

17. Garboczi, E.J. Elastic moduli of a material containing composite inclusions: Effective medium theory and finite element computations / E.J. Garboczi, J.G. Berryman // *Mechanics of Materials*. – 2001. – Vol. 33, iss. 8. – P. 455–470.
18. Christensen, R.M. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models / R.M. Christensen, K.H. Lo // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1979. – Vol. 27, iss. 4. – P. 315–330.
19. Christensen, R.M. A critical evaluation for a class of micro-mechanics models / R.M. Christensen // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1990. – Vol. 38, iss. 3. – P. 379–404.
20. Torquato, S. Random Heterogeneous Media: Microstructure and Improved Bounds on Effective Properties / S. Torquato // *Applied Mechanics Reviews*. – 1991. – Vol. 44, iss. 2. – P. 37–76.
21. Schwartz, L.M. Interfacial transport in porous media: Application to dc electrical conductivity of mortars / L.M. Schwartz, E.J. Garboczi, D.P. Bentz // *Journal of Applied Physics*. – 1995. – Vol. 78, iss. 10. – P. 5898–5908.

Материал поступил в редакцию 26.01.2018

KRAVCHENKO V.V. The basic theoretical aspects modelling of homogeneous elastic properties of the cement-based composite

The basic theoretical aspects modeling of homogeneous elastic properties of the cement-based composite by various methods, such as Self-Consistent Scheme, Mori-Tanaka, Differential Effective Medium Theory and New Differential Effective Medium Theory, are presented.

УДК 691.327

Кравченко В.В.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ЦЕМЕНТНЫХ КОМПОЗИТНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ «ВНУТРЕННЕГО УВЛАЖНЕНИЯ»

Введение. Развитие технологии тяжелого бетона долгое время было направлено, главным образом, на получение его высокой прочности при сжатии. Выражением нового взгляда на свойства бетонов можно считать изменение в терминологии, когда повсеместно в зарубежной и национальной технической литературе начали применять термин «высокоэффективный бетон» (англ. HPC – High Performance Concrete). Термин «высокоэффективный бетон» явился следствием необходимости придания бетону специальных конструктивно-технологических свойств, которые, как правило, не учитывались при проектировании составов традиционных бетонов.

Высокоэффективные бетоны, помимо высокой прочности при сжатии, характеризуются высокой долговечностью и связанными с ней свойствами проницаемости и плотности. Наряду с очевидными преимуществами, такие бетоны обладают существенными недостатками, основным из которых является развитие усадочных деформаций, главным образом, аутогенной усадки. Физическая (воздушная) и аутогенная усадка являются главными источниками появления микротрещин в структуре бетона, обусловленных возникновением собственных напряжений, в случае, когда усадочные деформации развиваются в условиях ограничения. Аутогенная усадка является неотъемлемым свойством бетона, наибольший эффект которой проявляется в изолированных условиях, когда бетон не теряет влагу в окружающую среду.

Несколько десятков лет назад этот факт показался бы, по меньшей мере, странным, поскольку плотная структура бетона с незначительной открытой капиллярной пористостью, казалось бы, является надежной защитой от потерь влаги в окружающую среду и развития деформаций физической усадки.

Однако комплексная оценка процессов структурообразования цементного камня позволила выявить еще одну причину развития усадочных деформаций: при низком водовязущем отношении наблюдается недостаток свободной воды для полной гидратации цемента и протекания пуццолановых реакций. Уже в начальный период твердения значительная часть свободной воды переходит в химически связанное состояние, а в обезвоженных порах цементного камня возникает капиллярное давление, основная предполагаемая причина возникновения аутогенной усадки.

Таким образом, в конструкциях, изготавливаемых из высокоэффективных бетонов, вместо физической усадки основную долю объемных деформаций составляет аутогенная усадка, обусловленная изменением начального объема композита в результате протекания химических реакций гидратации (химическая усадка), приводящих к уменьшению относительной влажности в поровой среде цементного камня (т.н. «самовысыхание», англ. self-desiccation) [1].

Механизм аутогенной усадки. В настоящее время в исследовательском сообществе существует предположение о трех основных причинах, вызывающих деформацию аутогенной усадки в цементном камне [1]:

- возникновение и развитие капиллярного давления в порах цементного камня;
- изменение поверхностной энергии частиц твердой фазы цементного камня;
- изменение расклинивающего давления адсорбированной воды, находящейся между частицами твердой фазы цементного камня.

Капиллярное давление вызвано появлением криволинейных менисков на границе раздела жидкой и газообразной фаз в поровой среде цементного камня. Процесс образования менисков является следствием возникновения газообразной фазы в поровой среде цементного камня, основной причиной которой является химическая усадка, которая возникает в процессе гидратации цемента.

Капиллярное давление, в общем случае, определяется как разность давлений над и под искривленной поверхностью мениска:

$$p_c = p_g - p_w, \quad (1)$$

где p_c – капиллярное давление, возникающее в поровой среде;

p_g – давление газообразной фазы в поровой среде;

p_w – давление жидкой фазы в поровой среде.

Если поверхность стенок капилляра смачивает вода, это обуславливает образование вогнутой поверхности менисков, которые вызывают отрицательное гидростатическое давление в поровой жидкости, так как у поверхности такого мениска давление внутри жидкости меньше, чем давление газа над ее поверхностью.

Поэтому в поровой жидкости будут действовать растягивающие напряжения, обусловленные силами поверхностного натяжения воды на границе раздела фаз «жидкость – газ», которые будут уравновешиваться действием сжимающих напряжений в твердой фазе цементного камня [2]. Действие сжимающих напряжений приводит к всестороннему обжатию твердой фазы цементного камня и уменьшению его первоначального объема, т. е. к возникновению усадочных деформаций.

Капиллярное давление p_c , действующее в поровой среде цементного камня, может быть определено на основании закона Лапласа:

$$p_c = \frac{2 \cdot \gamma_{12} \cdot \cos \vartheta}{r_m}; \quad r_m = r_c - \delta_{ads}, \quad (2)$$

где γ_{12} – поверхностное натяжение воды на границе раздела фаз «жидкость – газ»;

r_m – радиус мениска;

ϑ – краевой угол смачивания;

r_c – радиус капилляра с мениском;

δ_{ads} – толщина слоя адсорбированной воды на поверхности капилляра.

Изменение толщины слоя воды, адсорбированной на поверхности стенок капилляра приводит к изменению поверхностной энергии частиц твердой фазы цементного камня.

Процесс адсорбции молекул воды на поверхности частиц твердой фазы приводит к увеличению их поверхностной энергии и возникновению деформации расширения, в то время как десорбция молекул воды соответственно приводит к уменьшению поверхностной энергии и возникновению усадочной деформации цементного камня [3].

На изменение поверхностной энергии частиц твердой фазы оказывают влияние только три первых слоя молекул адсорбированной воды. Наружные слои молекул адсорбированной воды связаны с поверхностью частиц относительно слабыми силами и на изменение поверхностной энергии не оказывают практически никакого влияния [1].

В работе [4] предложено учитывать изменение поверхностной энергии частиц твердой фазы цементного камня на границе раздела фаз «твердое тело – жидкость» и «твердое тело – газ» через дополнительное давление, возникающее в поровой среде цементного камня, которое в свою очередь зависит от капиллярного давления, действующего в его поровой среде:

$$p_U = \int_{S_{w,p}} p_c \cdot dS, \quad (3)$$

где p_U – давление, возникающее в поровой среде при изменении поверхностной энергии частиц твердой фазы цементного камня;

$S_{w,p}$ – степень насыщения пор влагой.

В классическом определении расклинивающее давление – это избыточное давление в тонком слое воды или газа, разделяющем две фазы тела. Проявление расклинивающего давления в поровой среде цементного камня наблюдается там, где расстояние между поверхностями частиц твердой фазы меньше чем в два раза общей толщины слоя воды, адсорбированной на их поверхностях [1]. Такую область пор цементного камня принято называть областью затрудненной адсорбции [3].

По данным [5], расклинивающее давление адсорбированной воды между частицами твердой фазы – результат взаимодействия молекулярных Ван-дер-Ваальсовых сил, электростатических сил двойного электрического слоя и структурных (молекулярных) сил, которые иногда называют «гидратационными» силами.

По данным [3, 6], вследствие того, что потребление свободной воды в процессе гидратации происходит из капиллярных пор, для термодинамического равновесия в поровой среде цементного камня, молекулы воды, адсорбированной на стенках капилляров в зоне свободной адсорбции, постепенно будут проникать в капиллярную жидкость, а молекулы воды, адсорбированной на стенках капилляров в области затрудненной адсорбции, соответственно перемещаться в зону свободной адсорбции.

Процесс диффузии воды в конечном итоге уменьшает не только значение расклинивающего давления адсорбированной воды, находящейся в области затрудненной адсорбции, но также область его действия между частицами твердой фазы, что приводит к сокращению расстояния между частицами твердой фазы, т. е. приводит к возникновению усадочных деформаций.

В работе [7] значение расклинивающего давления p_π в поровой среде цементного камня предложено оценивать по следующей зависимости:

$$p_\pi = p_{\pi,0} \cdot \exp\left[-\frac{2 \cdot \delta_{ads}}{\lambda}\right], \quad (4)$$

$p_{\pi,0}$ – номинальное расклинивающее давление, которое определяется экспериментально, по данным [7] принимается равным 4500 МПа.

λ – расстояние между частицами твердой фазы цементного камня, при котором проявляется наибольшее действие расклинивающего давления, по данным [7] принимается равным 0,95 нм.

Как видно, представленные зависимости (1), (2) и (3) являются функциями двух основных аргументов – радиуса капилляра с мениском r_c и толщины слоя воды, адсорбированной на поверхности стенок капилляров δ_{ads} .

На основании положений классической теории термодинамики, используя физические законы Рауля и Кельвина, можно получить уравнение для определения радиуса мениска [4, 8]:

$$\ln\left(\frac{RH}{a_w}\right) = -\frac{2 \cdot \gamma_{12} \cdot M_w}{r_m \cdot \rho_w \cdot R \cdot T}, \quad (5)$$

где RH – относительная влажность поровой среды цементного камня;

a_w – активность воды в поровом растворе;

M_w – молярная масса воды;

ρ_w – плотность воды;

R – универсальная газовая постоянная;

T – температура в поровой среде цементного камня.

Толщина слоя адсорбированной воды зависит от значения относительной влажности в поровой среде цементного камня. Толщина слоя адсорбированной воды может быть рассчитана на основе положений теории полимолекулярной адсорбции в зависимости от относительной влажности поровой среды, в соответствии с [9]:

$$\delta_{ads} = \frac{5,25 \cdot 10^{-9} \cdot RH}{\left(1 - \frac{RH}{RH_{S_{w,p}=1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{RH}{RH_{S_{w,p}=1}} + 15 \cdot RH\right)}, \quad (6)$$

где $RH_{S_{w,p}=1}$ – относительная влажность, соответствующая полностью насыщенным влагой порам, [-].

В практических расчетах величину относительной влажности, соответствующей полностью насыщенным влагой порам, можно принять равной 100%.

Из анализа зависимостей (2)–(6) можно сделать вывод о том, что основным фактором, оказывающим влияние на аутогенную усадку является значение относительной влажности в поровой среде цементного камня, уменьшение которой приводит к увеличению значения каждой ранее рассмотренной компоненты давления, действующего в поровой среде, что в свою очередь соответственно приводит к увеличению значения аутогенной усадки.

По данным исследований [3, 10], развитие химической усадки в цементном камне сопровождается постепенным уменьшением относительной влажности в его поровой структуре. Как было отмечено ранее, процесс постепенного уменьшения относительной влажности в поровой структуре цементного камня принято называть его «самовысыханием» (англ. – self-desiccation).

В итоге аутогенную усадку можно охарактеризовать как объемную деформацию изолированной цементной композитной системы, возникающую вследствие процесса «самовысыхания» и обусловленную возникновением и развитием химической усадки.

Концепция «внутреннего увлажнения». В настоящее время для уменьшения деформации аутогенной усадки в технологии бетона активно применяется концепция «внутреннего увлажнения» (англ. – internal curing).

В соответствии с терминологией ACI Committee 308 под «внутренним увлажнением» подразумевается процесс, при котором гидратация цемента происходит с участием дополнительной воды, доступной для реакции гидратации, но не являющейся частью воды затворения [11].

В рамках концепции «внутреннего увлажнения» требуемое количество дополнительной воды резервируется в специальном компоненте, который служит в качестве так называемого «увлажняющего агента». При изготовлении бетонной смеси «увлажняющий агент» распределяется в ее структуре, создавая таким образом внутренний источник воды, которая затем в процессе твердения бетона активно мигрирует в его поровую среду, заполняя водой образующиеся обезвоженные поры.

В качестве «увлажняющего агента» в настоящее время применяются:

- мелкие фракции природных или искусственных легких пористых заполнителей с требуемыми сорбционными свойствами;
- адсорбирующие полимеры, выпускаемые под различными торговыми марками.

Дополнительная вода, зарезервированная в «увлажняющем агенте», мигрируя и заполняя образующиеся обезвоженные поры в цементном камне, приводит к увеличению относительной влажности в его поровой среде в процессе твердения, по сравнению с относительной влажностью без применения «увлажняющего агента», что в свою очередь приводит к замедлению процесса «самовысыхания» и, как следствие, к уменьшению значения аутогенной усадки.

Требуемое количество «увлажняющего агента» определяют зависимости от его водопоглощения и дефицита объема воды в структуре цементного камня, который принимается равным величине химической усадки цементного камня:

$$V_{lwa} = \frac{\varepsilon_{ch,max} \cdot V_{cm}}{W_v}, \quad (7)$$

где V_{lwa} – относительный объем пористого заполнителя в цементной композитной системе;

$\varepsilon_{ch,max}$ – полная химическая усадка цементного камня;

V_{cm} – относительный объем цементной матрицы в цементной композитной системе;

W_v – объемное водопоглощение пористого заполнителя.

Предпосылки и допущения многоуровневой модели цементного композита. При разработке положений модели для прогнозирования собственных деформаций цементных композитных систем приняты следующие предпосылки и не противоречащие им допущения:

1. Структура цементной композитной системы рассматривается на следующих элементарных гетерогенных уровнях:

- уровень цементной матрицы (уровень 1), состоящий из твердой фазы продуктов гидратации и капиллярной пористости, характерный размер фаз уровня выражается в мкм;
- уровень цементной композитной матрицы (уровень 2), состоящий из цементной матрицы, транзитной зоны и гранул пористого заполнителя, характерный размер фаз уровня выражается в мм;
- уровень бетонного композита (уровень 3), состоящий из композитной цементной матрицы, транзитной зоны и зерен плотного заполнителя, характерный размер фаз уровня, выражается также в мм.

Собственная деформация цементной композитной системы на анализируемом уровне складывается из объемных деформаций усадки (аутогенной или физической), физико-химического и температурного расширения:

$$\varepsilon = \varepsilon^{shr} + \varepsilon^{ext} + \varepsilon^{td}, \quad (8)$$

где ε – собственная деформация цементной композитной системы;

ε^{shr} , ε^{ext} , ε^{td} – соответственно относительная объемная деформация усадки, физико-химического и температурного расширения.

Собственные деформации цементной композитной системы, определенные на нижележащем гетерогенном уровне, являются исходными данными в расчетных зависимостях для их определения на вышележащем уровне.

2. При моделировании собственных деформаций принимается, что цементная композитная система свободна от эффектов, возникающих при приложении внешних воздействий.

3. Источником собственных деформаций в гидратирующей цементной композитной системе являются: (а) давление, действующее в ее поровой среде, а также (б) кристаллизационное давление этtringита, проявляющееся в процессе физико-химического расширения.

4. Источником внутреннего ограничения собственных деформаций цементной композитной системы является плотный заполнитель, формирующий жесткий каркас композита. Очевидно, что чем выше концентрация плотного заполнителя в структуре цементной композитной системы и выше его жесткостные характеристики, тем больше степень ограничения со стороны плотного заполнителя, препятствующего развитию свободных деформаций.

5. Развитие собственных деформаций цементной композитной системы при наличии ограничивающих связей (как внешних, так и внутренних) приводит к появлению в ее структуре собственных, уравновешенных напряжений различного уровня.

6. В рамках рассматриваемой модели развитие собственных деформаций рассматривается с учетом релаксации собственных напряжений в результате проявления упругой и пластической деформации, обусловленных возникновением собственных напряжений.

7. При моделировании силовой и пластической деформации принято допущение, что пористый заполнитель, добавляемый в цементную композитную систему для предотвращения процесса «самовысыхания», не создает внутреннего ограничения, приводящего к возникновению собственных напряжений. Такое допущение обусловлено тем обстоятельством, что оптимальная концентрация пористого заполнителя, как правило, гораздо ниже чем у плотного заполнителя. Вместе с тем, его влияние учитывается при моделировании собственных деформаций цементной композитной матрицы (уровень 2).

Таким образом, на уровне цементной матрицы (уровень 1) и цементной композитной матрицы (уровень 2), определяют только собственные деформации, принимая допущение об отсутствии внутреннего ограничения, при этом на уровне бетонного композита (уровень 3) определяют, как связанные собственные деформации, так и собственные напряжения, обусловленные наличием в его структуре ограничения в виде плотного заполнителя, формирующего его жесткий каркас.

8. В данной работе при моделировании собственных связанных деформаций на уровне бетонного композита (уровень 3), в процессе его физико-химического расширения, дополнительно учитывается внешнее ограничение, под которым понимается цилиндрическая оболочка, расположенная вокруг ядра композита.

Моделирование собственной деформации цементной матрицы (уровень 1). В общем случае собственная деформация цементной матрицы является результатом совместного развития свободных объемных деформаций усадки и расширения, значение которой может быть определено из принципа суперпозиции:

$$\varepsilon_{kk}^{cm} = \varepsilon_{kk}^{cm,shr} + \varepsilon_{kk}^{cm,ext} + \varepsilon_{kk}^{cm,td}, \quad (9)$$

где ε_{kk}^{cm} – относительная свободная собственная деформация цементной матрицы;

$\varepsilon_{kk}^{cm,shr}$, $\varepsilon_{kk}^{cm,ext}$, $\varepsilon_{kk}^{cm,td}$ – соответственно относительная свободная объемная деформация усадки, физико-химического и температурного расширения.

Учитывая вязкоупругие свойства цементного геля, обусловленные его структурой, свободная объемная деформация усадки цементной матрицы включает упругую и пластическую составляющую:

$$\varepsilon_{kk}^{cm,shr} = \varepsilon_{kk}^{cm,e} + \varepsilon_{kk}^{cm,pl}, \quad (10)$$

где $\varepsilon_{kk}^{cm,e}$, $\varepsilon_{kk}^{cm,pl}$ – соответственно упругая и пластическая часть относительной объемной деформации усадки цементной матрицы.

Для прогнозирования упругой и пластической деформации усадки цементной матрицы принята модель, основанная на теории нелинейной наследственности [12], предложенная в работе [13]:

$$\varepsilon_{kk}^{cm,e} + \varepsilon_{kk}^{cm,pl} = \int_{\tau_0}^{\tau} J_{cm}^K(\tau, \tau') \cdot \frac{d\sigma_0^{cm}(\tau')}{d\tau'} \cdot d\tau'; \quad (11)$$

$$J_{cm}^K(\tau, \tau') = 3 \cdot (1 - 2 \cdot v_{cm}^{ve}(\tau, \tau')) \cdot J_{cm}(\tau, \tau'), \quad (12)$$

где $J_{cm}^K(\tau, \tau')$ – мера ползучести цементной матрицы в момент времени τ , от действия постоянного уровня напряжений в момент времени τ' , соответствующая ее объемным деформациям;

$\sigma_0^{cm}(\tau')$ – среднее нормальное напряжение в цементной матрице в момент времени τ' ;

$v_{cm}^{ve}(\tau, \tau')$ – коэффициент Пуассона цементной матрицы, обусловленный ее вязкоупругими свойствами, в момент времени τ , от действия постоянного уровня напряжений в момент времени τ' ;

$J_{cm}(\tau, \tau')$ – мера ползучести цементной матрицы в момент времени τ , от действия постоянного уровня напряжений в момент времени τ' , соответствующая ее средней деформации.

В практических расчетах, по данным [14], вязкоупругий коэффициент Пуассона цементной матрицы $v_{cm}^{ve}(\tau, \tau')$ можно принять равным его упругому значению $v_{cm}(\tau)$.

Среднее нормальное напряжение в цементной матрице, при отсутствии внешнего силового воздействия на нее, определяют по данным [15]:

$$\sigma_0^{cm} = p_e \cdot \frac{\phi_c}{1 - \phi_c}, \quad (13)$$

где p_e – эффективное давление, действующее в поровой среде цементной матрицы;

ϕ_c – относительный объем капиллярной пористости в цементной матрице.

Исходя из представленной математической модели, относительную упругую и пластическую деформацию усадки цементной матрицы определяют методом трапеций численного интегрирования:

$$\varepsilon_{kk}^{cm,e} + \varepsilon_{kk}^{cm,pl} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{J_{cm}^K(\tau_n, \tau_i) + J_{cm}^K(\tau_n, \tau_{i-1})}{2} \cdot (\sigma_0^{cm}(\tau_i) - \sigma_0^{cm}(\tau_{i-1})) \right], \quad (14)$$

где n – количество временных интервалов в диапазоне от начального момента времени τ_0 , до рассматриваемого момента времени $\tau = \tau_n$.

Для оценки меры ползучести цементной матрицы, исходя из положений, приведенных в [16, 17], принята следующая математическая модель:

$$J_{cm}(\tau_n, \tau_i) = \frac{1}{E_{cm}(\tau_i)} + J_{CSH} \cdot \ln \left(1 + \frac{\tau_n - \tau_i}{\tau_{CSH}} \right), \quad (15)$$

где E_{cm} – эффективный модуль упругости цементной матрицы;

J_{CSH} – мера ползучести цементного геля, принимаемая по данным [17] равным 0,105 1/ГПа;

τ_{CSH} – характерное время релаксации напряжений в цементном геле, принимаемое по данным [17] равным 0,75 ч.

Эффективное поровое давление цементной матрицы, определяют из принципа суперпозиции всех компонент давления, действующих в ее поровой среде:

$$p_e = (1 - S_{w,p}) \cdot p_g + S_{w,p} \cdot (p_g - p_c) + p_U + p_\pi \cdot f_\pi, \quad (16)$$

где p_g – давление газообразной фазы в поровой среде цементной матрицы, в практических расчетах данным значением пренебрегают;

f_π – объемная доля капиллярной пористости, размер пор которой равен двойному значению толщины слоя воды, адсорбированной на их поверхности, определяемая исходя из геометрической модели пор цементного камня, согласно [18].

Степень насыщения капиллярных пор влагой – это отношение количества жидкой фазы, находящейся в поровом пространстве (свободной и адсорбированной воды, а также дополнительной воды, полученной в результате внутреннего увлажнения) к общему объему пор.

Степень насыщения капиллярных пор влагой может быть определена по следующей зависимости:

$$S_{w,p} = 1 - \frac{\varepsilon_{ch} - V_{w,ic}}{\phi_c}, \quad (17)$$

где ε_{ch} – относительный объем химической усадки в цементной матрице.

$V_{w,ic}$ – относительный объем дополнительной воды в цементной матрице.

Относительный объем капиллярной пористости и химической усадки в цементной матрице определяют исходя из ее фазового состава, полученного на основании стехиометрических расчетов в модели гидратации цемента. В данной работе использована модель гидратации цемента, основанная на положениях, приведенных в работах [19–22].

Интенсивность процесса миграции дополнительной воды в поровую структуру цементной матрицы описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial V_{w,ic}}{\partial \tau} = f_{ic}(I_{mig}) \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ch}}{\partial \tau}, \quad (18)$$

где f_{ic} – объемная доля цементной матрицы, в которой поры могут быть заполнены дополнительной водой;

I_{mig} – глубина миграции дополнительной воды, внутрь поровой структуры цементного камня;

τ – время твердения цементного камня.

Для определения объемной доли цементной матрицы f_{ic} в зависимости от глубины миграции дополнительной воды I_{mig} , принята модель, предложенная в работе [23].

Глубину миграции влаги определяют при моделировании процесса фильтрации влаги в поровой среде цементного камня.

Для определения параметров относительной влажности RH в поровой среде цементной матрицы, радиуса капилляра с мениском r_c и толщины слоя адсорбированной воды, на поверхности капилляров δ_{ads} , предложено использовать следующее уравнение термодинамического равновесия в ее поровой среде:

$$\left(\int_0^{r_c} B_c \cdot \exp[-B_c \cdot r] \cdot dr \right) \cdot \left(1 - \ln \left(\int_0^{r_c} B_c \cdot \exp[-B_c \cdot r] \cdot dr \right) \right) + 2 \cdot \delta_{ads} \cdot \int_{r_c}^{\infty} B_c \cdot \exp[-B_c \cdot r] \cdot r^{-1} \cdot dr = S_{w,p}, \quad (19)$$

где B_c – параметр распределения капиллярной пористости цементной матрицы.

Уравнение (19) получено исходя из геометрической модели пор цементной матрицы, предложенной в работе [18], на основе термодинамического равновесия фаз, заполняющих ее поровое пространство. Уравнение (19), совместно с (5) и (6) образует систему уравнений для определения требуемых параметров.

Процесс физико-химического расширения цементной матрицы является следствием формирования и развития этtringита в ее

структуре. Деформацию расширения цементной матрицы в результате топомимической реакции формирования этtringита определяют на основе положений теории микромеханики композитов, используя геометрическую модель, в которой фаза этtringита в виде сферического включения в единичной концентрации помещена в эффективную среду цементной матрицы.

Сферическое включение этtringита представляет собой сферическую частицу клинкерного минерала C_3A , вокруг которой располагается оболочка из этtringита.

Такая модель позволяет имитировать реальную структуру расширяющейся цементной системы, в которой пассивные фазы цементной матрицы, а прежде всего – фаза цементного геля, совместно с остальными продуктами гидратации, являются внешним ограничением для деформации расширения активной фазы этtringита.

Используя решения, приведенные в [24], деформация цементной матрицы в процессе расширения этtringита определяют по следующей зависимости:

$$\epsilon_{kk}^{cm,ext} = \frac{3 \cdot K_{hom}^{Aft} + 4 \cdot G_{cm,d}}{3 \cdot K_{cm,d} + 4 \cdot G_{cm,d}} \cdot C_{Aft} \cdot \epsilon_{kk}^{Aft}, \quad (20)$$

где K_{hom}^{Aft} – эффективный модуль объемных деформаций сферического включения этtringита;

$G_{cm,d}$ – эффективный модуль сдвига цементной матрицы в ненасыщенном состоянии, при котором вся ее пористость заполнена газообразной фазой;

C_{Aft} – объемная концентрация сферического включения этtringита в цементной матрице;

ϵ_{kk}^{Aft} – относительная объемная деформация расширения сферического включения этtringита, определяемая по данным [25], исходя из диффузионной кинетики процесса гидратации клинкерного минерала C_3A , по следующей зависимости:

$$\epsilon_{kk}^{Aft} = K_V \cdot \left(1 - \left(\frac{r_{C_3A}}{r_{C_3A}^0} \right)^3 \right), \quad (21)$$

где ϵ_{kk}^{Aft} – относительная объемная деформация расширения этtringита;

K_V – коэффициент увеличения объема этtringита при полной гидратации клинкерного минерала C_3A ;

r_{C_3A} – радиус сферической частицы клинкерного минерала C_3A в процессе гидратации;

$r_{C_3A}^0$ – начальный радиус сферической частицы клинкерного минерала C_3A .

Коэффициент увеличения объема этtringита определяют как отношение образовавшейся фазы этtringита к первоначальному объему реагентов, при условии полной гидратации клинкерного минерала C_3A .

На основании стехиометрических расчетов, исходя из химической реакции образования этtringита ($C_3A + 3 \cdot C\bar{S}H_2 + 26 \cdot H \rightarrow C_6A\bar{S}_3H_{32}$), коэффициент увеличения объема K_V определяется по следующей зависимости [25]:

$$K_V = \frac{V_m^{Aft}}{(V_m^{C_3A} + 3 \cdot V_m^{Gyp}) \cdot (1 - \phi_{Aft})} - 1, \quad (22)$$

где V_m^{Aft} , $V_m^{C_3A}$, V_m^{Gyp} – соответственно молярный объем этtringита, клинкерного минерала C_3A и гипса;

ϕ_{Aft} – пористость этtringита, по данным [25] принимается равной 0,18.

Полагая, что радиус сферической частицы клинкерного минерала C_3A в процессе гидратации изменяется пропорционально изме-

нению степени гидратации, получена следующая зависимость для его расчета:

$$r_{C_3A} = r_{C_3A}^0 \cdot (1 - \alpha). \quad (23)$$

Подставляя (23) в (21) получим зависимость для определения объемной деформации расширения сферического включения этtringита:

$$\epsilon_{kk}^{Aft} = K_V \cdot (1 - (1 - \alpha)^3). \quad (24)$$

Объемная концентрация сферического включения этtringита в цементной матрице принимается равной начальному относительному объему клинкерного минерала C_3A в цементной матрице.

Эффективный модуль объемных деформаций и модуль сдвига цементной матрицы в ненасыщенном состоянии определяется методами теории эффективной среды – Self-Consistent Scheme и Mori-Tanaka Method [24]. Эффективный модуль объемных деформаций сферического включения этtringита определяется методом теории эффективной среды – Generalized Self-Consistent Scheme [24].

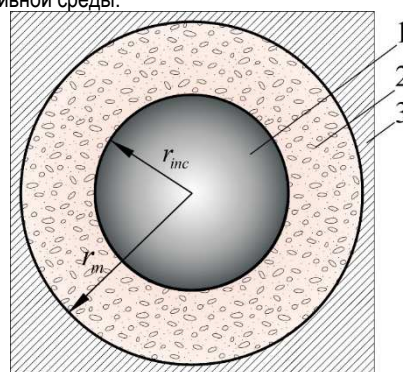
Относительную свободную деформацию температурного расширения цементной матрицы определяют по следующей зависимости:

$$\epsilon_{kk}^{cm,td} = 3 \cdot \alpha_{cm} \cdot (T - T_0), \quad (25)$$

где α_{cm} – коэффициент линейного температурного расширения цементной матрицы, по данным [26] можно принять равным 25/К.

Моделирование собственной деформации цементной композитной матрицы (уровень 2). Для прогнозирования собственной деформации цементной композитной матрицы использована модель трехфазной композитной системы, состоящей из следующих фаз (рис. 1):

- сферического включения;
- матрицы определенной толщины, в форме сферической оболочки, располагаемой вокруг включения;
- эффективной среды.



1 – сферическое включение, 2 – сферическая оболочка матрицы, 3 – эффективная среда

Рисунок 1 – Схема трехфазной модели композитной системы

Следует отметить, что трехфазная модель композита может применяться как для прогнозирования как деформации усадки, так и деформации физико-химического расширения цементной композитной системы.

При применении трехфазной модели композита для прогнозирования собственных деформаций системы, содержащей «увлажняющий агент», были приняты следующие допущения:

- цементная композитная система является изотропной средой, развитие собственной деформации которой происходит равномерно во всех направлениях;
- контакты на границах раздела фаз, в процессе развития собственных деформаций, не разрушаются;
- жесткостные характеристики цементной композитной системы остаются постоянными (неизменными) в процессе деформирования, независимо от появления в ее структуре микротрещин;

• пористый наполнитель и транзитная зона, вокруг него, являются пассивными фазами, собственные деформации в которых отсутствуют.

Основываясь на приведенных допущениях для определения относительной деформации эффективной среды использовано общее решение осесимметричной задачи в сферических координатах согласно [27].

Из общего решения [27] для цементной композитной матрицы, трехфазная модель которой включает эффективное сферическое включение, из пористого наполнителя и транзитной зоны, цементной матрицы, в виде сферической оболочки определенной толщины, и эффективной среды, свободную собственную деформацию цементной композитной матрицы ε_{kk}^{cmc} рассчитывают по следующей зависимости:

$$\varepsilon_{kk}^{cmc} = \frac{K_{cm} \cdot \varepsilon_{kk}^{cm} \cdot (1 - c_{inc}^{cmc}) \cdot (3 \cdot K_{hom}^{inc} + 4 \cdot G_{cm})}{K_{cm} \cdot (3 \cdot K_{hom}^{inc} + 4 \cdot G_{cm}) - 4 \cdot c_{inc}^{cmc} \cdot (K_{cm} - K_{hom}^{inc})}, \quad (26)$$

где K_{hom}^{inc} – объемный модуль эффективного включения, состоящего из пористого наполнителя и транзитной зоны, определяемый методом Generalized Self-Consistent Scheme [22];

K_{cm} и G_{cm} – соответственно эффективный объемный модуль и модуль сдвига цементной матрицы в насыщенном состоянии, при котором в ее пористости присутствует как жидкая, так и газообразная фаза, определяемые с использованием положений теории порупругости [28];

c_{inc}^{cmc} – объемная концентрация эффективного включения, состоящего из пористого наполнителя и транзитной зоны, в цементной композитной матрице, определяемая по методике [29].

Моделирование собственной деформации бетонного композита (уровень 3). Оценивая собственную деформацию бетонного композита, в котором плотный наполнитель, формируя жесткий каркас, ограничивает свободную собственную деформацию цементной композитной матрицы, следует говорить о его связанной собственной деформации, значение которой в общем случае определяется следующей алгебраической суммой:

$$\varepsilon_{rr}^c = \varepsilon_{rr}^{cmc} + \varepsilon_{rr}^{c,e} + \varepsilon_{rr}^{c,pl}, \quad (27)$$

где ε_{rr}^c – относительная связанная собственная деформация бетонного композита в радиальном направлении;

ε_{rr}^{cmc} – относительная свободная собственная деформация цементной композитной матрицы в радиальном направлении;

$\varepsilon_{rr}^{c,e}$, $\varepsilon_{rr}^{c,pl}$ – соответственно относительная упругая и пластическая деформация бетонного композита в радиальном направлении.

В настоящее время наиболее полной теорией, описывающей развитие деформаций в цементных композитных системах во времени, под влиянием возникающих в их структуре собственных напряжений, является теория нелинейной наследственности [12, 14].

Для определения относительной упругой и пластической деформации бетонного композита используют дискретный метод, основанный на методе трапеций численного интегрирования. В соответствии с данным методом в каждом i -м временном интервале, принадлежащем диапазону $[1, n]$, определяется соответствующее приращение упругой и пластической деформации (рис. 2) [30]:

$$\begin{aligned} (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i + (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i &= J_c(\tau_i, \tau_{i-1/2}) \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_i + \\ &+ \sum_{j=1}^{i-1} (J_c(\tau_i, \tau_{j-1/2}) - J_c(\tau_{i-1}, \tau_{j-1/2})) \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_j; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\tau_{i-1/2} = \frac{1}{2} \cdot (\tau_i + \tau_{i-1}), \quad (29)$$

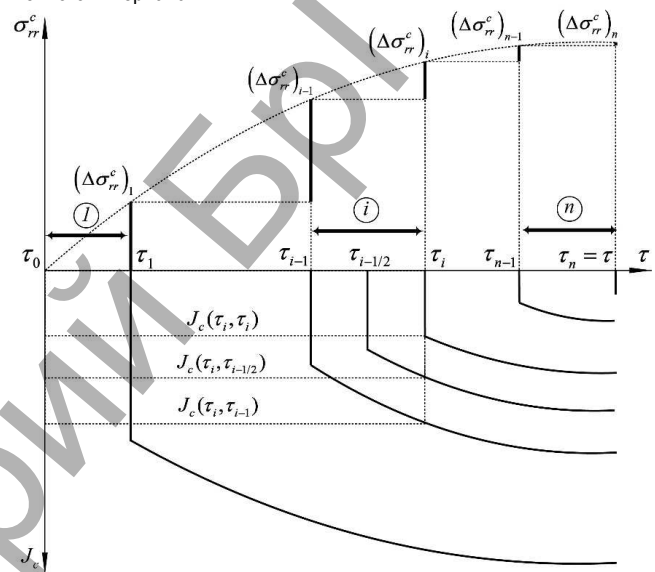
где $(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i$, $(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i$ – соответственно приращение относительной упругой и пластической деформации бетонного композита в радиальном направлении в i -м временном интервале;

$(\Delta \sigma_{rr}^c)_i$ – приращение радиального напряжения в бетонном композите в i -м временном интервале;

$J_c(\tau_i, \tau_{i-1/2})$ – мера ползучести бетонного композита в момент времени τ_i , от действия постоянного уровня напряжений в момент времени $\tau_{i-1/2}$;

τ_i , τ_{i-1} – моменты времени, соответствующие границам i -го временного интервала;

$\tau_{i-1/2}$ – момент времени соответствующий середине i -го временного интервала.



1, i , n – временные интервалы

Рисунок 2 – Схема к определению приращений упругой и пластической деформации бетонного композита

Если собственные напряжения бетонного композита обусловлены как внутренним, так и внешним ограничением, в таком случае приращение его относительной упругой и пластической деформации в i -м временном интервале может быть выражено в следующем виде:

$$(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i + (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i = (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i^{ir} + (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i^{or} + (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i^{ir} + (\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i^{or}, \quad (30)$$

где $(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i^{ir}$, $(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i^{ir}$ – соответственно приращение относительной упругой и пластической деформации бетонного композита в радиальном направлении в i -м временном интервале в условиях внутреннего ограничения;

$(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,e})_i^{or}$, $(\Delta \varepsilon_{rr}^{c,pl})_i^{or}$ – соответственно приращение относительной упругой и пластической деформации бетонного композита в радиальном направлении в i -м временном интервале в условиях внешнего ограничения.

Меру ползучести бетонного композита в i -м временном интервале определяют по следующей зависимости [31]:

$$J_c(\tau_i, \tau_{i-1/2}) = \frac{1}{E_c(\tau_{i-1/2})} + \frac{\Phi(\tau_i, \tau_{i-1/2})}{E_{28}}, \quad (31)$$

где $J_c(\tau_i, \tau_{i-1/2})$ – мера ползучести бетонного композита в момент времени τ_i , от действия постоянного уровня напряжений в момент времени $\tau_{i-1/2}$;

$E_c(\tau_{i-1/2})$, $E_{c,28}$ – соответственно эффективный модуль упругости бетонного композита в момент времени $\tau_{i-1/2}$ и в возрасте 28 суток, определяемые методом New DENT [29];

$\varphi(\tau_i, \tau_{i-1/2})$ – коэффициент ползучести бетонного композита в момент времени τ_i , вызванный действием постоянного уровня напряжений в момент времени $\tau_{i-1/2}$.

Коэффициент ползучести бетонного композита в i -м временном интервале определяют по следующей зависимости:

$$\varphi(\tau_i, \tau_{i-1/2}) = \varphi_0 \cdot f_\varphi(\tau_i, \tau_{i-1/2}), \quad (32)$$

где φ_0 – базовый коэффициент ползучести бетонного композита;

$f_\varphi(\tau_i, \tau_{i-1/2})$ – значение монотонно возрастающей функции, описывающей развитие ползучести, от момента времени $\tau_{i-1/2}$ до момента времени τ_i .

Функции, описывающие развитие ползучести во времени, приняты в следующем виде:

– для бетонного композита на основе портландцемента [12]:

$$f_\varphi(\tau_i, \tau_{i-1/2}) = (\tau_{i-1/2})^{-m} \cdot (\tau_i - \tau_{i-1/2})^n; \quad (33)$$

– для бетонного композита на основе напрягающего цемента [32]:

$$f_\varphi(\tau_i, \tau_{i-1/2}) = \left(\frac{\tau_i - \tau_{i-1/2}}{\beta_h + (\tau_i - \tau_{i-1/2})} \right)^{0.3}, \quad (34)$$

где m , n , β_h – параметры функций, принимаемые по данным [12, 32].

Собственные напряжения в бетонном композите в i -м временном интервале для случая внутреннего ограничения определяют исходя из его связанной собственной деформации и собственной свободной деформации цементной композитной матрицы (рис. 3), в случае внешнего ограничения через реакцию в ограничивающей связи, по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} (\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{ir} &= (\Delta \varepsilon_{rr}^{cmc})_i - J_c(\tau_i, \tau_{i-1/2}) \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_i^{ir} - \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} (J_c(\tau_i, \tau_{j-1/2}) - J_c(\tau_{i-1}, \tau_{j-1/2})) \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_j^{ir}; \end{aligned} \quad (35)$$

$$(\Delta \sigma_{rr}^c)_i^{or} = \frac{\delta_{con}}{R_c} \cdot E_{con} \cdot (\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{or}, \quad (36)$$

где $(\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{ir}$, $(\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{or}$ – соответственно приращение относительной связанной собственной деформации бетонного композита в радиальном направлении в i -м временном интервале, в условиях внутреннего и внешнего ограничения;

$(\Delta \sigma_{rr}^c)_i^{ir}$, $(\Delta \sigma_{rr}^c)_i^{or}$ – соответственно приращение радиально-го напряжения в бетонном композите в i -м временном интервале, в условиях внутреннего и внешнего ограничения;

$(\Delta \varepsilon_{rr}^{cmc})_i$ – приращение относительной свободной собственной деформации цементной композитной матрицы в радиальном направлении в i -м временном интервале;

R_c – радиус ядра бетонного композита;

δ_{con} – толщина внешней цилиндрической оболочки;

E_{con} – модуль упругости материала внешней цилиндрической оболочки при растяжении.

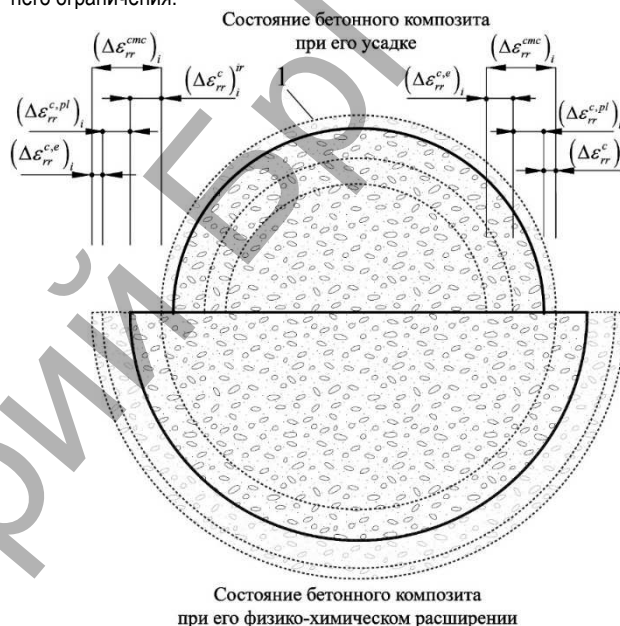
Приращение собственной свободной деформации цементной композитной матрицы и связанной деформации бетонного композита в радиальном направлении в i -м временном интервале определяют по следующим зависимостям:

$$(\Delta \varepsilon_{rr}^{cmc})_i = \varepsilon_{rr}^{cmc}(\tau_i) - \varepsilon_{rr}^{cmc}(\tau_{i-1}); \quad (37)$$

$$(\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{ir} = \varepsilon_{rr}^{c,ir}(\tau_i) - \varepsilon_{rr}^{c,ir}(\tau_{i-1}); \quad (38)$$

$$\begin{aligned} (\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{or} &= (\Delta \varepsilon_{rr}^c)_i^{ir} - J_c(\tau_i, \tau_{i-1/2}) \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_i^{or} - \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} (J_c(\tau_i, \tau_{j-1/2}) - J_c(\tau_{i-1}, \tau_{j-1/2})) \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_j^{or}, \end{aligned} \quad (39)$$

где $\varepsilon_{rr}^{c,ir}$ – относительная связанная собственная деформация бетонного композита в радиальном направлении в условиях внутреннего ограничения.



1 – граница начального состояния бетонного композита
Рисунок 3 – Схема развития приращений относительных радиальных деформаций бетонного композита в i -м временном интервале

Из общего решения [27] для бетонного композита, трехфазная модель которого содержит эффективное сферическое включение из плотного заполнителя и транзитной зоны, сферическую оболочку цементной композитной матрицы определенной толщины и эффективную среду, собственную связанную деформацию в условиях внутреннего ограничения $\varepsilon_{kk}^{c,ir}$ определяют по следующей зависимости:

$$\varepsilon_{kk}^{c,ir} = \frac{K_{cmc} \cdot \varepsilon_{kk}^{cmc} \cdot (1 - c_{inc}^c) \cdot (3 \cdot K_{inc}^c + 4 \cdot G_{cmc})}{K_{cmc} \cdot (3 \cdot K_{inc}^c + 4 \cdot G_{cmc}) - 4 \cdot c_{inc}^c \cdot G_{cmc} \cdot (K_{cmc} - K_{inc}^c)}, \quad (40)$$

где K_{inc}^c – объемный модуль эффективного включения, состоящего из плотного заполнителя и транзитной зоны, определяемый методом Generalized Self-Consistent Scheme [24];

K_{cmc} и G_{cmc} – соответственно эффективный объемный модуль и модуль сдвига цементной композитной матрицы, определяемые методом New DENT [29];

c_{inc}^c – объемная концентрация эффективного включения, состоящего из плотного заполнителя и транзитной зоны, в бетонном композите, определяемая по методике [29].

Относительную собственную деформацию в радиальном направлении для цементной композитной матрицы и бетонного композита определяют по следующим зависимостям:

$$\varepsilon_{rr}^{c,ir} = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{kk}^{c,ir}; \quad \varepsilon_{rr}^{cmc} = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_{kk}^{cmc}. \quad (41)$$

Таким образом, связанную собственную деформацию бетонного композита в радиальном направлении в условиях внутреннего и внешнего ограничения, определяют как алгебраическую сумму приращений собственной деформации по всем временным интервалам в рассматриваемом диапазоне [1, n], учитывая при этом упругую радиальную деформацию, обусловленную действием результирующего поля напряжений, возникающего в бетонном композите к началу n-го временного интервала:

$$\varepsilon_{rr}^{c,ir} = \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{rr}^c)^{ir} - \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (\Delta \sigma_{rr}^c)^j}{E_c(\tau_{n-1})}; \quad (42)$$

$$\varepsilon_{rr}^{c,or} = \sum_{i=1}^n (\Delta \varepsilon_{rr}^c)^{or} - \frac{\sum_{j=1}^{n-1} [(\Delta \sigma_{rr}^c)^j + (\Delta \sigma_{rr}^c)^{ir}]}{E_c(\tau_{n-1})}, \quad (43)$$

где $\varepsilon_{rr}^{c,or}$ – относительная связанная собственная деформация бетонного композита в радиальном направлении в условиях внешнего ограничения.

Предположения о необходимости при моделировании собственной деформации бетонного композита, дополнительно учитывать его упругую деформацию, обусловленную действием результирующего поля напряжений, были ранее высказаны в работе [33].

Влияние температуры на развитие упругой и пластической деформации в процессе твердения, учитывается посредством замены в соответствующих расчетных зависимостях исходных значений момента времени τ_j и $\tau_{j-1/2}$ на их эквивалентные значения, определяемые по следующим зависимостям:

$$\tau_{i,e} = \sum_{j=1}^i \left[\Delta \tau_j \cdot \left(\exp \left[\frac{E_{a,cm}}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \right) \right]; \quad (43)$$

$$\tau_{(i-1/2),e} = \sum_{j=1-1/2}^{i-1/2} \left[\Delta \tau_j \cdot \left(\exp \left[\frac{E_{a,cm}}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \right) \right], \quad (44)$$

где $\tau_{i,e}$ – эквивалентное значение момента времени τ_j , учитывающее изменение фактической температуры твердения в каждом j-м временном интервале, где $j \in [1, i]$;

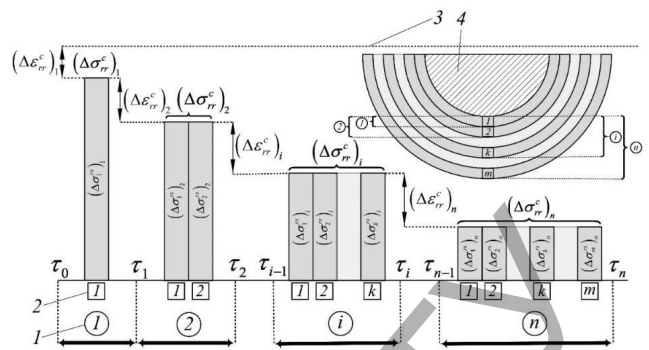
$\tau_{(i-1/2),e}$ – эквивалентное значение момента времени $\tau_{i-1/2}$, учитывающее изменение фактической температуры твердения в каждом j-м временном интервале, где $j \in [1-1/2, i-1/2]$;

T_j – фактическая температура среды в j-м временном интервале;

$E_{a,cm}$ – энергия активации цементной системы, принимаемая по данным [31] равной 33000 Дж/моль.

Согласно теории солидификации [18], структура бетонного композита в произвольный момент времени может быть представлена как совокупность зерен заполнителя и расположенных вокруг них определенной количества элементарных кластеров (слоев) твердой фазы цементной матрицы, образованных к рассматриваемому моменту времени. Каждый отдельный кластер твердой фазы цементной матрицы можно рассматривать как отдельную внутреннюю связь в бетонном композите, ограничивающую развитие его деформаций.

По данным [21], каждая такая образованная связь характеризует приращение жесткости бетонного композита за соответствующее время твердения, в которой происходит постепенное накопление его напряжений.



1 – временные интервалы, 2 – внутренние связи в бетонном композите, 3 – граница начального состояния бетонного композита, 4 – зерно заполнителя

Рисунок 4 – Схема образования внутренних связей в бетонном композите в процессе твердения, согласно теории солидификации

В работе [21] указано, если в произвольный момент времени накопленный потенциал напряжений в отдельной связи превысит его предельное значение, связь разрушается, а ее жесткость становится равной нулю, соответственно общая жесткость бетонного композита уменьшится на величину жесткости разрушенной связи. Поэтому определять связанную собственную деформацию бетонного композита в радиальном направлении в условиях внутреннего и внешнего ограничения необходимо, учитывая возможное разрушение образованных связей бетонного композита, принимая во внимание условие их разрушения.

Условие разрушения отдельной связи можно представить в следующем виде:

$$\sum_{j=k}^i (\Delta \sigma_k^{rs})_j > \sigma_k^{tr}, \quad i > k, \quad (45)$$

где $(\Delta \sigma_k^{rs})_j$ – приращение радиального напряжения в k-й связи бетонного композита в j-м временном интервале;

σ_k^{tr} – предельное напряжение в k-й связи бетонного композита, при которой происходит ее разрушение.

При разрушении отдельной связи, действующее в ней напряжение, перераспределяется среди остальных неразрушенных связей.

Приращение радиального напряжения в k-й связи бетонного композита в j-ом временном интервале определяют по следующей зависимости:

$$(\Delta \sigma_k^{rs})_j = \frac{(\Delta E_c)_k}{\sum_{z=1}^k (\Delta E_c)_z} \cdot (\Delta \sigma_{rr}^c)_j; \quad (46)$$

$$(\Delta \sigma_{rr}^c)_j = (\Delta \sigma_{rr}^c)^{or} + (\Delta \sigma_{rr}^c)^{ir}, \quad (47)$$

где $(\Delta E_c)_k$ – эффективный модуль упругости k-й связи бетонного композита, который определяют как приращение его эффективного модуля упругости в i-м временном интервале.

По данным [34], процесс разрушения цементного камня под действием поля напряжений начинается с разрушения коагуляционных контактов в цементном геле, энергия связи в которой существенно меньше энергии связи в кристаллизационных контактах. Таким образом, предельное напряжение в k-й связи бетонного композита можно определить по следующей зависимости:

$$\sigma_k^{tr} = G \cdot \frac{\rho_{hp,CSH}}{M_{hp,CSH}} \cdot (\Delta V_{hp,CSH})_k, \quad (48)$$

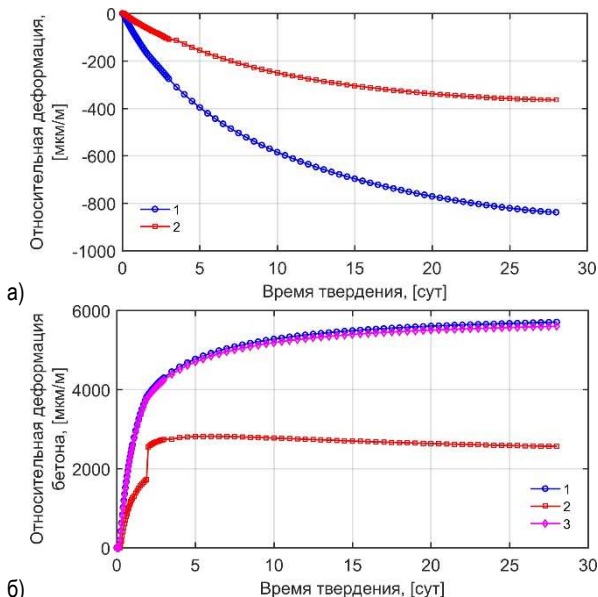
где G – энергия связи в коагуляционных контактах цементного геля; $\rho_{hp,CSH}$ – плотность цементного геля;

$M_{np,CSH}$ – молярная масса фазы цементного геля;

$(\Delta V_{np,CSH})_k$ – относительный объем цементного геля в k -й

связи бетонного композита, который определяют как приращение цементного геля в цементной матрице в i -м временном интервале.

Ниже, на рис. 5–6, представлены результаты моделирования развития напряжения в бетонном композите в процессе твердения.



б) 1 – связанная деформация бетонного композита в условиях внутреннего ограничения, 2 – деформация бетонного композита от результирующего поля напряжений, 3 – связанная деформация бетонного композита в условиях внешнего ограничения

Рисунок 5 – Изменение компонент относительных деформаций бетонного композита: (а) на основе портландцемента, твердеющего в условиях внутреннего ограничения и (б) на основе напрягающего цемента, твердеющего в условиях внутреннего и внешнего ограничения (время твердения 0..3 сут.)

Верификация предлагаемой модели. Верификация предложенной модели для определения собственных деформаций бетонного композита выполнена путем сравнения рассчитанных значений относительных собственных деформаций и опытных данных полученных в работах [35–40] и собственных исследованиях.

Характеристики применяемых портландцементов приведены в таблице 1.

Напрягающий цемент представляет собой композицию из портландцемента, метакаолина и гипса в соотношении 71:14:15 частей по массе.

Для определения минералогического состава портландцемента, исходя из его химического состава, использовалась модель R. Vague [41].

Характеристики применяемых минеральных добавок приведены в таблице 2.

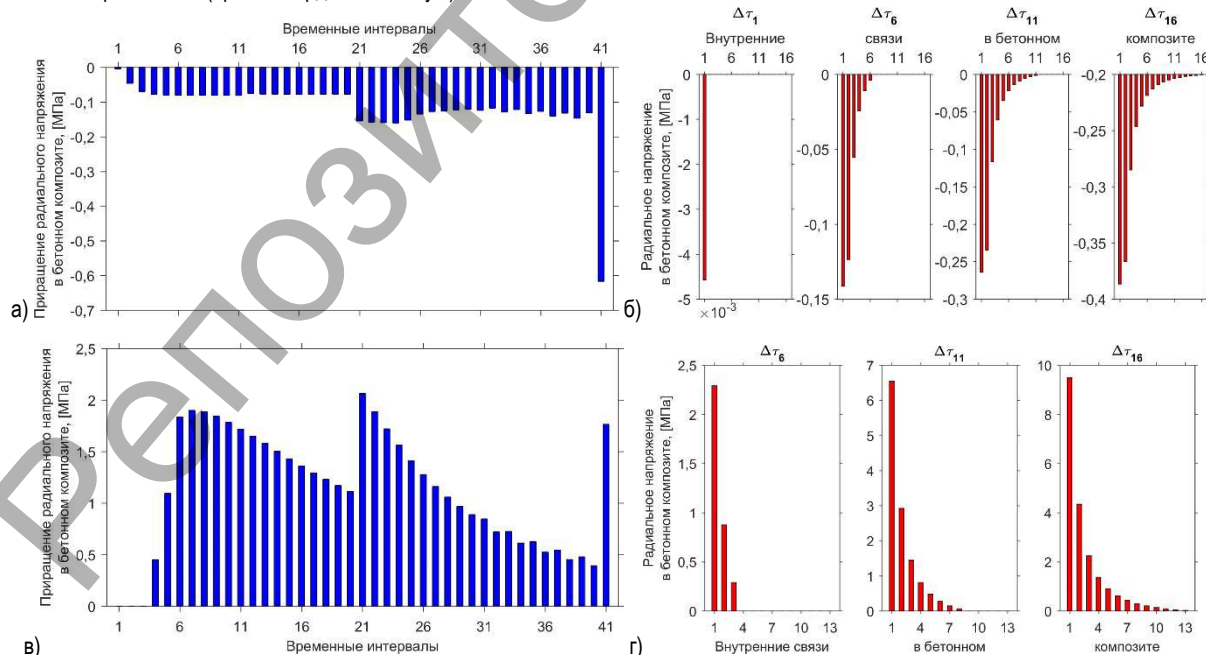
Составы бетонного композита, характеристики применяемого мелкого, крупного и пористого заполнителя, а также дополнительные параметры, используемые при моделировании, приведены в таблице 3.

Дополнительные данные, используемые при моделировании относительной деформации бетона:

- истинная плотность гранул пористого заполнителя в [35] и [40] принята равной 2500 кг/м^3 , в собственных исследованиях составила 2300 кг/м^3 ;
 - глубина миграции дополнительной воды принята равной 1 мм;
 - энергия связи в коагуляционных контактах цементного геля принята равной 230 кДж/моль ;
 - модуль упругости материала внешней цилиндрической оболочки (непластифицированного поливинилхлорида) принят равным 3 ГПа.
- Ниже, на рис. 7, представлены результаты верификации предлагаемой модели по результатам экспериментальных исследований [35–40] и собственных исследований.

Закключение. Предложена расчетная модель, позволяющая прогнозировать относительные деформации усадки и физико-химического расширения цементных композитных систем при низких водовяжущих отношениях, содержащих предварительно насыщенный пористый заполнитель в условиях «внутреннего увлажнения».

Для проверки достоверности прогнозируемых значений собственных деформаций цементных композитных систем, полученных по предлагаемой расчетной модели, была выполнена ее верификация на



$\Delta\tau_1, \Delta\tau_6, \Delta\tau_{11}, \Delta\tau_{16}$ – временные интервалы

Рисунок 6 – Приращение радиального напряжения в бетонном композите: (а) на основе портландцемента, твердеющего в условиях внутреннего ограничения, (в) на основе напрягающего цемента, твердеющего в условиях внутреннего и внешнего ограничения, распределение радиального напряжения во внутренних связях бетонного композита: (б) на основе портландцемента и (г) напрягающего цемента (время твердения 0..3 сут.)

Таблица 1 – Характеристики применяемых портландцементов

Источник	Плотность, г/см ³	Удельная поверхность зерен, см ² /г	Химический состав, %						
			SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	П.П.П
[35]	3,15*	5300	–	–	–	–	–	–	–
[36]	3,15	3450	20,68	5,16	3,02	62,42	4,71	2,42	1,36
[36]	3,16	3280	–	–	–	–	–	–	–
[38]	3,14	3200	21,7	5	3,3	62,4	2,1	2,4	0,82
[39]	3,15*	4290	–	–	–	–	–	–	–
[40]	3,15*	3850*	–	–	–	–	–	–	–
СИ**	3,15*	3850*	–	–	–	–	–	–	–

Продолжение таблицы 1

Источник	Минералогический состав, %				Наличие минеральных добавок	
	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF	Вид	Количество, %
[35]	53,6	20,1	8,2	9,1	–	–
[36]	–	–	–	–	–	–
[37]	54	21	8	8	–	–
[38]	–	–	–	–	–	–
[39]	53,66	18,01	9,11	7,64	–	–
[40]	55*	15*	10*	12*	Микрокремнезем	10
СИ**	55*	15*	10*	12*	–	–

* Принятые значения.

** Собственные исследования.

Таблица 2 – Характеристики применяемых минеральных добавок

Источник	Вид	Плотность, г/см ³	Химический состав, %						
			SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	П.П.П
[40]	Микрокремнезем	2,22*	96*	0,1	–	0,1*	–	–	3,8*
СИ**	Метакаолин	2,62*	53,2*	43,9*	0,5*	0,1*	0,1*	–	1,9*

* Принятые значения.

** Собственные исследования.

Таблица 3 – Составы бетонного композита, характеристики применяемого мелкого, крупного и пористого заполнителя, а также дополнительные параметры, используемые при моделировании

Источник	Обозначение состава	В/Ц*	Расход компонентов, кг/м ³					Плотность зерен, кг/м ³		
			ПЦ*	В*	МЗ*	КЗ*	ПЗ*	МЗ	КЗ	ПЗ
[35]	L-0%	0,3	775	225	1409	–	0	2630**	–	1350*
	L-4%	0,3	775	225	1281					
	L-8%	0,3	775	225	1171					
[36]	LLK-0,35	0,35	450	158	672	1061	–	2510	2640	–
	LLK-0,31	0,31	500	155	626	1074				
	LLK-0,27	0,27	550	148	617	1060				
[37]	MT-0,22	0,22	750	165	661	890	–	2360**	2670**	–
	MT-0,25	0,25	660	165	827	888				
	MT-0,4	0,4	435	174	761	1018				
[38]	LLK-0,42	0,42	400	168	783	972	–	2580	2620	–
	LLK-0,37	0,37	454	168	729	981				
	LLK-0,32	0,32	525	168	672	981				
[39]	W-0,35-40%	0,35	763	267	763	268	–	2640	2640	–
	W-0,35-50%	0,35	598	209	974	341				
	W-0,45-40%	0,45	660	297	763	268				
[40]***	AT-24-4,5%	0,28	496	153	513/169	529/344	48	2650/ 2620	2720/ 2710	1070
	AT-48-4,5%	0,28	497	153	513/169	519/353	47			1020
	AT-24-9%	0,28	496	153	513/169	529/173	97			1070
	AT-48-9%	0,28	497	153	514/169	520/177	94			1020
СИ****	ПЦ-2,5-15%	0,37	400	148	582	1150	89	2610	2690	900
	ПЦ-1,25-15%	0,37	400	148	560	1150	120			1150
	НЦ-0%	0,37	600 (НЦ*)	222	600	960	0			–
	НЦ-1,25-10%	0,37	600 (НЦ*)	222	464	960	80			1150
	НЦ-2,5-15%	0,37	600 (НЦ*)	222	425	960	88			900

Продолжение таблицы 3

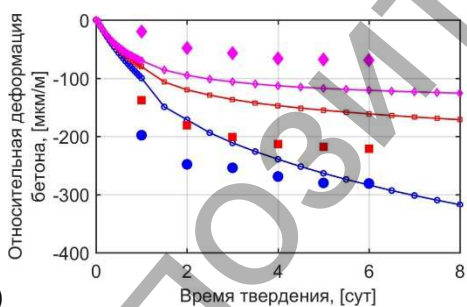
Источник	НК*, мм	Модуль крупности (фракция)		Водопоглощение по массе, %	Модуль упругости, ГПа			Базовый коэффициент ползучести
	КЗ	МЗ	ПЗ	ПЗ	МЗ	КЗ	ПЗ	
[35]	-	2,74** (0..4)	1,18..2,36	38	56**	-	12,5**	4,5** 4,5** 4,5**
[36]	20	2,74**	-	-	44**	57**	-	3** 2,5** 2,5**
[37]	20	2,74**	-	-	56**	60**	-	1,5** 2** 5**
[38]	25	2,86	-	-	51**	55**	-	4,5** 3,5** 2,5**
[39]	12,5	1,56	-	-	57**	57**	-	2** 2** 2**
[40]***	8/4	2,74**	2..4 4..8 2..4 4..8	35 33 35 33	65**/64**	58**/55*	10,7**/ 10,2**	2** 4** 4**
СИ****	10	2,5	2,5..5 1,25..2,5 - 1,25..2,5 2,5..5	31 29 - 29 31	54**	62**	9** 11,5** - 11,5** 9**	5** 3** 2,4** 2,2** 1,9**

* В/Ц – водоцементное отношение, ПЦ – портландцемент, В – вода, МЗ – мелкий заполнитель, КЗ – крупный заполнитель, ПЗ – пористый заполнитель, НК – наибольшая крупность зерен, НЦ – напрягающий цемент.

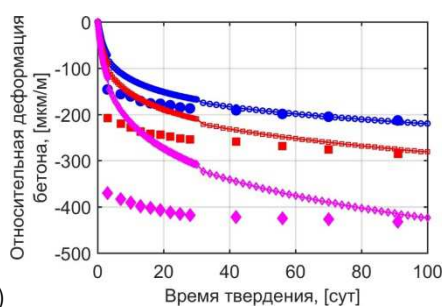
** Принятые значения.

*** В данных составах крупный заполнитель состоит из смеси известняка фракции 4/8 и гравия фракции 2/4, мелкий заполнитель из смеси кварцевого песка фракции 0/2 и кремнеземистого порошка фракции до 0,5мм. Перед чертой в соответствующих столбцах указаны соответственно данные для известняка (кварцевого песка), после черты для гравия (кремнеземистого порошка).

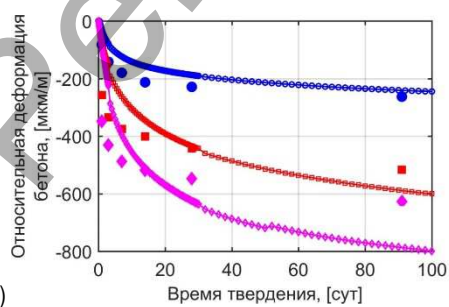
**** Собственные исследования.



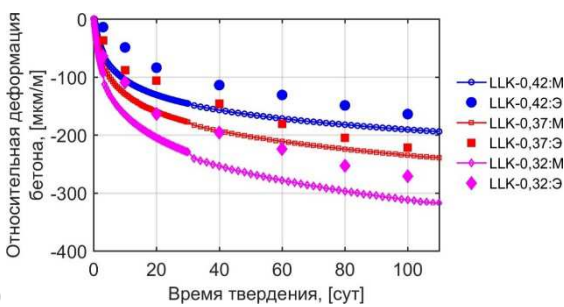
а)



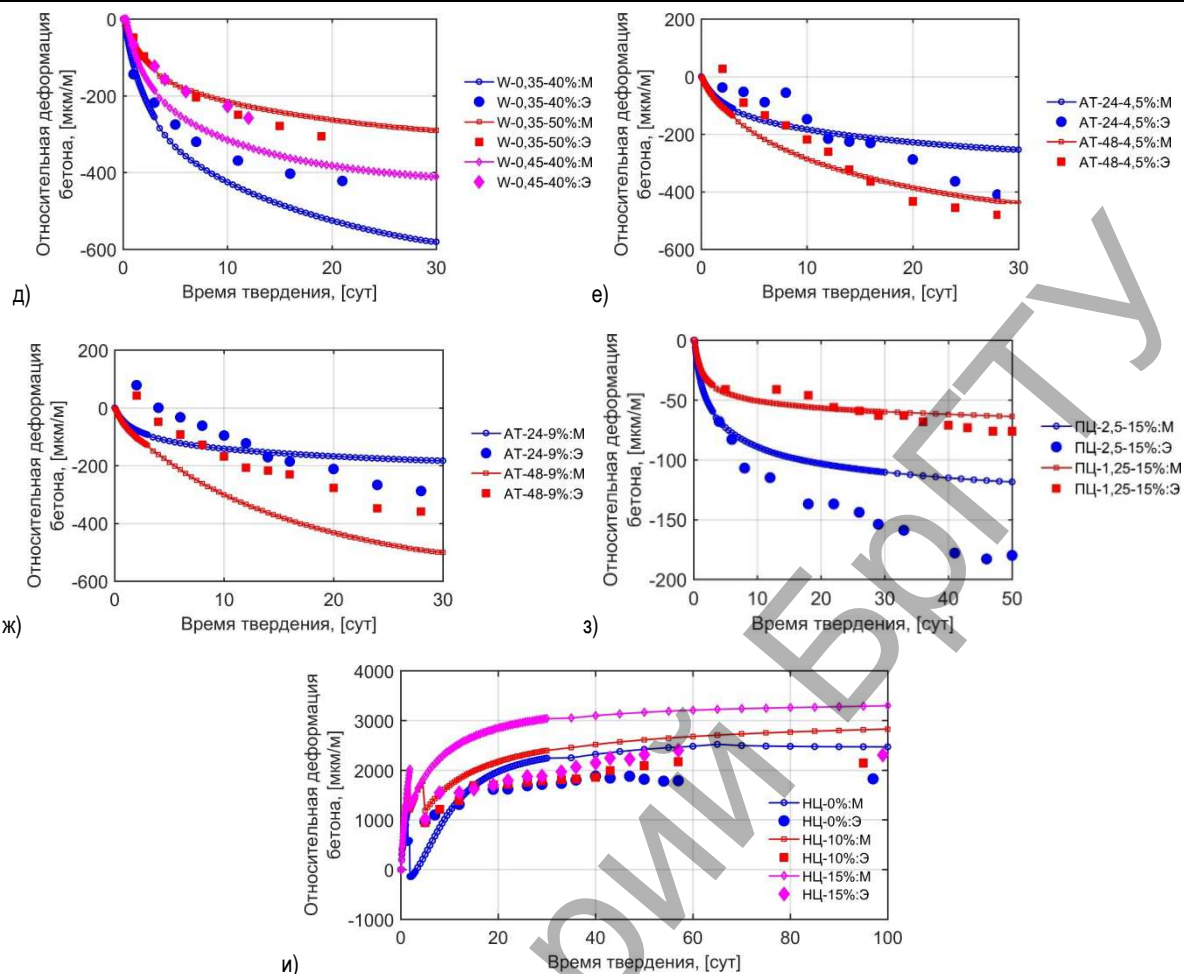
б)



в)



г)



М – результаты, полученные по предлагаемой модели, Э – экспериментальные данные
Рисунок 7 – Изменение относительной деформации бетона в процессе твердения по данным [35] (а), [36] (б), [37] (в), [38] (г), [39] (д), [40] (е, ж), собственных исследований (з, и)

основе различных экспериментальных данных. Прогнозируемые и экспериментальные значения собственных деформаций показали удовлетворительную согласованность, подтверждающие справедливость принятых положений в рамках предлагаемой модели.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Lura, P. Autogenous shrinkage in high-performance cement paste: An evaluation of basic mechanisms / P. Lura, O.M. Jensen, K. Van Breugel // *Cement and Concrete Research*. – 2003. – Vol. 33, iss. 2. – P. 223–232.
- Powers, T.C. Mechanisms of shrinkage and reversible creep of hardening cement paste / T.C. Powers // *Structure of Concrete and Its Behaviour Under Load: Proceedings of an International Conference, London, September 1965* / Cement and Concrete Association. – London, 1965. – P. 319–344.
- Powers, T.C. The thermodynamics of volume change and creep / T.C. Powers // *Matériaux et Construction*. – 1968. – Vol. 1, iss. 6. – P. 487–507.
- Coussy, O. The equivalent pore pressure and the swelling and shrinkage of cement-based materials / O. Coussy, P. Dangla, T. Lassabatère, V. Baroghel-Bouny // *Materials and Structures*. – 2004. – Vol. 37, iss. 1. – P. 15–20.
- Ferraris, C.F. Shrinkage mechanisms of hardened cement paste / C.F. Ferraris, F.H. Wittmann // *Cement and Concrete Research*. – 1987. – Vol. 17, iss. 3. – P. 453-464.
- Wittmann, F.H. Interaction of Hardened Cement Paste and Water / F.H. Wittmann // *Journal of the American Ceramic Society*. – 1973. – Vol. 56, iss. 8. – P. 409-415.
- Maruyama, I. Origin of Drying Shrinkage of Hardened Cement Paste: Hydration Pressure / I. Maruyama // *Journal of Advanced Concrete Technology*. – 2010. – Vol. 8, iss. 2. – P. 187-200.
- Grasley, Z.C. Desiccation shrinkage of cementitious materials as an aging, poroviscoelastic response / Z.C. Grasley, C.K. Leung // *Cement and Concrete Research*. – 2011. – Vol. 41, iss. 1. – P. 77–89.
- Hillerborg, A. A modified absorption theory / A. Hillerborg // *Cement and Concrete Research*. – 1985. – Vol. 15, iss. 5. – P. 809–816.
- Jensen O.M. Autogenous deformation and change of the relative humidity in silica fume modified cement paste, / O.M. Jensen, P.F. Hansen // *ACI Materials Journal*. – 1996. – Vol. 93, iss. 6. – P. 539–543.
- Report on Internally Cured Concrete Using Prewetted Absorptive Light-weight Aggregate: ACI Committee 308/ American Concrete Institute. – ACI, 2013. – 12 P. – ACI (308-213) R-13.
- Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete / Z.P. Bazant [et al.]; ed.: Z.P. Bazant. – Chichester: John Wiley & Sons, 1988. – 215 P.
- Hua, C. Analyses and models of the autogenous shrinkage of hardening cement paste. I. Modelling at macroscopic scale / C. Hua, P. Acker, A. Ehrlicher // *Cement and Concrete Research*. – 1995. – Vol. 25, iss. 7. – P. 1457-1468.
- Bazant, Z.P. Theory of Creep and Shrinkage in Concrete Structures: A Precip of Recent Developments / Z.P. Bazant // *Mechanics Today* / Ed. S. Nemat-Nasser. – Elsevier, 1995. – Vol. 2. – P. 1-93.
- Benboudjema, F. A viscoelastic approach for the assessment of the drying shrinkage behaviour of cementitious materials / F. Benboudjema, F. Meftah, J.M. Torrenti // *Materials and Structures*. – 2007. – Vol. 40, iss. 2. – P. 163-174.

16. Vandamme, M. Nanoindentation investigation of creep properties of calcium silicate hydrates / M. Vandamme, F.J. Ulm // *Cement and Concrete Research*. – 2013. – Vol. 52. – P. 38-52.
17. Pichler, Ch. A multiscale creep model as basis for simulation of early-age concrete behavior / Ch. Pichler, R. Lackner // *Computers and Concrete*. – 2008. – Vol. 5, iss. 4. – P. 295-328.
18. Maekawa, K. *Multi-Scale Modeling of Structural Concrete* / K. Maekawa, T. Ishida, T. Kishi. – New York; London: CRC Press, 2008. – 658 P.
19. Tennis, P.D. A model for two types of calcium silicate hydrate in the microstructure of Portland cement pastes / P.D. Tennis, H.M. Jennings // *Cement and Concrete Research*. – 2000. – Vol. 30, iss. 6. – P. 855-863.
20. CEMHYD3D: A Three-Dimensional Cement Hydration and Microstructure Development Modelling Package: Internal Report (NISTIR) / National Institute of Standards and Technology; D. Bentz. – Gaithersburg, 2005. – 226 P.
21. Филимонова, Н.В. Моделирование структуры и собственных деформаций расширяющихся сульфоалюминатных цементных систем: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.05 / Н.В. Филимонова. – Брест, 2006. – 223 с.
22. Papadakis, V.G. Experimental investigation and theoretical modeling of silica fume activity in concrete / V.G. Papadakis // *Cement and Concrete Research*. – 1999. – Vol. 29, iss. 1. – P. 79-86.
23. Lu, B. Nearest-surface distribution-functions for polydispersed particle-systems / B. Lu, S. Torquato // *Physical Review.A*. – 1992. – Vol. 45, iss. 8. – P. 5530-5544.
24. Aboudi, J. *Mechanics of Composite Materials. A Generalized Multiscale Analysis Approach* / J. Aboudi, S.M. Arnold, B.A. Bednarczyk. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012. – 984 P.
25. Krajcinovic, D. Chemo-micromechanics of brittle solids / D. Krajcinovic, M. Basista, K. Mallick, D. Sumarac // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1992. – Vol. 40, iss. 5. – P. 965-990.
26. Choktaweekarn, P. A model for predicting the coefficient of thermal expansion of cementitious paste / P. Choktaweekarn, S. Tangtermsirikul // *Science Asia*. – 2009. – Vol. 35, No. 1. – P. 57-63.
27. Xi, Y. Shrinkage of cement paste and concrete modelled by a multiscale effective homogeneous theory / Y. Xi, H.M. Jennings // *Materials and Structures*. – 1997. – Vol. 30. – P. 329-339.
28. Coussy, O. *Poromechanics* / O. Coussy. – Chichester: John Wiley & Sons, 2004. – 312 P.
29. Garboczi, E.J. Elastic moduli of a material containing composite inclusions: Effective medium theory and finite element computations / E.J. Garboczi, J.G. Berryman // *Mechanics of Materials*. – 2001. – Vol. 33, iss. 8. – P. 455-470.
30. Bazant, Z.P. Comparison of Approximate Linear Methods for Concrete Creep / Z.P. Bazant, L.J. Najjar // *Journal of the Structural Division*. – 1973. – Vol. 99, iss. 9. – P. 1851-1874.
31. The fib Model Code for Concrete Structures 2010 / J. Walraven [et al.]; ed.: P. Beverly. – Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 2013. – 434 P.
32. Ito, H. Early Age Deformation and Resultant Induced Stress in Expansive High Strength Concrete / H. Ito, I. Maruyama, M. Tanimura, R. Sato // *Journal of Advanced Concrete Technology*. – 2004. – Vol. 2, iss. 2. – P. 155-174.
33. Semianiuk, V. Early age strains and self-stresses of expansive concrete members under uniaxial restraint conditions / V. Semianiuk, V. Tur, M.F. Herradora, M.G. Paredes // *Construction and Building Materials*. – 2017. – Vol. 131. – P. 39-49.
34. Шейкин, А.Е. Структура и свойства цементных бетонов / А.Е. Шейкин, Ю.В. Чеховский, М.И. Бруссер. – М.: Стройиздат, 1979. – 344 с.
35. Tazawa, E. Influence of constituents and composition on autogenous shrinkage of cementitious materials / E. Tazawa, S. Miyazawa // *Magazine of Concrete Research*. – 1997. – Vol. 49, iss. 178. – P. 15-22.
36. Lee, H.K. Autogenous shrinkage of high-performance concrete containing fly ash / H.K. Lee, K.M. Lee, B. G. Kimy // *Magazine of Concrete Research*. – 2003. – Vol. 55, iss. 6. – P. 507-515.
37. Lee, K.M. Autogenous shrinkage of concrete containing granulated blast-furnace slag / K.M. Lee, H.K. Lee, S.H. Lee, G.Y. Kim // *Cement and Concrete Research*. – 2006. – Vol. 36, iss. 7. – P. 1279-1285.
38. Wei, Y. Modeling of autogenous deformation in cementitious materials, restraining effect from aggregate, and moisture warping in slabs on grade: diss. ... Doctor of Philosophy / Y. Wei. – University of Michigan, 2008. – 160 P.
39. Lura, P. *Autogenous Deformation and Internal Curing of Concrete* / P. Lura. – Delft: Delft University Press, 2003. – 180 P.
40. Akcay, B. Optimization of using lightweight aggregates in mitigating autogenous deformation of concrete / B. Akcay, M.A. Tasdemir // *Construction and Building Materials*. – 2009. – Vol. 23, iss. 1. – P. 353-363.
41. Bogue, R.H. *Calculation of the Compounds in Portland Cement* / R.H. Bogue // *Industrial & Engineering Chemistry Analytical Edition*. – 1929. – Vol. 1, iss. 4. – P. 192-197.

Материал поступил в редакцию 29.01.2018

KRAVCHENKO V.V. Modeling of volumetrical deformations of the cement-based composite with internal curing

The basic provisions of the internal curing, the main causes of autogenous shrinkage in cement paste are presented. The theoretical aspects of the proposed model for the volume shrinkage and expansion deformations of cement-based composite prediction with internal curing using presoaked lightweight aggregates are described, including verification of the proposed model based on the test method.

УДК 691.32 (043.3)

Беломесова К.Ю., Павлова И.П.

ПОДХОДЫ К ОПТИМИЗАЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ТРАНЗИТНОЙ ЗОНЫ БЕТОНОВ

Невзирая на то, что бетон сегодня является основным строительным материалом как по объемам выпуска, так и по тем архитектурно-конструктивным возможностям, которые он позволяет реализовать, большинство существующих подходов к прогнозированию основных свойств этого композита базируется на феноменологических подходах и эмпирических зависимостях. Перманентный прогресс в технологии бетонов и появление многокомпонентных сложных иерархических

композитных систем, по-прежнему объединенных весьма глобальным определением «бетон», требуют новых подходов к прогнозированию свойств. Одним из перспективных направлений является концепция «управляемого структурообразования».

В основе теории управляемого структурообразования лежат положения физико-химической механики дисперсных систем, сформулированные П.А. Ребиндером, и принцип соответствия О.П. Мчедлова

Беломесова К.Ю., магистр, аспирант кафедры технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.

Павлова Инесса Павловна, к.т.н., доцент кафедры технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.