определение длины сигнала необходимо для задания дискретной шкалы и в дальнейшем длина может быть скорректирована как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения.

Определяем характерные точки кривой. Данный процесс называется оцифровкой графического представления сигнала и он состоит в снятии координат некоторых точек на кривой.

Поскольку моменты снятия показаний прибором, вообще говоря, не известны, то в качестве характерных точек берут точки локальных максимумов и минимумов на кривой.

Определяем единицу временной шкалы. Для применения стандартных программных средств необходимо, чтобы дискретный сигнал имел вид одномерного временного ряда, т.е. соседние данные находились на одинаковом расстоянии. При необходимости точки могут быть перемещены на некоторое расстояние.

Вводим диадическую шкалу. Стандартные алгоритмы работают с сигналами, содержащими точки в количестве, кратном степени двойки. На этом мы должны таким образом либо добавить, либо отбросить некоторое количество точек, с тем, чтобы указанное выше условие было выполнено. Это достигается применением полиномиальной интерполяции во внутренних диапазонах или экстраполяцией вне сигнала.

Раскладываем диадический сигнал по частотным интервалам. Данная процедура осуществляется с помощью стандартного приложения Wavelet Toolbox математического пакета MATLAB. Ниже представлены разложения сигнала, изображенного на рис. 1 в соответствующих частотных интервалах.

Переход от всех частот к некоторому набору частотных интервалов позволяет удалить сторонний "шум" в сигнале и восстановить характерные особенности сигнала, соответствующие исходному процессу.

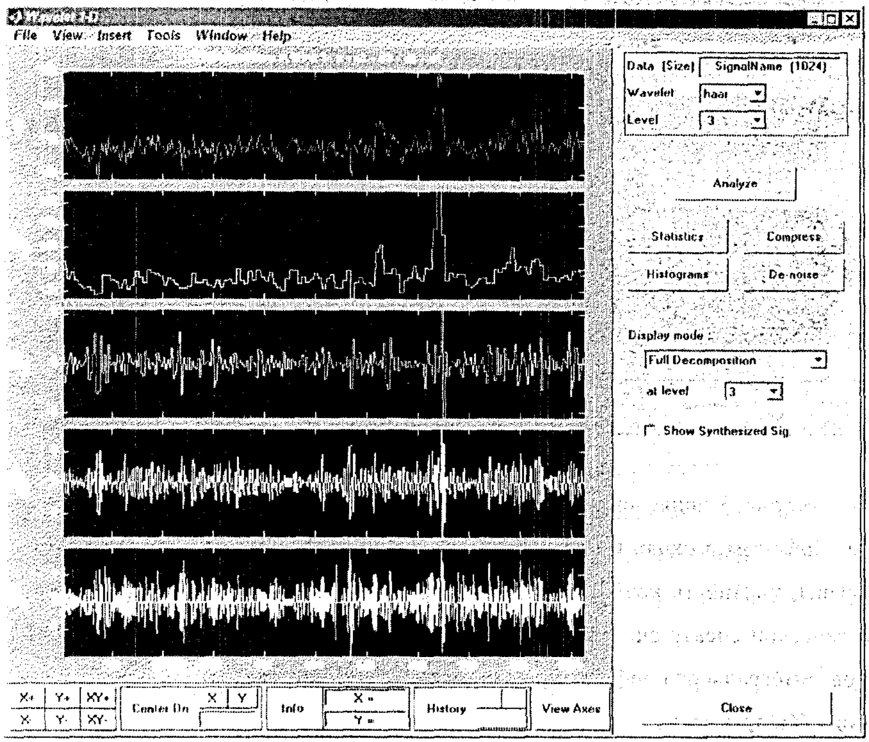

Рис. 2

На рис. 2 приведен анализ сигнала, изображенного на рис. 1, с помощью вейвлета Хаара. Декомпозиция сигнала представлена грубой аппроксимацией на третьем уровне коэффициентов a_3, а также тремя детальными разложениями на уровнях коэффициентов d_1, d_2 и d_3.

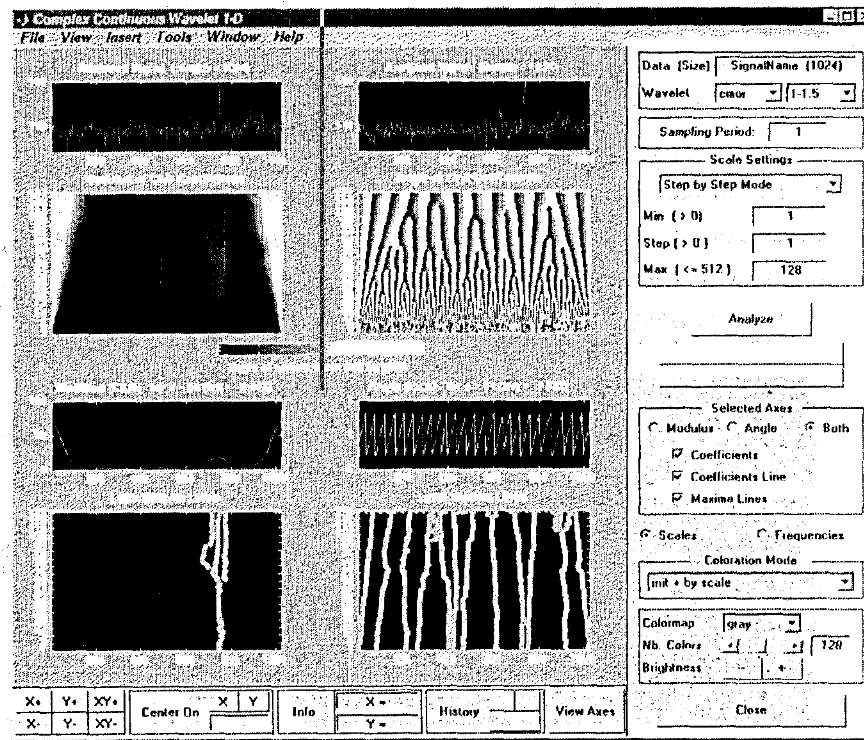

Рис. 3

На рис. 3 приведен анализ сигнала на основе комплексного вейвлета Морле. При этом в окнах в порядке их следования сверху вниз представлены сам сигнал, плотность коэффициентов дискретного вейвлет-преобразования, энергетический спектр сигнала для выбранной частоты (шкалы) и линии максимумов интегрального вейвлет-преобразования, соответственно для комплексного модуля и аргумента.

Литература. 1. Addison P.S. *The Illustrated Wavelet Transform Handbook*. Bristol, IoP Publ. 2002. **2.** Grossmann A. and Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape, *SIAM J. Math. Anal.* 15 (1984), 723-736. **3.** Hutson J.M, Petrie R.H. Possible limitations of fetal monitoring. *Clinical Obstet Gynecol*. 29, №1(1986). 104-113. **4.** Meyer Y. Principle d'incertitude, bases on Hilbertiennes et algèbres d'opérateurs, *Séminaire Buorbaki* 662 (1985-1986). **5.** Чуи К. *Введение в вейвлеты*. М., Мир. 2001.