

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОЩНОСТИ ТЕСТОВ КОИНТЕГРИРОВАННОСТИ  
ПРИ НАЛИЧИИ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ.**

*Босько А.А., БГУ, Минск*

Структурные изменения моделей являются характерной особенностью временных рядов макроэкономических показателей. При наличии структурных изменений в моделях временных рядов должны использоваться специальные тесты коинтегрированности, потому что структурные изменения могут оказывать влияние на свойство коинтегрированности.

Векторная модель коррекции ошибок при наличии структурных изменений в детерминированной части исследовалась Йохансенем, Москони и Нильсеном в их совместной работе 2000 г. [3]. Там же были описаны типы структурных изменений, а также получено выражение для статистики теста, основанного на функции отношения правдоподобия (теста Йохансена) при заданных типах структурных изменений. При этом предполагалось, что априорно известны моменты структурных изменений и количество периодов  $q$  ( $q \geq 1$ ) в течение которых могут иметь место структурные изменения. Длины этих периодов равны  $T_j - T_{j-1}$  для  $j = 1, 2, \dots, q$ , где  $0 = T_0 < T_1 < T_2 < \dots < T_q = T$ .

При введении фиктивных переменных  $D_{j,t-i}$  и  $E_t = (E_{1,t}, \dots, E_{q,t})'$  модель коррекции ошибок при наличии структурных изменений в детерминированной части принимает вид [3] (рассматривается векторная авторегрессионная модель порядка  $k$ ):

$$\Delta X_t = \alpha \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ tE_t \end{pmatrix} + \mu E_t + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \sum_{j=2}^q \sum_{i=1}^k k_{j,i} D_{j,t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где  $\beta$  – матрица коинтегрирующих векторов,  $\alpha$  – матрица регулирования,  $\Gamma_i$  – матрицы размерности  $(p \times p)$ , и  $\varepsilon_t$  предполагаются независимыми, нормально распределенными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $\Omega$  размерности  $(p \times p)$ ,  $k_{j,i}$  –  $p$ -векторы и  $X_1, \dots, X_k$  – фиксированные начальные наблюдения,  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_q)$ ,  $\gamma = (\gamma'_1, \dots, \gamma'_q)'$  – параметры сноса для различных периодов размерности  $(q \times 1), (p \times q), (q \times r)$ , соответственно.

Проблема тестирования порядка коинтегрированности при наличии структурных изменений в детерминированном тренде состоит в том [3], что распределение статистики отношения правдоподобия зависит как от вида детерминированной части, так и от типа структурных изменений, а также самих «моментов разладки». При структурных изменениях в матрице коинтегрирующих векторов  $\beta$ ,  $\alpha$  и ковариационной матрице  $\Omega$ , как показано в [1], возможно обобщение теста Йохансена.

Целью данной работы является исследование свойств теста Йохансена в случае, когда не учитываются присутствующие структурные изменения. В частности, изучение зависимости ошибок первого и второго рода теста Йохансена от степени выраженности и типа структурного изменения. Рассматриваются две модели со структурными изменениями в середине исследуемого периода ( $T_1 = T/2$ ).

Первая модель предполагает наличие линейных трендов в исследуемых временных рядах и в коинтеграционном соотношении и имеет вид:

$$\Delta X_t = \alpha \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ tE_t \end{pmatrix} + \mu + \sum_{i=1}^k \sum_{j=2}^q k_{j,i} D_{j,t-i} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

где  $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma')$  – вектор линейной составляющей в коинтеграционном соотношении. Для исследования зависимости результатов теста от степени выраженности разладки положим  $\gamma_2 = \delta_1 \cdot \gamma$ , где  $\delta_1 = 1, \dots, 10$ .

Вторая модель предполагает наличие линейного тренда в исходных временных рядах. Коинтеграционное соотношение содержит только свободный член. Модель описывается соотношением:

$$\Delta X_t = \alpha \beta' (X_{t-1}) + \mu E_t + \sum_{i=1}^k \sum_{j=2}^q k_{j,i} D_{j,t-i} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где  $\mu = (\mu_1, \mu_2)$  – матрица размерности  $(3 \times 2)$  линейных составляющих в исходных данных.

На основании Теоремы о представлении [3] было получено представление для двух моделей в виде процессов скользящего среднего, которые использовались для исследования теста коинтегрированности. Для каждого  $\delta_1$  и  $\delta_2$  с по-

мощью статистического моделирования было получено по  $N = 10000$  реализаций. Для исследования результатов теста от длины временного промежутка моделировались ряды длиной 50, 100, 200.

Рассматривались две гипотезы:  $H_0$ : отсутствие коинтегрированности против альтернативы  $H_1$ : порядок коинтегрированности равен или больше единицы. Использовался обычный тест Йохансена без предположения о присутствии структурного изменения. Использовалось 5%-ное критическое значение [2]. Таким образом, предполагалось, что исследователь не обнаружил структурного изменения. Вероятность ошибки первого рода имеет смысл вероятности ошибиться в пользу гипотезы о коинтегрированности. Мощность теста имеет смысл вероятности правильного принятия гипотезы о наличии коинтегрированности.

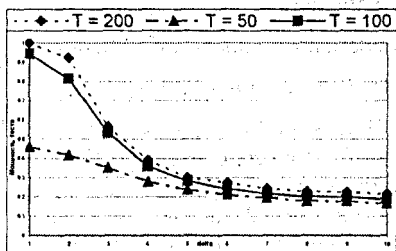


Рис. 1. Мощность теста

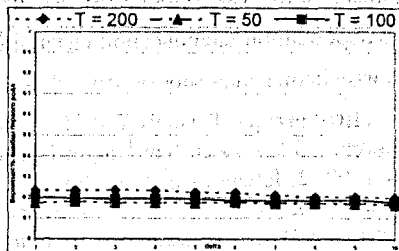


Рис. 2. Вероятность ошибки первого рода

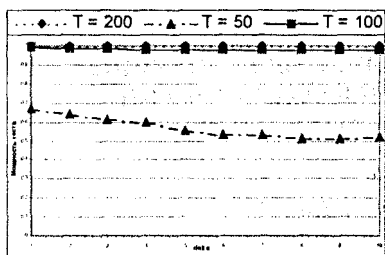


Рис. 3. Мощность теста

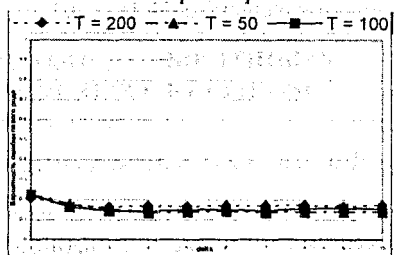


Рис. 4. Вероятность ошибки первого рода

Для первой модели результаты приведены на рис. 1 и 2, для второй на рис.3 и 4. Для первой модели увеличение степени выраженности «разладки» приводит к резкому уменьшению мощности теста, что говорит о большой вероятности отклонения верной гипотезы о наличии коинтегрированности. Ошибка

первого рода незначительно уменьшается при увеличении эффекта структурного изменения. Таким образом, не принятие во внимание структурного изменения в коинтеграционном соотношении может привести к неверному выводу об отсутствии коинтегрированности.

Для второй модели наблюдается незначительное уменьшение мощности и ошибки первого рода. Это говорит о том, что структурные изменения в детерминированных составляющих, не вовлеченных в долговременную равновесную связь, не могут повлиять на правильное определение коинтегрированности временных рядов.

Для не коинтегрированных рядов наличие в них структурных изменений в один момент времени не увеличивает вероятность ошибиться в пользу коинтегрированности. Таким образом, важнейшим вопросом является присутствие в долговременной равновесной связи фактора времени и определения возможности изменения значимости этого фактора в определенный момент времени.

**Литература.** 1. Hansen P. R. *Structural Breaks in the Cointegrated Vector Autoregressive Model*. San Diego: Department of Economics, University of California, 1999. 2. Johansen S. *Likelihood-based inference in cointegrated vector autoregressive models*. N.Y.: Oxford university press Inc, 1995. 3. Johansen S., Mosconi R., Nielsen B. *Cointegration analysis in the presence of structural breaks in the deterministic trend* // *Econometrics Journal*. № 3. 2000. P.216–249. 4. Engel R. F., Granger C. W. J. *Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing* // *Econometrica*. №.55. 1987. P.251–276.

### СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СВЕРХЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

*Калюта В.В., БрГУ, Брест*

Для решения нелинейных систем

$$F(x)=0; f(D \subset R^n \rightarrow R^n), f \in C_d^{(2)}$$

применяем следующие итерационные методы:

Итерационные процессы, локально сходящиеся с квадратичной скоростью:

Шаг 1: Решается линейная система:

$$(\alpha E + \bar{f}'(x_n) f'(x_n)) \Delta x_n = -\bar{f}'(x_n) f(x_n); \alpha \ll 1; \alpha \in (10^{-8}, 10^{-5});$$

Шаг 2: Очередное приближение находится по формулам:

$$x_{n+1} = x_n + \beta_n \Delta x_n; \beta_0 \in (10^{-3}, 10^{-1});$$