МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ «ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ – ПРУЖИНА».

Луковников В.И., Рудченко Ю.А., ГГТУ, Гомель

Во многих областях науки, техники и производства, используется колебательное движение рабочего органа машины без повышенных требований к качеству колебаний. Здесь перспективным оказывается применение автоколебательных режимов работы электродвигателей, что в конечном итоге ведет к уменьшению материалоемкости и энергопотребления. Данный режим работы электродвигателей используется в испытательных стендах пружинных подвесок и других упругих элементов, дисбалансных вибраторах, станках-качалках, аппаратах спортивной вибростимуляции, игрушках, рекламных качающихся устройствах и т.д. [1].

Известно много методов исследования установившегося движения автоколебательных систем: методы малого параметра, Ван дер Поля, Галеркина – Бубнова, гармонического баланса. В данной статье будет представлен еще один (авторский) метод, основанный на идее компенсации в установившемся режиме диссипативных сил нагрузки электромагнитными силами подпитки автоколебаний от асинхронного электродвигателя (АД).

Суть метода заключается в следующем.

В общем виде дифференциальное уравнение движения нагруженного асинхронного электродвигателя можно записать следующим образом

$$\ddot{\varphi} + f_1(\dot{\varphi}) - f_2(\dot{\varphi}) + \varphi + \delta_1 - \delta_2 = 0, \qquad (1)$$

где $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ – относительная угловая координата положения вала АД и ее первая (скорость) и вторая (ускорение) производные по относительному времени;

Слагаемые $\ddot{\varphi}$ и φ описывают в относительных переменных консервативную пару «момент инерции — упругость»; функции $f1(\dot{\varphi})$ и $f2(\dot{\varphi})$ определяют диссипативные силы нагрузки и электромагнитные силы подпитки от АД;

величины $\delta 1$ и $\delta 2$ учитывают постоянные, не зависящие от времени и координаты, усилия нагрузки и электромагнитного пускового момента АД.

С целью реализации метода компенсации, введем новую переменную

$$\psi = \varphi + \varphi_0, \tag{2}$$

где φ_0 — некоторая постоянная угловая координата.

Подстановкой (2) в (1) найдем, что

$$\ddot{\psi} + f_1(\dot{\psi}) - f_2(\dot{\psi}) + \psi - \varphi_0 + \delta_1 - \delta_2 = 0, \tag{3}$$

Так как установившееся автоколебательное движение происходит по периодическому закону, то постоянное слагаемое в уравнении (3) должно равняться нулю.

Значит величина постоянного смещения (поджатия или растяжения) пружины, относительно которого и происходят автоколебания, будет равна

$$\varphi_0 = \delta_1 - \delta_2.$$

Теперь представим уравнение (3) в виде, когда слагаемые, определяющие консервативную пару, записываются слева

$$\ddot{\psi} + \psi = f_2(\dot{\psi}) - f_1(\dot{\psi}). \tag{4}$$

При полной компенсации $f_2(\dot{\psi}) - f_1(\dot{\psi}) = 0$ и тогда вместо уравнения (4) можно исследовать систему двух уравнений

$$\begin{cases} \ddot{\psi} + \psi = 0, \\ f_2(\dot{\psi}) - f_1(\dot{\psi}) = 0. \end{cases}$$

Эта система избыточна, поскольку для нахождения одного общего неизвестного периодического решения имеется два уравнения.

В то же время такая избыточность очень полезна при определении взаимосвязи параметров пуска АД, электропитания и нагрузки, определяющей возникновение и устойчивость предельных циклов автоколебаний.

Такая связь легко устанавливается приравниванием отдельно найденных решений обоих уравнений.

Предлагаемый подход к определению на основе идеи компенсации установившегося периодического решения уравнения (1) не рекомендуется для общего применения.

Он дает хорошие результаты в случае, когда $f1(\Psi)$ и $f2(\Psi)$ являются нечетными функциями, поскольку тогда, как следует из метода гармонического баланса, невязка $\xi(t) = f_1(\psi) - f_2(\psi)$ наиболее близка к нулю. Если же дополнительно известно, что закон автоколебаний почти гармонический, то использование метода компенсации дает результаты, точно совпадающие с полученными классическими методами.

Рассмотрим, например, известное уравнение Релея, которое в принятых нами обозначениях можно записать

$$\ddot{\varphi} - \mu\,\dot{\varphi} + \mu\,\dot{\varphi}^3 + \varphi = 0, \qquad (5)$$

Здесь разность функций $f_1(\dot{\varphi}) - f_2(\dot{\varphi}) = -\mu\dot{\varphi} + \mu\dot{\varphi}^3$ нечетная и при $\mu \le 0.1$, как известно, закон автоколебаний почти гармонический.

Используя идею компенсации, запишем уравнение

$$-\mu\,\dot{\varphi} + \mu\,\dot{\varphi}^3 = 0,$$

и найдем периодическое решение постановкой $\varphi = \varphi_m \sin\tau$.

Корни уравнения дают:

$\varphi_{m1} = 0$ — состояние равновесия,

$\varphi_{m2} = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ — неустойчивый предельный цикл,

$\varphi_{m3} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ — устойчивый предельный цикл.

Это точно совпадает с известными исследованиями уравнения Релея [2].

Методом компенсации был проведен анализ обобщенного уравнения автоколебательного движения АД и определены условия возникновения, устойчивости и бифуркаций автоколебаний в однофазном и трехфазном электродвигателе с упругостью на валу [3]. Результаты совпали с результатами анализа общеизвестным методом Ван дер Поля.

Преимущество используемой нами идеи компенсации при решении уравнения движения перед методом Ван дер Поля, заключается в том, что в критериальные соотношения удается ввести кроме уравнений связи параметров нагрузки, АД и его электропитания еще и начальные условия пуска, которые существенно влияют на получение устойчивого автоколебательного режима.

Литература. 1. Луковников В.И., Веппер Л.В. Исследование автоколебательного движения однофазного асинхронного электродвигателя с линейной пружиной на валу // Вестник ГГТУ им. П.О.Сухого. — 2001. – *N* 2. – с.33-42. **2.** Власов Н.П. Автоколебательная схема с однофазным асинхронным мотором // Журнал технической физики.– 1935. – Т.5, №4. – с.641-653. **3.** Луковников В.И., Рудченко Ю.А. Анализ электромеханической автоколебательной системы «Асинхронный электродвигатель — упругий элемент» // Вестник ГГТУ им. П.О.Сухого. – 2003. – №1. – с.61-66.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ТРН-АД С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ И УПРАВЛЕНИЕМ ПО УГЛУ БЕСТОКОВОЙ ПАУЗЫ

Шваяков А.В., Белорусско - Российский университет, Могилев

В статье рассматривается анализ и моделирование нелинейной динамической системы ТРН-АД с фазовым управлением и управлением по углу бестоковой паузы тиристорами. Все характеристики рассчитаны для асинхронного двигателя 4A100L4 (номинальная мощность – 4 кВт) в математическом пакете MATLAB фирмы The Math Works Inc..

На рисунке 1 представлена разработанная в Simulink блок-схема (модель) системы ТРН-АД с фазовым управлением.