

NADOLSKY V.V., MARTYNOV Yu.S. Features of model of resistance to shift of steel elements according to the Eurocode 3

The engineering design methods of shear resistance of steel members which are used in the normative documents of Republic of Belarus were considered. The factor analysis of the shear resistance models was done. The general shear resistance of steel members were reduced to a common form to compare them. The features, the qualitative and quantitative differences of the shear resistance models were revealed on the received results. The conclusions of the necessity of the further researching into the improvement of the engineering design method of shear resistance.

УДК 624.012

Тур В.В., Дереченник С.С., Щигельска Э., Дереченник А.С.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА НА СЖАТИЕ В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ СТБ EN 206-1:2000 И ГОСТ 18105-2010 (EN 206-1:2000; NEQ)

Введение. В основу современных норм проектирования конструкций из бетона положен полувероятностный метод частных коэффициентов (иногда не вполне корректно определяемый как метод предельных состояний), тесно связанный и вытекающий из концепции проверок предельных состояний (англ. Limit States Design). Основы метода предельных состояний достаточно подробно изложены в специальных публикациях, посвященных этой проблеме [3, 22, 23], и не являются предметом данной работы.

В соответствии с положением, содержащимся в п. 6.1(1) ТКП EN 1990, «... при применении метода частных коэффициентов следует подтвердить, что во всех рассматриваемых расчетных ситуациях никакое из значимых предельных состояний не будет превышено, если в расчетных моделях сопротивлений конструкций и эффектов воздействий приняты расчетные значения базисных переменных».

Сформулированное выше проверочное условие метода частных коэффициентов, в общем случае, может быть представлено с помощью следующего детерминистического неравенства:

$$E_i(F_d; f_d; a_d; \vartheta_d) \leq R_i(F_k; f_k; a_k; \vartheta_k). \quad (1)$$

Согласно п.6.1(3) ТКП EN 1990 в расчетных моделях сопротивлений и эффектов воздействий в неравенстве (1) «следует устанавливать расчетные значения, используя характеристические значения базисных переменных» (воздействий и их эффектов F_k ; геометрических характеристик a_k ; ошибок моделирования ϑ_k ; прочностных характеристик материалов f_{ki}).

Расчетные значения базисных переменных ($F_d; f_d; a_d; \vartheta_d$) в неравенстве (1) выражают с учетом их статистической изменчивости из некоторых нормируемых характеристических значений ($F_k; f_k; a_k; \vartheta_k$), к которым применяют систему частных коэффициентов (γ_i, ψ_i), а также, если необходимо, и некоторые другие параметры, управляющие надежностью.

Численные значения частных коэффициентов (γ_i, ψ_i) и методы их калибровки для назначенного уровня конструкционной надежности, основанные на методах статистического моделирования, изложены в СТБ ISO 2394 [16] и ТКП EN 1990 [13].

Таким образом, в рамках метода частных коэффициентов базисные переменные определяют с учетом их статистической изменчивости, а проверки предельных состояний выполняют с применением детерминистических неравенств вида (1). При этом, для учета статистической изменчивости взамен функции распределения плотности вероятности (PDF) с её описательными статистиками (сред-

ним X_m и стандартным отклонением σ), для базисных переменных, вводят одно характеристическое значение X_k , определяемое, согласно [17, 18], как квантиль установленного порядка.

В рамках настоящего исследования из всех базисных переменных, входящих в функцию состояния, используемую в задачах теории надежности для конструкций из бетона, нас более всего интересует прочность бетона на сжатие. При этом, как следует из [20], в общем случае вероятность отказа конструкции, разрушающейся по бетону, может быть интерпретирована как результирующая совместного влияния трех независимых вероятностей:

(а) вероятности того, что фактическая прочность бетона на сжатие окажется ниже некоторого установленного граничного значения из статистического распределения прочности данного бетона, необходимого для восприятия конструкций или элементом конструкции эффекта от воздействия, принадлежащего распределению этого воздействия, принятому при проектировании;

(б) относительной частоты, с которой бетон фактического качества производится и представляется для приемки (оценки соответствия). Это условие относится к организации одноуровневого выборочного плана, в рамках которого устанавливается частота и количество отбираемых проб от установленного объема производимого бетона фактического качества;

(в) вероятности того, что фактическое качество бетона, поставляемого для контроля, будет принято по критериям соответствия (другими словами – вероятности приемки).

Для установленной расчетной ситуации (например, в рамках FORM*) вероятность (а) зависит от описательных статистик функций распределения плотности вероятностей эффектов воздействий и сопротивления элемента, которое в свою очередь зависит от фактических статистических параметров распределения прочности бетона на сжатие.

Вероятность (б) обусловлена главным образом действиями производителя, направленными на организацию системы контроля качества. В частности, от его оценки экономического баланса между стоимостью производственного контроля для обеспечения высокого качества и расходами, связанными с процедурами приемки или отбраковки произведенного бетона.

Вероятность (в) зависит исключительно от дискриминационной мощности критериев, принятых для оценивания соответствия.

Таким образом, достижение основной цели – возведение конструкции, обладающей адекватным уровнем безопасности, эксплуатационной пригодности и долговечности может быть обеспечено различными комбинациями правил, выбранных как при проектировании (вероятность (а)), так и при производственном контроле и приемке (вероятности (б) и (в)).

Дереченник Станислав Станиславович, к.т.н., доцент, заведующий кафедрой «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета.

Дереченник Анна Станиславовна, старший преподаватель кафедры «ЭВМ и системы» Брестского государственного технического университета.

Беларусь, 224017, БрГТУ, г. Брест, ул. Московская, 267.

Щигельска Эльжбета (Szczugielska Elzbieta), магистр, преподаватель Государственной высшей школы им. Папы Римского Иоанна Павла II в г. Бяла Подляска, Польша (PSW Biała Podlaska, Poland).

Строительство и архитектура

Довольно жесткие правила, принятые при организации производственного контроля, могут комбинироваться с достаточно мягкими критериями приемки и низкими экономическими и техническими последствиями несоответствия.

С другой стороны, для производственного контроля могут быть выбраны некоторые правила, дающие большую свободу производителю, но назначены более жесткие (усиленные) критерии приемки (оценивания соответствия) и более значимые экономические санкции в случае выявления несоответствия.

Как правило, всегда можно выбрать оптимальную комбинацию правил, которые, с одной стороны, будут наиболее экономичными для конкретных условий административной политики с учетом разделения ответственности, значимости конструкций, а с другой – обеспечивать требуемую надежность возводимой конструкции.

В настоящее время на территории Республики Беларусь действуют два стандарта, относящихся к статистическому контролю прочности бетона на сжатие: СТБ EN 206-1:2000 [19] и ГОСТ 18105-2010 [2]. Следует отметить, что введение этих стандартов не было предварительно ни анализом содержащихся в них положений, ни комментариями, определяющими порядок их практического применения. Настоящая публикация в ограниченной мере содержит как комментарий, главным образом, нового для производителя EN 206-1, так и анализ критериев, применяемых для подтверждения соответствия. На фоне требований EN 206-1 представлен краткий анализ положений и критериев оценивания прочности, содержащихся в новой версии межгосударственного стандарта ГОСТ 18105-2010. Декларирование соответствия является обязательным элементом технической политики, изложенной в Техническом регламенте [26] (к слову, стандарт ГОСТ 18105-2010 не содержит упоминаний о подтверждении соответствия).

1. Организация процедуры статистического контроля соответствия прочности бетона на сжатие

1.1 Контроль соответствия прочности бетона как составная часть производственного контроля

При организации процедуры статистического контроля качества (SQС) применительно к прочности бетона на сжатие, следует выделить две формы такого контроля:

- **контроль производства или производственный контроль** (*англ. production control*), который можно определить как контроль, выполняемый в режиме "on-line", т.е. в текущем режиме в процессе производства;
- **контроль соответствия** (*англ. conformance control*), выполняемый по окончании некоторого установленного оценочного периода (*англ. assessment period*), или в режиме "off-line".

Следует отметить, что согласно п.9.1 СТБ EN 206-1 [19] "производственный контроль включает все меры, необходимые для обеспечения требуемых свойств бетона". При этом, **контроль соответствия**, требования к которому изложены в п. 8 этого же стандарта, рассматривается как составная часть **производственного контроля**.

При осуществлении контроля производства бетона в режиме "on-line" часто применяются контрольные карты различного уровня (Control Charts, Simple Data Charts, Shewhart Charts, CUSUM и т.д.). Они нашли достаточно широкое применение в международной практике при производственном контроле бетона, применяемого для изготовления конструкций из сборного и монолитного железобетона.

Контрольные карты применяют для мониторинга характеристик свойств бетона в достаточно широком диапазоне (например, прочность на сжатие, водоцементное отношение, гранулометрический состав заполнителей и т.д.). Чаще всего в практике они применяются для непрерывного оценивания результатов испытаний прочности бетона на сжатие с целью:

- проверки того, что достигнута требуемая (средняя) прочность;
- оценки изменчивости (вариаций) отдельных индивидуальных результатов относительно требуемой прочности;
- определения необходимых изменений в производственном процессе с целью возвращения на уровень требуемой прочности (например, корректировка водоцементного отношения);

- идентификации периода времени, в течение которого прочность бетона на сжатие была меньше, чем установленная требуемая прочность, и разработки корректирующих мероприятий.

В своих публикациях I.Gibb и T.Harrison [7] предложили применение контрольных карт в качестве альтернативного метода оценки соответствия. При этом подчеркивается, что в критериях соответствия согласно EN 206-1 имеют место существенные недостатки при оценках средней прочности бетона, а принятые методы не отвечают требованиям и рекомендациям CEN, разработанным для оценки соответствия.

1.2. Контроль качества бетона по выборочным планам*

Современные стандарты, определяющие требования к бетону и сборным элементам из бетона, рекомендуют применять выборочный контроль качества материалов и изделий статистическими методами. Стандарт ИСО 9001:2000, относящийся к системам управления качеством, также рекомендует отдавать предпочтение применению статистического контроля по выборочным планам.

Следует отметить, что в отличие от выборочных планов, применяемых, например, в машиностроении, электронике, прочность бетона, как контролируемая характеристика может быть установлена только при разрушении контрольных образцов, изготовленных в соответствии с требованиями действующих стандартов. При этом, в случае оценки качества бетона, контролю может быть подвергнуто лишь ограниченное количество образцов, изготовленных из одной пробы, отобранной из одной партии произведенного бетона. Кроме того, оценку соответствия выполняют по контрольным образцам в возрасте 28 суток, когда произведенный бетон уже уложен в конструкцию. Таким образом, при контроле прочности бетона изначально исключается возможность 100% контроля произведенной партии бетона. При формировании (назначении) планов выборочного контроля (*англ. sampling inspection plan*) принимают во внимание то обстоятельство, что изготовление, испытание образцов (кубов, цилиндров) является трудоемкой и дорогостоящей процедурой. Исходя из этого, размеры выборок, включающих опытные образцы, изготовленные из одной пробы, стараются ограничить, как и частоту отбора проб. Вместе с тем, при разработке критериев соответствия стараются, по возможности, максимально исключить неопределенности статистического оценивания, основанного на случайных выборках единичных результатов испытаний. Разработка простых одноуровневых выборочных планов (*англ. single sampling plan*), свойственных контрольным процедурам, основанных на разрушающих испытаниях, опирается, как правило, на два основных параметра: количество (n) элементов (образцов), отбираемых для контроля (понимаемого как число единичных результатов испытаний в выборке), а так же установленную допустимую долю дефектов. Основываясь на принятых критериях соответствия, принимается решение о соответствии всей оцениваемой популяции декларированному классу.

Дискриминационная сила (или другими словами, фильтрационная способность) статистических критериев соответствия теоретически должна обеспечивать сбалансированные расходы при приемке партий бетона с учетом ошибок первого и второго рода. Как показано в ряде работ [4, 33, 34], практически не существует аналитических методов контроля качества, которые были бы лишены ошибок первого рода (браковка или отклонение партий с удовлетворительным качеством) и ошибок второго рода (приемка партий со сниженным качеством). Следует отметить, что разработка выборочных планов статистического контроля является далеко не простой задачей. Точки зрения и подходы к выбору критериев соответствия, подбор тестовых коэффициентов существенно разнятся, о чем свидетельствует многообразие критериев, принятых в различных нормах и рекомендациях.

1.3. Взаимоотношения между участниками строительного процесса, связанными с производством бетона и его применением в конструкциях

* Согласно разд.3 ПКП45-1.01-81-2007: Выборочный контроль – контроль, при котором решение относительно совокупности продукции принимается на основе анализа результатов измерений выборки единиц продукции.

Отметим, что проектирование, производство и приемка являются четко обозначенными отдельными этапами (элементами) общего строительного процесса. При этом, как показано в [4, 20], во многих случаях ответственность за реализацию этих этапов приписана совершенно различным инстанциям, между которыми могут возникать определенные конфликты интересов, даже если они имеют одну общую цель – возвести безопасную конструкцию с оптимальными экономическими затратами.

Стандарт СТБ EN 206-1 своими положениями регулирует взаимную подчиненность, устанавливает порядок взаимоотношений и перечень задач для отдельных участников строительного процесса, связанных с производством бетона и применением его в строительных конструкциях. В рамках названного стандарта выделяют следующих участников строительного процесса:

- **спецификатор** (англ. *specifier*) – физическое или юридическое лицо, которое опираясь на требования, изложенные в конкретном проекте, уточняет параметры материала в отношении исходных составляющих (или, другими словами, осуществляет проектирование состава бетона);
- **производитель** (англ. *producer*) – физическое или юридическое лицо, которое не только производит бетонную смесь в соответствии с качественно-количественными требованиями ее к составляющим (компонентам), но также выполняет производственный контроль (*production control*) в пределах, установленных нормой;
- **пользователь, или потребитель** (англ. *user*) – физическое или юридическое лицо, применяющее бетонную смесь для изготовления конструкции и/или элемента из бетона, в компетенцию которого входят укладка, уплотнение бетонной смеси и уход за бетоном на стадии твердения;
- **внешний контроль / надзор** – в лице инспектора, представляющего независимый аккредитованный испытательно-консультационный орган, уполномоченный для периодической верификации общей системы контроля производства для данного производителя.

Стандарт СТБ EN 206-1 разделяет компетенции и ответственность между контрагентами. В соответствии с этим стандартом различают:

- **проектируемый бетон** (англ. *designed concrete*) – бетон, требуемые свойства и дополнительные характеристики которого задают производителю, который является ответственным за соответствие бетона требуемым свойствам и дополнительным характеристикам (т.е. бетон с заданными свойствами);
- **рецептурный бетон** (англ. *prescribed concrete*) – бетон, для которого качественно-количественные характеристики составляющих, используемых для приготовления бетонной смеси, заданы производителю, ответственному за доставку бетона заданной рецептуры (состава). Такой бетон принято определять как бетон с заданным составом;
- **стандартизированный рецептурный бетон** (англ. *standardized prescribed concrete*) – рецептурный бетон, состав которого приведен в стандарте, действующем в стране, где применяют бетон.

1.4. Категории затрат, связанных с управлением качеством

Подробный анализ статей затрат, связанных с организацией и проведением контроля качества бетона по выборочным планам представлен, например, в монографии [4].

Как показано в работах [4, 5], затраты, связанные с качеством, можно условно подразделить на три основных категории:

- профилактические затраты или затраты на предупреждение дефектов (англ. *prevention*);
- затраты на контроль и оценку качества (англ. *appraisal cost*);
- потери от дефектов (англ. *failure cost*), которые, в свою очередь, подразделяют на внутренние и внешние.

Профилактические затраты, в общем случае, включают стоимость всех мероприятий, направленных на предупреждение низкого качества материала, включая расходы на планирование качества, оценки воспроизводимости технологического процесса, обследования потенци-

альных возможностей поставщиков исходных материалов и сырья, разработки процедур контроля качества, подготовки и обучение квалифицированного персонала и специалистов в области качества.

Затраты на контроль и оценку качества включают затраты, связанные с оценками и проверками материала, подтверждающими их соответствие требованиям спецификаций проекта, техническим условиям. К этой группе затрат относят:

- расходы на входной контроль и испытания исходных материалов и сырья;
- расходы на производственный контроль и приемку партий материала по установленным критериям соответствия;
- стоимость аудитов;
- расходы на калибровку и поверку контрольно-измерительного оборудования и приборов, а также затраты на их приобретение;
- стоимость собственно продукции и расходных материалов, используемых при оценках соответствия по выборочным планам разрушающего контроля;
- затраты, обусловленные ошибками в оценивании конечных свойств поставляемого материала.

К потерям от дефектов (брака) относят любые затраты, возникшие в результате несоответствия свойств материала установленным требованиям спецификации или потребностям заказчика (например, изложенным в техническом задании на рецептурный бетон) и /или пользователя. Другими словами, эти издержки представляют собой цену надлежащего качества материала. Потери от дефектов (брака) принято подразделять на внутренние и внешние:

- **внутренние потери** от дефектов возникают до поставки материала потребителю, являются результатом выявления некачественных партий в процессе контроля собственным персоналом производителя. В общем случае, внутренние потери – это совокупность затрат на производство дефектных партий материала, стоимость переработки или утилизации, повторных проверок и испытаний дефектной продукции (например, выполнение повторных расчетов конструктивной системы при выявленных фактических характеристиках свойств материалов), потери от уценки дефектных изделий;
- **внешние потери** от дефектов возникают уже после того, как материал попадает в сферу потребления, в результате того, что брак выявлен потребителем или третьей стороной. В общем случае, внешние потери включают: расходы на удовлетворение претензий потребителя (например, затраты на переделку, расходы на обслуживание рекламаций качества или расходы по гарантийным обязательствам, убытки, связанные с отзывом продукции, например, при производстве сборного железобетона), а также возмещение ущерба, понесенного потребителем и/или пользователем.

2. Статические критерии, применяемые для оценивания ответственности прочности бетона на сжатие

2.1. Характеристическая прочность бетона на сжатие

Класс бетона по прочности на сжатие в конструкции, а соответственно и приписанное ему характеристическое значение прочности назначается проектировщиком с использованием, как правило, оптимизационных процедур, учитывающих технические, экономические, экологические и социальные последствия, связанные с отказом конструктивного элемента (конструкции) в соответствии с концепцией надежности, принятой в ТКП EN 1990.

Однако, как отмечается в ряде работ [20, 21], строительная практика показывает, что конструкции из бетона довольно редко возводятся в точном соответствии с назначенным уровнем качества бетона и характеристиками, принятыми при проектировании (здесь необходимо подчеркнуть, что проектирование – это процесс, когда все действия и операции совершаются с абстракциями).

В общем случае фактическая прочность бетона в возведенной конструкции зависит от случайных вариаций качества, которые имеют место в процессе приготовления, транспортирования, укладки бетонной смеси и условий хранения бетона. Кроме того, известную

Таблица 1. Основные источники изменчивости прочности бетона [14]

Вариации, обусловленные свойствами бетона	Вариации, обусловленные методами испытаний
1) Отклонения от проектного значения водоцементного отношения (w/c), вызванные: – неудовлетворительной точностью дозирования воды; – чрезмерными вариациями влажности заполнителей или погрешностями в ее измерении; – повторным добавлением воды и последующим перемешиванием. 2) Вариации в водопотребности, вызванные: – отклонениями в гранулометрии, форме заполнителя; – изменениями в количестве (объеме) вовлеченного воздуха; – временем поставки и температурными изменениями. 3) Вариации в характеристиках и свойствах составляющих: – заполнителей; – цемента и добавок. 4) Вариации в режимах перемешивания, транспортировки, укладки и уплотнении бетонной смеси. 5) Вариации в условиях хранения, включая температуру бетона.	1) Несоответствующая процедура отбора проб. 2) Вариации, вызванные методами приготовления контрольных образцов, включая: – формирование, уплотнение, хранение свежизготовленных образцов (кубов, цилиндров); – плохое качество, повреждения и поломку форм. 3) Отклонения от стандартных условий хранения: – вариации температуры; – вариации в контроле влажности; – несвоевременная доставка образцов в лабораторию и опоздание с началом стандартного хранения. 4) Неудовлетворительная процедура испытаний, включая: – подготовку образцов; – процедуру испытаний; – не поверенное оборудование.

долю неопределенности в общую изменчивость качества при его оценивании вносят процедуры, связанные с испытанием опытных образцов. Основные источники изменчивости качества бетона согласно [14] приведены в таблице 1, а их подробный анализ содержится в публикациях [13, 14].

Как известно, прочность конкретного бетона в рамках установленного нормируемого класса (как базового показателя) не является постоянной, а представляется некоторой непрерывно распределенной случайной величиной, для которой вероятность нахождения точного значения равняется нулю. Теоретическую прочность бетона нормируемого класса принято описывать некоторой генеральной совокупностью, содержащей гипотетически бесконечное число единичных значений.

Опыт показывает, что при стабильных условиях производства для описания непрерывно распределенной случайной величины, которой является прочность бетона, обычно применяют нормальное (Гауссовское) распределение с главными описательными статистиками – средним значением и среднеквадратичным (стандартным) отклонением прочности. Как было показано выше, в концепции полувекторного метода частных коэффициентов взамен функции плотности вероятности прочности бетона со своими статистическими параметрами (средним значением и стандартным отклонением) вводят один параметр – **характеристическую прочность**.

Характеристическая прочность материала, согласно [18], определена как значение прочности, установленное с учетом статистической изменчивости, ниже которого может располагаться только ограниченно малая доля результатов (доля дефектов) из принятого гипотетически бесконечного распределения прочности.

Для бетона **характеристическая прочность на сжатие** f_{ck} определена как 5% - квантиль статистического распределения параметра прочности. Характеристическое значение прочности применяют как при проектировании, так и при контроле соответствия бетона при его производстве и применении в конструкциях.

Приведенное определение характеристической прочности бетона было впервые дано в ISO 3893:1997 [18]. Согласно ТКП EN 1990 [13] характеристическое значение прочности (f_{ck}) также определено как установленная квантиль принятого статистического распределения прочности для гипотетически бесконечной выборки результатов испытаний. Учитывая то обстоятельство, что на практике число результатов испытаний n является достаточно ограниченным (особенно в случае бетонных образцов, подвергаемых разрушению в процессе испытания), в стандарте ISO 3893:1997 [18] установлено, что при контрольных испытаниях квантили (коими являются характеристические значения прочности) следует оценивать при доверительном уровне γ от 50% до 95%. Это же требование содержится и в СТБ ISO 12491:1997 [17].

Здесь следует обратить внимание на одно важное обстоятельство, связанное с нормированием, а далее и оцениванием характеристических значений, принятым в различных европейских стандартах (EN).

Так, в тексте СТБ EN 206-1 [19] опущено требование, касающееся минимального доверительного уровня оценивания квантиля прочности контролируемого бетона и, без какого-либо дополнительного комментария относительно доверительного уровня (за исключением анализа операционных кривых), при оценивании квантиля порядка 0,05 значение коэффициента λ уменьшено от 1,64 до значения 1,48. В свою очередь, в приложении D к ТКП EN 1990 [19] при определении характеристических значений свойств материалов (в частности, прочности) рекомендовано применять коэффициенты, установленные с использованием Байесовских процедур, которые значительно превышают величину 1,64.

Подобные несоответствия можно наблюдать и в других европейских стандартах (EN), относящихся к оцениванию конструкционных материалов. По мнению проф. L.Brunarski [5, 11] «... причиной такого состояния вопроса является герметичность отдельных рабочих групп, разрабатывающих проекты EN. Отсюда – различные виды критериев соответствия, которые можно встретить в стандартах зависят от индивидуальной подготовки разработчика в области статистики и даже индивидуальных предпочтений членов рабочей группы».

Как было сказано ранее, в нормах проектирования железобетонных конструкций [27, 28] механические характеристики бетона выражают через его характеристическую прочность f_{ck} , определенную как 5% - квантиль статического распределения прочности на сжатие для гипотетически бесконечной выборки результатов, получаемых из испытаний стандартных цилиндров ($\varnothing 150$ мм; $h = 300$ мм) или кубов (со стороной 150 мм). На практике доля дефектов (результатов, меньших чем f_{ck}) может быть большей, либо меньшей 5% (см. рис. 1). Дефектность произведенного бетона при оценивании прочности на сжатие можно выразить как долю (фракцию) дефектных результатов:

$$\theta = \Pr \{ f_{ci} \leq f_{ck} \}, \quad (2)$$

где f_{ci} – единичные значения прочности в n – элементной выборке результатов испытаний.

Согласно СТБ ISO 12491:1997 [17], рассматривают возможность применения трех методов оценивания квантилей статических распределений:

- **статическое оценивание** с учетом количества единичных результатов испытаний при назначенном доверительном уровне оценивания γ ;

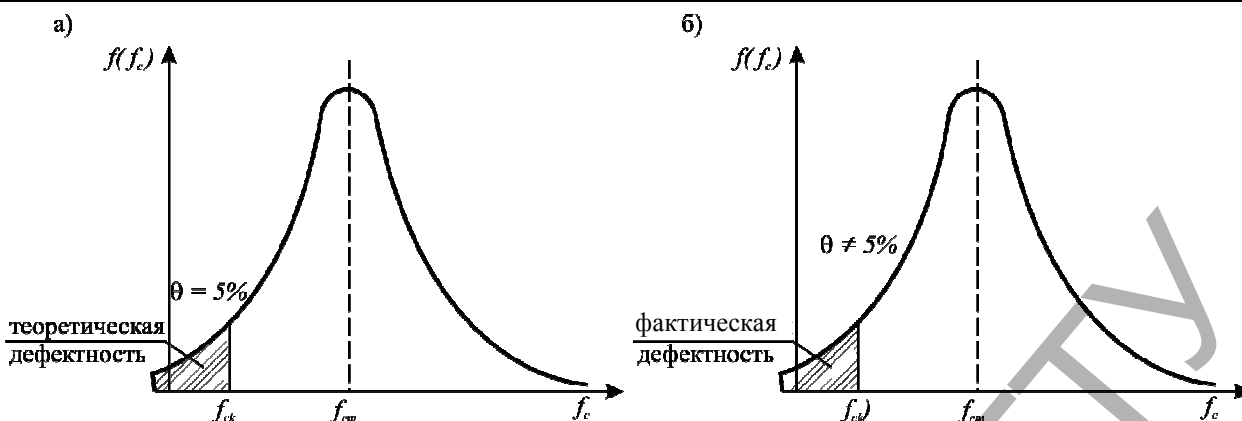


Рис. 1. Теоретическая (а) и фактическая (б) доли дефектов при оценивании прочности на сжатие [4]

- применение **операционно-характеристических функций (ОС)** при назначенных (или установленных) значениях риска производителя (поставщика) и потребителя;
- применение для оценивания **Байесовских статистик**.

В последние годы предприняты попытки разработки новых подходов к созданию критериев соответствия прочности бетона. Однако они пока не используются в практике. Здесь следует отметить интересные предложения I. Skrzypczak [4], основанные на теории нечетной логики (fuzzy logic), а также применение порядковых статистик [3, 25].

2.2. Критерии соответствия, устанавливаемые с помощью операционных функций (функций ОС)

2.2.1. Определение функции ОС

В процедурах статического управления качеством, установленных в ISO 3534-2 [29], существенное значение имеют функции, определяющие в испытательном плане вероятность того, что выполняются критерии соответствия в зависимости от принятого уровня качества (QL) контролируемой партии изделия или процесса (далее рассуждения ограничиваются до приемки партии). На практике эти функции графически представляют в виде так называемых операционно-характеристических кривых (англ. Operating Characteristic Curve), обозначаемых далее символом ОС. Кривые ОС, показанные на рисунке 2, определены следующими характеристическими параметрами:

- качество, соответствующее риску поставщика (производителя) (англ. Producer's Risk Quality – PRQ);
- качество, соответствующее риску потребителя (англ. Consumer's Risk Quality – CRQ);
- допустимый (приемлемый) уровень качества (англ. Acceptable Quality Level – AQL);
- предельный (граничный) уровень качества (англ. Limiting Quality Level – LQL).

Риск потребителя (CR) в назначенном плане выборочного контроля означает вероятность приемки (P_a) партии, если уровень ее качества характеризуется значением, признаваемым в этом плане, как неудовлетворительное (например, принимает значение нижнего граничного уровня качества LQL, как показано на рис. 2). Риск потребителя называют также максимальной вероятностью ошибки II рода.

Риск производителя (поставщика) (PR) в назначенном плане выборочного контроля обозначает вероятность отклонения (отбраковки) партии, если уровень ее качества имеет значение, признаваемое в этом плане как возможный (допустимый) для приемки, или приемлемый (например, принимает значение приемлемого или допустимого уровня качества AQL, как показано на рис. 2). Риск производителя (поставщика) определяют как максимальную вероятность ошибки I рода.

Согласно СТБ ISO 12491 [17] рекомендовано принимать равные значения риска производителя (поставщика) и потребителя на уровне 5% ($PR = CR = 0,05$, см. рис. 2). Соответствующие этим значениям рекомендуемые максимальные уровни качества: PQR – до 4% и CRQ – до 15%.

Соответствующая данным условиям таблица 2, содержащая значения коэффициента k в критериях соответствия, зависящего от количества n результатов единичных испытаний, а также от того, известно ли стандартное отклонение σ либо его эстиматор (выборочное стандартное отклонение) s , приведена M. Holicky в работе [12]. Авторы этой работы анализировали кривые ОС, соответствующие $PRQ = 1,5\%$ и CRQ , равном 10% и 15%, при количестве результатов $n = 35$ и $n = 23$, и утверждают, что при вероятности приемки $P_a = 50\%$ допустимый (принятый) уровень качества 5% не оказался превышенным только при $n = 35$.

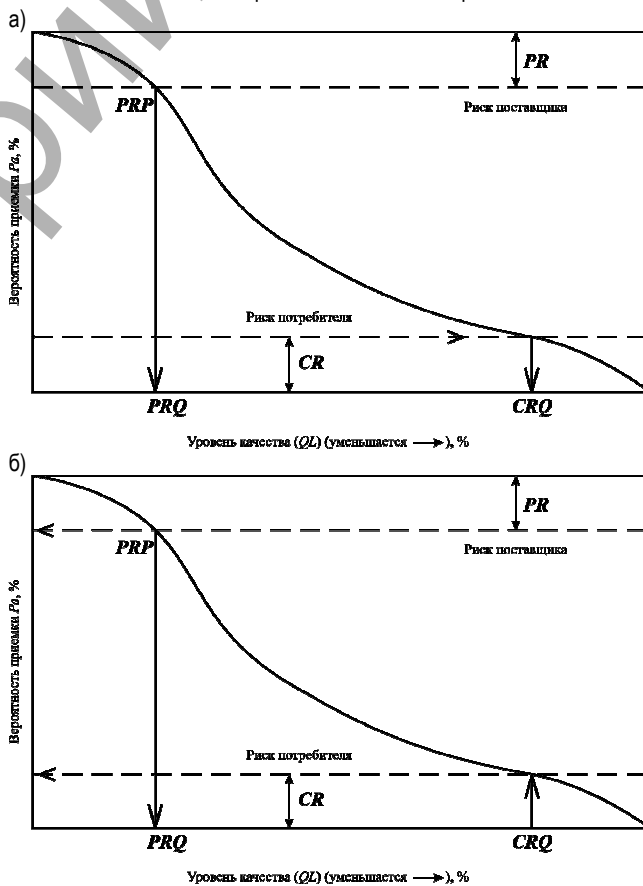


Рис. 2. Кривые ОС, определенные согласно [12]: а) через риск поставщика (PR) и потребителя (CR), б) через допустимый (приемлемый) уровень качества (AQL) и предельный уровень качества (LQL)

2.2.2. Процедуры получения кривых ОС. Приемочные критерии – решение о соответствии или несоответствии

Таблица 2. Характеристики планов выборочного контроля согласно [12]

Качество, соответствующее риску потребителя CRQ, %	При известном σ				При известном S			
	Качество, соответствующее риску производителя PRQ, %							
	1,0	1,5	2,5	4,0	1,0	1,5	2,5	4,0
2,5	$\frac{100}{2,14}$				$\frac{120}{2,14}$			
4,0	$\frac{33}{2,04}$	$\frac{60}{1,96}$			$\frac{75}{2,04}$	$\frac{100}{1,96}$		
6,5	$\frac{17}{1,92}$	$\frac{26}{1,84}$	$\frac{55}{1,74}$		$\frac{45}{1,92}$	$\frac{65}{1,84}$	$\frac{90}{1,74}$	
10,0	$\frac{10}{1,80}$	$\frac{14}{1,73}$	$\frac{24}{1,62}$	$\frac{50}{1,52}$	$\frac{28}{1,80}$	$\frac{35}{1,73}$	$\frac{55}{1,62}$	$\frac{80}{1,52}$
15,0	$\frac{7}{1,68}$	$\frac{9}{1,60}$	$\frac{13}{1,50}$	$\frac{22}{1,39}$	$\frac{19}{1,68}$	$\frac{23}{1,60}$	$\frac{28}{1,50}$	$\frac{43}{1,39}$

Примечание: над чертой – число единичных результатов n ; под чертой – значения коэффициентов k_σ или k_S

Решение о соответствии или несоответствии прочности бетона принимают на основе сравнения результатов испытаний опытных образцов с мерой критерия соответствия.

Как показано в работе [20], критерии соответствия, опирающиеся на функции ОС, начали разрабатываться с 1996 г. Комитетами СЕВ/СИБ/FIP/RILEM и были рекомендованы к применению в 1978 г. Общий вид предложенных критериев в большей или меньшей мере сохранился во всех последующих версиях стандартов, касающихся бетона. Критерии соответствия прочности бетона на сжатие, применявшиеся в различных странах до введения EN 206-1, представлены в таблице 3.

В работе [20] были впервые представлены (на специальных гауссовских сетках, примененных для линеаризации кривых ОС) границы неэкономичной и небезопасной областей, между которыми должны размещаться линии ОС в случае применения критерия соответствия типа:

$$\bar{x} - \lambda s \geq f_k. \quad (3)$$

Для принятой функции распределения прочности и данного критерия соответствия, в рамках принятого выборочного плана можно рассчитать вероятность приемки партии бетона с заданной долей θ дефектов. Эту вероятность называют вероятностью приемки и обозначают P_a или $P_a(\theta)$. Графики, показывающие зависимость вероятности приемки P_a от доли дефектов θ , или результатов испытаний прочности $f_{ci} \leq f_{ck}$ в партии численностью n (как правило, от 3 до 15), называют операционно-характеристическими кривыми (ОС). Как показано в работах [4, 8, 11], кривые ОС являются формой представления риска, связанного с применением статистических критериев соответствия (рис. 2).

Кривая ОС для идеального плана испытаний имеет характерный вид, показанный на рисунке 3. Форма этой кривой соответствует выборке (популяции) с гипотетически бесконечным числом результатов испытаний и является планом, обеспечивающим приемку всех партий с дефектностью $\theta_2 \leq AQL$ и их выбраковку при $\theta_2 > AQL$.

Форму кривой ОС в случае безошибочного контроля прочности бетона на сжатие (рис. 3) можно описать аналитически следующим образом:

$$P_a(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{при } \theta \leq 0,05, \\ 0, & \text{при } \theta > 0,05. \end{cases} \quad (4)$$

Реализация такого идеального плана возможна, однако только в условиях безошибочного стопроцентного (сплошного) контроля.

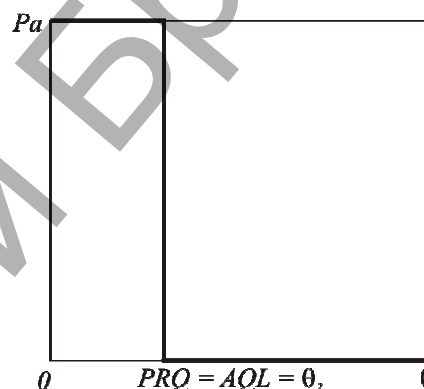


Рис. 3. Кривая ОС для идеального плана испытаний, соответствующего популяции с гипотетически бесконечным числом результатов испытаний

2.3. Аналитические основы критериев соответствия

2.3.1. Одиночные критерии соответствия

Анализ научно-технической литературы [4, 5, 10, 11, 32–34] показывает, что наиболее часто применяют следующие формы записи критериев:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda \sigma, \quad (5)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda S, \quad (6)$$

$$f_{cm} \geq f_{ck} + k_1, \quad (7)$$

$$f_{ci} \geq f_{ck} - k_2, \quad (8)$$

где f_{cm} – средняя прочность бетона на сжатие для выборки, включающей n единичных результатов;

σ – известное стандартное отклонение;

S – выборочное стандартное отклонение (эстиматор) для выборки из n единичных результатов;

f_{ci} – минимальное единичное значение прочности бетона на сжатие в выборке из n результатов,

λ, k_1, k_2 – тестовые коэффициенты.

Предполагая нормальный закон распределения прочности бетона на сжатие, при использовании критерия вида (5), вероятность приемки P_a можно определить по известной зависимости [5, 32–34]:

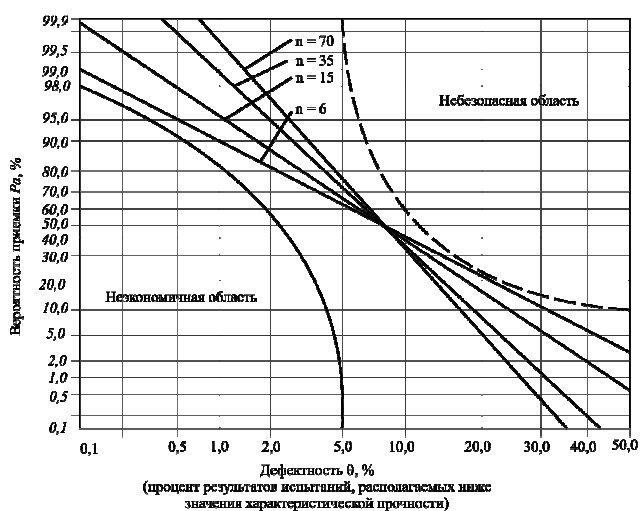
$$P_a = \Phi \left[-\sqrt{n} (u_\theta + \lambda) \right], \quad (9)$$

Таблица 3. Критерии соответствия, применявшиеся до введения EN 206-1

Страна	Количество результатов n	Стандартное отклонение	Критерии соответствия
СССР, Россия	3 и более	неизвестно	$\bar{X}_n \geq k_T f_c$ $f_c < X_{\min} \geq k_T f_c - 4$
	15 и более	est. S_{15}	
	30 и более	известно σ	
Германия	3	неизвестно	$\bar{X}_3 - 5 \geq f_c$ и $X_{\min} \geq f_c$
	9	неизвестно	$\bar{X}_9 - 5 \geq f_c$ и $X_{\min} \geq 0,8f_c$
	15	известно σ	$\bar{X}_{15} - 1,65\sigma \geq f_c$
	35	известно σ	$\bar{X}_{35} - 1,65\sigma_{35} \geq f_c$
Голландия	6	известно σ	$\bar{X}_6 - 1,52\sigma \geq f_c$
	12	est. S_{12}	$\bar{X}_{12} - 1,52s_{12} \geq f_c$
Великобритания	4	известно σ	$\bar{X}_4 - 0,82\sigma \geq f_c$
Испания	6	неизвестно	$X_1 + X_2 - X_3 \geq f_c$
	12	неизвестно	$2 \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} - X_6 \geq f_c$
Франция	30	est. S_{30}	$\bar{X}_{30} - 1,69s_{30} \geq f_c$
Португалия	3	неизвестно	$\bar{X}_3 - 5 \geq f_c$ и $X_{\min} \geq f_c - 1$
	от 6 до 15	известно σ	$\bar{X}_n - \lambda\sigma \geq f_c$ и $X_{\min} \geq f_c - k$ от $\lambda = 1,87$ для $n = 6$ до $\lambda = 1,48$ для $n = 15$ $k = 3$ для $6 \leq n \leq 9$ $k = 4$ для $10 \leq n \leq 15$
Польша	от 3 до 14	неизвестно	$X_{\min} \geq \lambda f_{C1}^G$ $\lambda = 1,15$ для $3 \leq n \leq 4$ $\lambda = 1,10$ для $5 \leq n \leq 8$ $\lambda = 1,05$ для $9 \leq n \leq 14$ или $X_{\min} \geq f_c^G$ и $\bar{X}_n \geq 1,2f_c^G$
	15	est. S_{15}	$\bar{X}_{15} - 1,15s_{15} \geq f_c^G$

где $\Phi(\bullet)$ – функция Лапласа (значение интеграла Лапласа) при дефектности θ , для которой выполняется равенство $\theta = \Phi(u_\theta)$.

Форма кривой ОС, сконструированной в соответствии с формулой (9), в частности ее наклон пропорционален \sqrt{n} , что отражает следующий эффект: выборка, содержащая большее число единичных результатов, обеспечивает более высокий дискриминационный потенциал критерия. С увеличением (уменьшением) значения коэффициента λ при постоянном числе единичных результатов n , график кривой ОС перемещается влево (вправо) (см. рис. 4). Для случая $u_\theta = -\lambda$, значение вероятности приемки $P_a(\theta) = 0,5$, что в системах выборочного контроля принято называть точкой контроля, а в других – нейтральным качеством [4, 5].



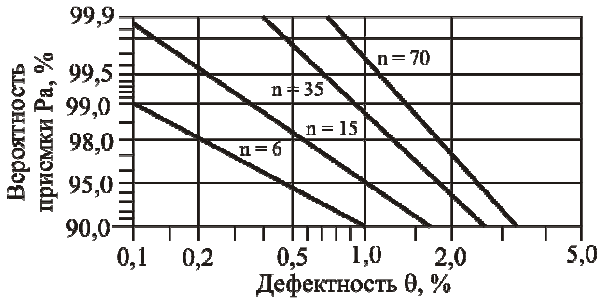


Рис. 4. Влияние количества единичных результатов испытаний n на положение линеаризованных операционных кривых (ОС-кривых) для критериев постоянного производства, принятых в EN-206-1 по предложению Л. Таегве, согласно [8]

В силу того, что критерий соответствия зависит от двух параметров – λ и n , следует его вид принимать таким образом, чтобы кривые ОС проходили через некоторую постоянную точку с координатами $(\theta_\lambda, P_a = 0,5)$.

Вероятность приемки при применении критерия (6) определена для нецентрального распределения вероятности. Хорошее приближение можно получить, применяя нормальное распределение для:

$$P_a = \Phi \left[-\sqrt{\frac{n}{1+\lambda^2/2}} \cdot (u_\theta + \lambda) \right]. \quad (10)$$

В этом случае стандартное отклонение для популяции неизвестно и его заменяют эстиматором (оценочной функцией) выборочного стандартного отклонения для выборки размером n так, что наклон кривой ОС уменьшается путем деления на коэффициент $(1+\lambda^2/2)$ (см. рис. 4). Так, при $\lambda = 1,4$ значение $1+\lambda^2/2 = 1,98$, поэтому средний размер выборки следует увеличить в 2 раза для того, чтобы получить тот же вид кривой ОС, как и при известном стандартном отклонении [4].

Критерий типа (7) может быть преобразован:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \left(\frac{k_1}{\sigma}\right) \sigma. \quad (11)$$

После чего, принимая $\frac{k_1}{\sigma} = \lambda'$, получаем критерий (7) в виде:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda' \sigma. \quad (12)$$

Вид критерия (12) по сути такой же, как и критерия (5), с учетом $\lambda' = k_1/\sigma$. С целью определения формы кривой ОС следует принять значение стандартного отклонения и рассчитать λ' так, чтобы кривая ОС размещалась в контрольной области, заключенной между граничными кривыми (см. рис. 4). Критерий типа (7) применяют к малым выборкам с размером n от 3 до 6 единичных результатов испытаний.

Как показано в [4], кривая ОС для критерия (8) может быть рассчитана с использованием биномиального распределения. Критерии этого типа, применяемые совместно с уравнениями (5), (6) или (7), называют составными или двойными критериями соответствия.

2.3.2. Двойные или составные критерии соответствия

В общем случае двойные критерии соответствия представляются собой в следующих комбинациях:

1) при числе элементов (единичных результатов) выборки $n = 3$ критерии соответствия прочности бетона на сжатие имеют вид:

$$\begin{cases} f_{cm} \geq f_{ck} + k_1; \\ f_{ci} \geq f_{ck} - k_2, \end{cases} \quad (13)$$

где f_{cm} – средняя прочность бетона на сжатие в n – элементной выборке результатов;

f_{ck} – характеристическая прочность бетона на сжатие;

k_1, k_2 – тестовые коэффициенты (все величины критерия выражены в МПа);

2) при числе элементов в выборке $n \geq 15$ чаще всего используют критерии вида:

$$\begin{cases} f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda S, \\ f_{ci} \geq f_{ck}, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} f_{cm} \geq f_{ck} + \lambda S, \\ f_{ci} \geq f_{ck} - k_2. \end{cases} \quad (14)$$

Расчет вероятности приемки P_a для двойных критериев является довольно сложной задачей, т.к. эти критерии взаимосвязаны. В общем случае, вероятность приемки для двойных критериев соответствия можно представить в следующем виде:

$$P_a = P_a(f_{cm}, f_{ci}) \Rightarrow P_a = 1 - P_a(\overline{f_{cm}}, \overline{f_{ci}}) - P_a(f_{cm}, \overline{f_{ci}}) - P_a(\overline{f_{cm}}, \overline{f_{ci}}). \quad (15)$$

В работах [4, 10, 32–34] утверждается, что для критериев (13) и (14) неизвестно аналитическое решение, и поэтому, очевидно, единственным способом расчета кривых ОС является применение одного из методов случайной симуляции (например, методом Монте-Карло).

Согласно EN206-1 решение о соответствии или несоответствии прочности бетона принимают на основе сравнения результатов испытаний контрольных образцов с двойными критериями соответствия, выделяя начальный ($n = 3$) непрерывный и установившийся ($n = 15$) периоды производства.

В связи с трудностями аналитического вычисления вероятности приемки (15), эффективность двойных критериев соответствия анализируют на специальных масштабных сетках (как правило, в Гауссовских координатах), позволяющих линеаризовать кривые ОС, а также показать границы неэкономичной и небезопасной областей, между которыми располагается рабочая область, в пределах которой должны располагаться линии ОС. Границы указанных областей, предложенные комитетами СЕВ/CIB/FIP/RILEM в 1975 г., представлены на рисунке 5.

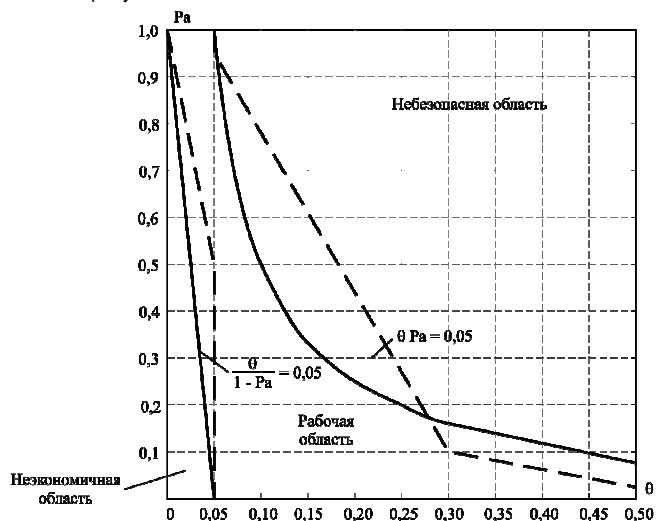


Рис. 5. Граничные кривые, предложенные Л. Таегве (сплошная линия) и Комитетами СЕВ/CIB/FIP/RILEM (штриховая линия), согласно [8, 20]

Другой вид кривых, описывающих границы неэкономичной и небезопасной областей, предложил Л.Таегве (рис. 5). Для верификации критериев соответствия Л.Таегве определил две области, ограниченные линиями, связывающими значения дефектности θ и вероятности приемки P_a [4, 32–34]:

– для небезопасной области: $\theta \times P_a = 0,05$; (16)

– для неэкономичной области: $\frac{\theta}{1 - P_a} = 0,05$. (17)

Граничные кривые, предложенные L.Таегве, относятся к двум дефектностям, которым приписывают исключительно большой вес при проектировании выборочных планов:

– большая вероятность приемки должна соответствовать партиям с дефектностью ниже 0,05 ($\theta < 0,05$), поэтому декларированное значение 0,05 отнесено к риску производителя ($1 - P_a$) в формуле (17) при описании граничной кривой для неэкономичной области;

– большая вероятность отклонения должна соответствовать партиям с дефектностью $\theta > 0,1$. Значение 0,05 в формуле (16) для граничной кривой небезопасной области относится к значению 0,1, для которой риск потребителя (вероятность приемки P_a партии бетона удовлетворяющей требованиям), а также риск производителя бетона ($1 - P_a$) – вероятность отклонения партии, удовлетворяющей требованиям – являются равным и составляют 0,5. В уравнении появляется значение 0,05, которое определено как произведение вероятности приемки и дефектности (по существу значение $\theta \times P_a = AOQ$): $0,1 \times 0,5 = 0,05$.

Как показано в работе [4], предложенные L.Таегве изменения при верификации критериев соответствия (непрерывные, гладкие кривые на рис. 5) по отношению к граничным кривым для неэкономичной и небезопасной областей, рекомендованных комитетами СЕВ/CIB/FIP/RILEM (ломаные, прерывистые кривые), являются не столь существенными, однако в некоторых случаях могут играть важное значение при оценке риска производителя и потребителя товарного бетона (для производимого бетона с дефектностью до 0,05).

Таким образом, среди наиболее важных характеристик при построении графиков функций ОС следует выделить:

- **нейтральную** (или **рабочую**) **область**, содержащую уровни качества между допустимым уровнем качества (AQL) и предельным уровнем качества (LQL);
- **наклон** (*англ.* slope) кривой ОС, определяемый как наклон линии, соединяющий точки, соответствующий риску производителя и риску потребителя на кривой ОС выборочного плана. Чем больше угол наклона (линия более крутая), тем большим дискриминационным потенциалом обладает критерий выборочного контроля. Очевидно, что с увеличением числа единичных результатов n в выборке кривая ОС будет приближаться к ступенчатой кривой (характеристике), имеющей угол наклона 90° и соответствующей идеальному плану контроля качества (см. рис. 3).

Как было показано ранее, в СТБ ISO 12491:1997 [17] рекомендовано принимать равные значения риска производителя и потребителя на уровне 5% ($PR = CR = 0,05$). Соответствующие этим значениям рекомендуемые уровни качества следующие: для PRQ – от 0,15% до 4% и для CRQ – от 0,65% до 15%.

Как видно из рис. 4, при вероятности приемки $P_a = 50\%$, только при $n = 35$ принятый уровень качества $AQL = 5\%$, или доля дефектов $\theta = 5\%$, не является превышенными.

В общем случае, в соответствии с рекомендациями статистического контроля качества, рациональный план испытаний и критерии соответствия должны удовлетворять как минимум трем основным требованиям:

- вероятность P_a приемки партии бетона, удовлетворяющей требованиям (или $(1 - P_a)$), или риск производителя бетона, связанный с отклонением партии бетона, удовлетворяющей требованиям) должна быть не меньшей, чем предварительно установленная, и должна учитывать компромисс между риском

производителя и риском потребителя (риском приемки партии, не удовлетворяющей требованиям);

- при увеличении размера выборки (количества n единичных результатов испытаний) вероятность приемки P_a должна возрастать, а, соответственно, риск производителя – уменьшаться;
- большие значения вероятности приемки P_a должны соответствовать партиям с меньшей изменчивостью прочности, имеющим меньшее стандартное отклонение.

3. Контроль соответствия прочности бетона на сжатие согласно СТБ EN 206-1:2000

3.1. Область применения стандарта EN 206-1:2000

Контроль прочности бетона по критериям соответствия играет роль фильтра, преобразующего исходную функцию распределения плотности вероятности, характеризующую производственный процесс в фильтрованную кривую производственного процесса. Критерии соответствия должны главным образом обеспечивать защиту потребителя от принятия дефектной партии бетона, а не влиять на нормализацию производственного процесса.

Как показано в монографии [4], процедура “off-line” статистического контроля качества находит применение только в том случае, когда производство установленной партии бетона является законченным, поэтому следует ещё раз подчеркнуть что, испытания по выборочным планам выполняют для законченного этапа производства, определенного в соответствии с EN 206-1 как оценочный период (*англ.* assessment period).

Целью выборочных испытаний не является контроль и воздействие на технологический процесс (это должно быть реализовано в процессе производственного контроля), а защита потребителя от принятия бетона, не соответствующего установленным требованиям качества (согласно Директивы 106/89 ЕС контроль качества по критериям соответствия должен обеспечивать защиту потребителя от того, чтобы продукт несоответствующего качества не попал на рынок).

Таким образом, в соответствии с СТБ EN 206-1:2000 производитель декларирует соответствие бетона по показателю прочности на сжатие только для некоторого завершённого периода производства, определяемого как оценочный период.

3.2. Термины и их определения, принятые в СТБ EN 206-1

При описании процедуры оценивания соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206-1 применяют ряд важных терминов, определения которых не приведены в тексте самого стандарта. В связи с тем, что в ряде публикаций, комментирующих положения EN 206-1, содержатся неоднозначные трактовки этих терминов, ниже представим их определения, согласованные с оригинальным текстом стандарта, и выборочно поясним их примерами.

При описании процедуры оценивания соответствия прочности бетона в стандарте СТБ EN 206-1:2000 использованы следующие основные термины и их определения:

- **проба** (*англ.* sample) – выборка результатов испытаний прочности отдельных образцов (specimens), например, кубов или цилиндров, изготовленных в стандартных условиях из одной партии бетона, взятой в условиях завода либо на строительной площадке;
- **достоверный результат испытания** (*англ.* a proper test result) – результат, полученный при испытании отдельного образца или среднее арифметическое из результатов испытаний отдельных образцов, включенных в одну пробу. Если отдельный результат образца отличается от среднего значения более чем на 15%, его следует исключить;
- **предварительное условие** (*англ.* precondition) – условие, обозначающее, что за оценочный период (для которого определены даты его начала и окончания) должно быть получено как минимум 3 достоверных результата испытаний, используемых для выполнения процедуры проверки соответствия согласно критериям начального производства. Если получено менее 3 результатов – достаточное число данных для оценки отсутствует, или, другими словами, оценка соответствия не может быть выполнена. Следо-

вательно, предварительное условие может быть сформулировано следующим образом: для обеспечения возможности выполнения оценки соответствия за оценочный период должно быть получено не менее 3 достоверных результатов испытаний;

- **предшествующий период** (англ. **previous period**) – период времени, в течение которого должно быть получено установленное стандартом количество достоверных результатов испытаний, достаточное для определения начального значения стандартного отклонения.

Достоверный предшествующий период определяется как период времени, в течение которого получено не менее 35 достоверных результатов испытаний и который составляет не менее 3 месяцев и не более 12 месяцев. Предшествующий период начинается не ранее, чем за 12 месяцев и заканчивается не позднее, чем за один день до начала анализируемого оценочного периода. Если 35 достоверных результатов получено за период времени, меньший 3 месяцев, необходимо большее число результатов для выполнения названных требований. Если получено менее 35 достоверных результатов за период 12 месяцев, предшествующий период не может быть использован для вычисления стандартного отклонения.

Пример. Предприятие 01.03.2014 г. начало производить бетонную смесь МХ1. В каждый производственный день отбирали пробы. По истечении 7 недель общее число достоверных результатов составило $n=35(7 \times 5=35)$. Однако для того, чтобы начать непрерывный (continuous) период производства, необходимо еще как минимум 6 производственных недель (до 31.05.2014), что даст еще 30 дополнительных результатов. Достоверным предшествующим периодом будет являться период времени, в течение которого будет получено 65 результатов за 3 месяца;

- **стандартное отклонение для предшествующего периода** (англ. **previous period standard deviation**) – стандартное отклонение σ , рассчитанное из результатов, полученных в течение достоверного предшествующего периода.

Пример: Если бы окончание предшествующего периода для производства бетонной смеси было установлено 01.06.2014, начальное стандартное отклонение σ было бы определено на основе 65 предшествующих результатов. Если бы предшествующий период был установлен до 15.05.2014, начальное стандартное отклонение не могло бы быть рассчитано (несмотря на то, что было получено как минимум 50 результатов) по причине того, что они были получены за период времени, меньший, чем 3 месяца;

- **оценочный период** (англ. **assessment period**) – не определен однозначно в стандарте EN 206-1. В пункте 8.2.1.3 EN 206-1 единственно содержится запись, что оценочный период не должен превышать последних 12 месяцев производства. Оценочный период (его начало и конец) устанавливает производитель. Согласно рекомендациям [8], назначая продолжительность оценочного периода, следует учитывать:

- а) объем произведенного бетона;
- б) количество достоверных результатов испытаний, которое потенциально может быть получено в течение оценочного периода;
- в) период времени, для которого выполняются условия однородного (англ. uniform) производства.

Например, характерный (типовой) оценочный период для подтверждения соответствия прочности бетона согласно рекомендациям одного из крупнейших производителей бетона в Европе [30] – это кратчайший из периодов:

- 1) период однородных (uniform) условий производства – т.н. период стабилизированного стандартного отклонения согласно [19];
- 2) период, необходимый для получения минимум 35 достоверных единичных результатов;
- 3) период, составляющий не более 12 месяцев.

Даты, определяющие начало и конец оценочного периода, устанавливает производитель. При этом производитель декларирует соответствие **только по окончании** каждого установленного оценочного периода.

От производителя не требуется обязательного декларирования соответствия в процессе поставки бетона по конкретному контакту.

3.3. Требования к однородным условиям производства (Uniform conditions)

В соответствии с п.8.2.1.1 EN 206-1 отбор проб бетона следует производить для условий производства, которые определены как однородные. Вместе с тем, в стандарте EN 206-1 не определено однозначно, что следует понимать под термином «однородные условия производства», и не оговорены действия, которые следует совершить, если условия производства окажутся неоднородными. В общем случае, согласно [24], в качестве характеристик однородности могут рассматриваться вариации среднего значения прочности или стандартного отклонения. Однако, в комментарии [24] утверждается, что необязательно изменения среднего и стандартного отклонения следует считать индикаторами, по которым можно судить об окончании оценочного периода. На практике, если выявлены существенные отклонения в значении средней прочности (что может быть достаточно эффективно выявлено при использовании, например, контрольных карт CUSUM-M), выполняют корректировку состава бетонной смеси для достижения целевой требуемой прочности. Вместе с тем, существенное изменение значения стандартного отклонения может рассматриваться как индикатор измерения условий производственного процесса (следует отметить, что эти изменения могут быть достаточно оперативно выявлены в процессе производства при использовании контрольных карт CUSUM-R). По-существу, выявленные существенные изменения в значении стандартного отклонения должны показывать окончание одного и начало следующего оценочного периода. При этом, как отмечается в [24, 30], при оценивании соответствия могут возникать проблемы практического характера. Так, например, для нового оценочного периода может оказаться недостаточное количество единичных результатов испытания прочности ($n < 15$), необходимых для вычисления стандартного отклонения. В общем случае для условий непрерывного (установившегося) производства в стандарте EN 206-1 содержится условие проверки значения стандартного отклонения. Так в соответствии с методом 1 EN 206-1 проверяется неравенство:

$$0,63\sigma \leq S_{15} \leq 1,37\sigma, \quad (18)$$

где S_{15} – стандартное отклонение для группы $n = 15$ последних результатов испытаний за оценочный период;

σ – стандартное отклонение, установленное для популяции из расчета по выборке результатов $n \geq 35$ для предшествующего периода (это значение используется при проектировании состава бетонной смеси, произведенной в оценочный период).

Как следует из рекомендаций разработчиков, приведенных в [24], если данное условие не выполняется, следует произвести перерасчет стандартного отклонения для всей выборки, полученной за оценочный период и вновь проверить условие (18). Если это условие выполняется, то проверка критериев соответствия может быть произведена как при новом, так и при старом значении стандартного отклонения. Если условие не выполняется, оценку по критериям соответствия производят при новом стандартном отклонении, при этом оценочный период считается завершенным. Для нового оценочного периода производят проектирование состава бетона, опираясь на значение требуемой средней прочности, рассчитанной для стандартного отклонения, полученного расчетом для вновь установленного предшествующего периода (считая от последнего оценивания период не менее 3 месяцев и не более 12 месяцев, в течение которого получено не менее 35 единичных результатов испытаний прочности).

Если стандартное отклонение (точнее, его выборочная оценка) S_{15} удовлетворяет условию (18), эти результаты могут быть учтены в следующем оценочном периоде.

3.4. Частота отбора проб

В соответствии с п.8.2.1.2 EN 206-1 минимальную частоту отбора проб следует принимать по таблице 4.

Таблица 4. Нормы отбора проб по EN 206-1

Этап производства	Минимальная частота отбора проб		
	Первые 50 м ³ производимого бетона	После первых 50 м ³ производимого бетона	
		бетон с сертификатом контроля производства	бетон без сертификата контроля производства
Начальное	3 пробы	1 / 200 м ³ или 2 / производственную неделю	1 / 150 м ³ или 1 / производственный день
Непрерывное (установившееся)	–	1 / 400 м ³ или 1 / производственную неделю	

Таблица 5. Потенциальное количество единичных результатов N , входящих в партию, согласно [4]

Вид производства	Величина (размер) партии и N (по формуле 19)		
	Первые 50 м ³	Последующий объем после первых 50 м ³	
		Бетон с сертификатом контроля производства	Бетон без сертификата контроля производства
Начальное	4 938	59 259	44 444
Непрерывное	–	118 518	

Для приведенного плана отбора проб и испытаний потенциальный размер партии может быть определен:

$$N = \frac{V_{prod}}{n \cdot V_{sample}}, \quad (19)$$

где V_{prod} – объем произведенного бетона;

V_{sample} – объем пробы бетона (при объеме одного образца куба $V_{spacing} = 3,375 \text{ дм}^3$ и рекомендуемом количестве образцов-кубов (цилиндров), входящих в пробу не менее 3);

n – количество проб бетона, отбираемых для контроля.

Оценивание величины потенциальной партии N для начального и непрерывного производства было выполнено в работе [4]. Устанавливая формулу кривой ОС, для анализируемого критерия, чаще всего применяют генерированную выборку, составленную от 100000 до 300000 единичных результатов испытаний прочности. Было показано [4, 8, 32–34], что изменение размера выборки N , относящейся к оцениваемой партии, от 100 000 до 4 938 для начального производства и до 118 518 для непрерывного производства (см. табл. 5) практически не влияет на конечное значение вероятности приемки (отличия идентифицируются в третьем знаке после запятой), но обосновывает принятие значения N в подходе стандарта EN 206-1. В комментарии [24] подчеркивается, что если спецификатор устанавливает более высокую частоту отбора проб, чем это представлено в таблице 5, план отбора проб и проведения испытаний должен быть согласован заранее.

Кроме того, в качестве альтернативы отбору проб непосредственно у производителя бетона (завод, БСУ) EN 206-1 допускает производить отбор проб на строительном объекте, при условии, что на строительной площадке в бетонную смесь не будет добавлена вода (под ответственность производителя работ). Вместе с тем, отбор проб в условиях производителя бетона (например, на заводе) имеет следующие преимущества:

- более низкая стоимость единичного результата испытания;
- возможность проведения испытаний с большей, по отношению к приведенной в таблице 5, частотой.

В таблице 4 использованы термины «производственный день» и «производственная неделя» без их определения. Вместе с тем, проект BS 8500-2 [31] содержит следующие определения этих терминов, широко применяемые в строительной практике различных стран:

- **производственный день** (англ. **production day**) – день, в который произведено не менее 20 м³ бетона, или для дней, в которые произведено менее 20 м³ – день, в который кумулятивно произведено 20 м³;
- **производственная неделя** (англ. **production week**) – период времени, включающий семь последовательных дней, минимум пять из которых могут рассматриваться как производственные,

или, альтернативно, период, необходимый для получения пяти производственных дней, в зависимости от того, какой из них имеет большую продолжительность.

Как видно, в соответствии с концепцией, принятой EN 206-1, а также BS 8500 [31], частота отбора проб зависит, в конечном итоге, от объема произведенного бетона, а не времени. Например, если в одну производственную неделю произведено 410 м³, минимальная частота отбора проб будет принята 1 / 400 м³ (см. табл. 6), а последние 10 м³ переходят в следующий оценочный объем 400 м³ (см. табл. 6).

Следует отметить, что при оценке соответствия экономические обоснованным является использование в общей выборке также и результатов, получаемых в процессе производственного контроля в режиме “on-line” (например, при применении контрольных карт CUSUM), а также результатов испытаний, получаемых в процессе контроля идентичности.

Однако в комментарии разработчиков EN 206-1 подчеркивается, что включение в оцениваемую группу результатов и дополнительных данных является выбором производителя. Это связано с тем, что фактически могут наблюдаться различия в данных, полученных различными организациями, использующими, например, различные испытательные машины, и, возможно, контрольные образцы различной формы. В условиях, когда привлекаются данные сторонних испытаний, производитель бетона, в ряде случаев, не контролирует процедуры отбора и хранения образцов, а также их испытания. Поэтому рекомендуется придерживаться следующего общего правила: *наилучшей опцией является оценивание соответствия прочности бетона с использованием выборки единичных результатов, полученных за оценочный период собственно производителем, декларирующим соответствие.*

Следует остановиться и ещё на одном важном элементе в системе оценивания соответствия – месте отбора проб (англ. place of sampling). В основном тексте п.8.1 EN 206-1 установлено единственное следующее требование: «места отбора проб для оценивания соответствия следует выбирать таким образом, чтобы не происходило существенных изменений в оцениваемых свойствах бетона и составе бетонной смеси между местом отбора проб и местом его использования (поставки)».

Это достаточно общее требование сравнительно легко реализуется, например, на предприятиях, производящих сборных железобетон. Вместе с тем, при монолитном строительстве, в определенных условиях производства работ, может потребоваться дополнительная процедура отбора проб специалистами служб поставщика бетона в условиях строительной площадки (как было показано выше: рекомендуется, чтобы весь комплекс оценки соответствия выполнялся по данным производителя бетона).

3.5. *Необходимое число единичных результатов за оценочный период*

На рисунке 4 представлены операционные характеристики (ОС) критерия соответствия установившегося производства согласно [19],

Таблица 6. Пример плана отбора проб для сертифицированного непрерывного производства согласно [24]

Производственная неделя	Объем произведенного бетона в неделю, м ³	Превышение объема бетона в производственную неделю, предшествующую оцениваемой, м ³	Суммарный объем бетона с учетом превышения в предыдущую неделю, м ³	Минимальная частота отбора проб	Комментарий
1	350	0	350	1	1 / неделю
2	370	0	370	1	1 / неделю
3	440	0	440	1	1 / 400 м ³
4	565	40	605	1	1 / 400 м ³
5	630	205	835	2	1 / 400 м ³
6	840	35	875	2	1 / 400 м ³
7	790	75	865	2	1 / 400 м ³
8	375	65	440	1	1 / 400 м ³

Таблица 7. Влияние количества результатов испытаний, используемых при оценке соответствия на величину расчетного запаса производителя (критерий для непрерывного производства) [24]

Количество результатов испытаний n	Вероятность приемки $P_a, \%$	Процент результатов ниже f_{ck} (процент брака) $\theta, \%$	Значение множителя k для определения проектного запаса производителя $M = k\sigma$
6	98	0,2	2,9
15		0,5	2,5
35		1,2	2,2
70		1,8	2,1

Таблица 8. Критерии соответствия прочности бетона при сжатии

Характеристика производства	Количество « n » результатов испытаний прочности	Критерий 1	Критерий 2
		среднее из « n » результатов ($f_{cm, n}$), Н / мм ²	Каждый отдельный (индивидуальный) результат (f_{ci}), Н / мм ²
Начальное	3	$\geq f_{ck} + 4$	$\geq f_{ck} - 4$
Установившееся (постоянное)	15	$\geq f_{ck} + 1,48\sigma$	$\geq f_{ck} - 4$

Примечание: стандартное отклонение σ определяется по выборке не менее 35 единичных результатов испытаний, полученных за период, составляющий не менее 3 месяцев и не более 12 месяцев, и который предшествует периоду изготовления, в течение которого производят оценку соответствия (оценочный период)

построенные при различном количестве n единичных результатов испытаний, принятых при расчете среднего значения прочности бетона на сжатие $f_{cm, n}$. Отметим, что все они пересекаются в одной точке, соответствующей вероятности приемки $P_a = 50 \%$. Как видно из графиков, показанных на рис. 4, увеличение количества единичных результатов испытаний, используемых при оценивании соответствия, дает следующий результат изменения наклона линий ОС:

- повышается вероятность приемки оцениваемой популяции, для которой доля дефектов $\theta < 5 \%$;
- повышается вероятность отклонения несоответствующей популяции, для которой доля дефектов $\theta > 10 \%$ (принятой для анализируемого критерия EN 206-1:2000 как нижний предел для риска потребителя 5%).

В таблице 7 приведены результаты анализа, выполненного L.Taerwe [32–34] для критерия $f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma$, иллюстрирующие влияние количества единичных результатов испытаний на величину расчетного запаса производителя (англ. **producer's margin M**) для обеспечения вероятности приемки $P_a = 98 \%$.

Как видно из данных, представленных в табл. 7, увеличение количества результатов ($n > 15$) несущественно влияет на значение коэффициента k . Поэтому для условий непрерывного производства в EN 206-1 было рекомендовано производить оценивание соответствия, опираясь на группы результатов $n = 15$ за оценочный период. Следует отметить, что в ранних редакциях проекта EN 206-1 (см. табл. 8) использовалась запись формы $n \geq 15$, что сохранено

в британской норме BS 8500. Однако в окончательной редакции EN 206-1 знак неравенства был заменен на знак равенства ($n = 15$), и установлены правила оценивания групп состоящих из последовательных 15 результатов (при этом не оговорено, относится ли это к перекрывающимся или неперекрывающимся результатам). Как показано в [24, 30], результаты, приведенные в табл. 7, получены L.Taerwe для автокоррелированных результатов, средние значения прочности на сжатие рассчитано для групп 6, 15, 35 и 70 результатов, а стандартное отклонение установлено заранее по 35 единичным результатам, полученных в предшествующий период.

3.6. Критерии соответствия

Как было показано выше, при оценивании прочности бетона на сжатие в СТБ EN 206-1 применяют критерии соответствия, выделяя условно два периода (или вида) производства: начальное и установившееся (постоянное).

Начальный период, начальное производство (англ. **initial period, initial production**). Производство квалифицируется как начальное, если неизвестно (или не существует) начальное стандартное отклонение σ , определенное из выборки единичных результатов, полученных в предшествующий период.

Непрерывное (установившееся) производство (англ. **continuous production**). Производство квалифицируется как постоянное (непрерывное), если известно (существует) начальное стандартное отклонение, определенное из выборки единичных результатов, полученных в предшествующих периодах.

Критерии соответствия согласно СТБ EN 206-1 представлены в таблице 8.

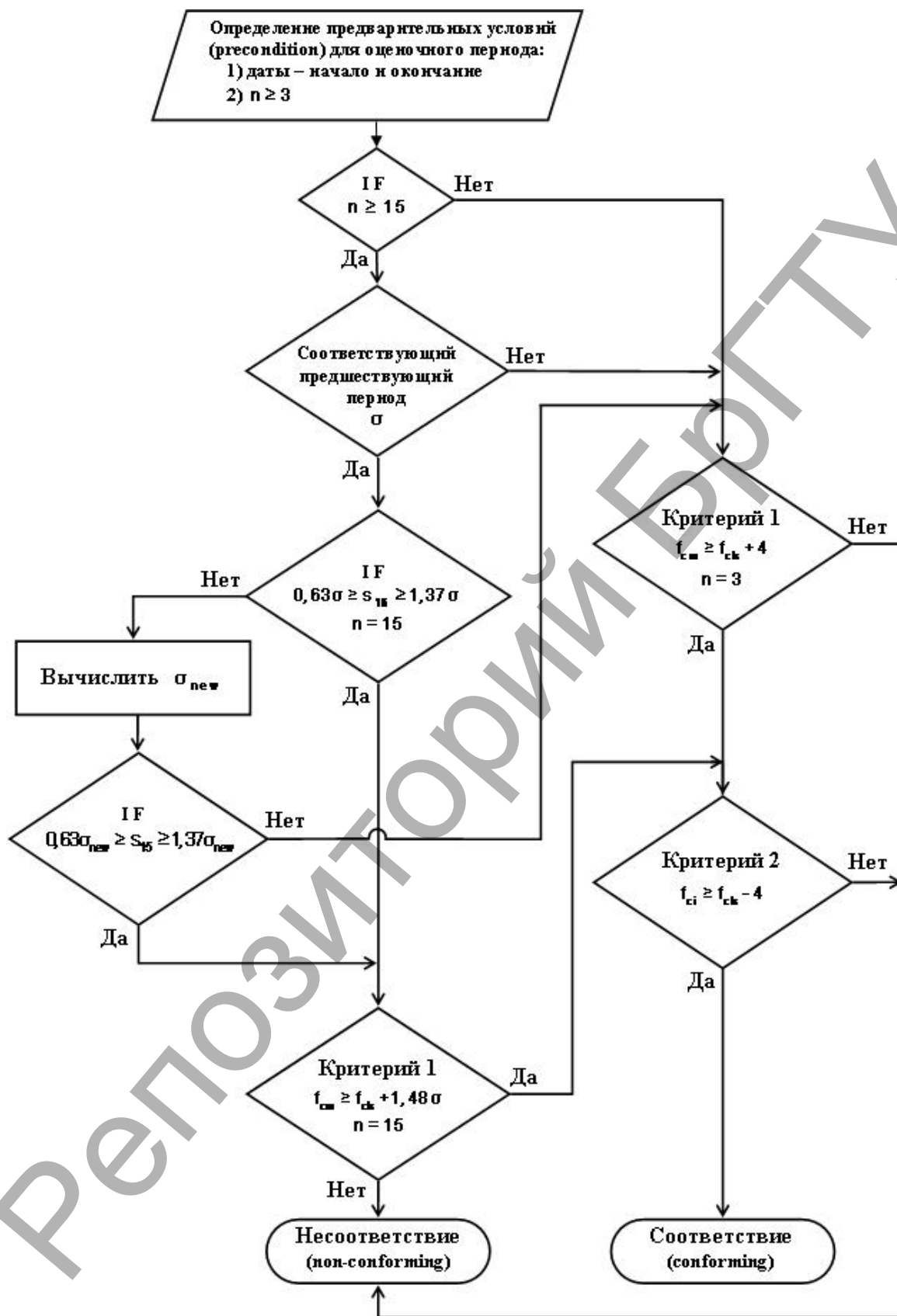


Рис. 6. Схема алгоритма оценивания соответствия прочности бетона на сжатие согласно СТБ EN 206-1

В соответствии с СТБ EN 206-1 начальное производство определяется как «производство, которое охватывает выпуск бетона до момента накопления не менее 35 результатов испытаний прочно-

сти» и для которого стандартное неизвестно. В этом случае критерий соответствия 1 базируется на проверке неравенства вида:

$$f_{cm,3} \geq f_{ck} + 4, \quad (20)$$

где $f_{cm,3}$ – среднее значение прочности бетона на сжатие, полученное для группы из трех последовательных (перекрывающихся или неперекрывающихся) единичных результатов испытаний;

f_{ck} – характеристическая прочность бетона на сжатие.

Примечание. В оригинальном тексте EN 206-1 не указано конкретно, что следует понимать под f_{ck} в неравенстве (20) и сохраняется ли данная запись при изменении формы контрольного образца. Так, в соответствии с п.4.3.1 EN 206-1 установлено, что «основой классификации может являться характеристическая прочность на сжатие, определенная в возрасте 28 суток на цилиндрах диаметром 150 мм и высотой 300 мм ($f_{ck,cyl}$) или на кубах со стороной 150 мм ($f_{ck,cube}$)».

3.7. Последовательность действий при оценивании соответствия прочности бетона на сжатие согласно EN 206-1

Схема алгоритма оценивания соответствия прочности бетона на сжатие согласно СТБ EN 206-1 на рисунке 6 (см. стр. 190), а комментарии к производимым по алгоритму действиям – в таблице 9.

3.8. Малые объемы производства (англ. low-volume production)

Необходимо отметить, что EN 206-1 не содержит ясных указаний, относящихся к оцениванию соответствия бетона, производимого малыми партиями, более того, производимого эпизодически. С одной стороны, EN 206-1 допускает применение критериев начального производства в условиях непрерывного (установившегося) производства, а с другой стороны, отсутствуют требования по применению этих критериев в случаях, когда в оценочный период будет получено менее 15 результатов.

Для бетона, производимого малыми партиями, в комментарии разработчиков, приведенном в [24], рекомендовано применять критерии начального производства, но при этом требуются более высокие значения проектного запаса (M). Однако и в этом случае остается достаточно высокий риск несоответствия.

В работе [24] рекомендовано выполнять оценивание соответствия для бетона, производимого партиями, пользуясь следующими процедурами, при условии, что стандартное отклонение, выявленное для непрерывного производства других бетонов, не изменяется существенно для данного предприятия-производителя:

- 1) Применить критерий соответствия начального производства для первого оценочного периода.
- 2) Для второго и последующих оценочных периодов:
 - при $n=1$ или $n=2$ – применять индивидуальный критерий;
 - если количество единичных результатов n находится в пределах от 3 до 6, применяют критерии начального производства к первым трем и последующим трем результатам (неперекрывающиеся или перекрывающиеся группы);
 - если n более 6, применяют критерии непрерывного производства, используя значения стандартного отклонения для основного семейства производимых бетонов.

Анализ характеристических кривых ОС (см. рис. 4) показывает, что при $6 \leq n \leq 15$ линия ОС хотя и не пересекает небезопасную область (англ. unsafe region), риск потребителя повышается. Поэтому рекомендуется, чтобы производитель заведомо принимал повышенный проектный запас (M) для бетонов, производимых малыми партиями. Увеличение частоты отбора проб в этом случае (при относительно малых объемах производимого бетона) может приводить к высокому уровню автокорреляции результатов.

3.9. Анализ критерия соответствия EN 206-1:2000, применяемого для оценивания начального производства

Несмотря на то что, критерии соответствия прочности бетона на сжатие, включенные в EN 206-1:2000, базируются на предложениях сформулированных L.Таегге, ни в его личных публикациях, ни в публикациях членов рабочей группы CEN не удается найти их статистического анализа (в частности, когда речь идет о начальном производстве и выполняется оценивание групп $n = 3$) с применением

операционных кривых (ОС) и граничных кривых, описывающих положение т.н. «неэкономичных» и «небезопасных» областей.

Впервые такая попытка была предпринята в работах Beal A.N. [9], Brown I., Gibb I. [6], I. Skrzypczak [4], E. Szczygielska [25]. Так, по результатам анализа критерия соответствия для начального производства Beal A.N. [9] писал: «правила контроля, приведенные в современных BS-EN 206-1, являются непрактичными, нелогичными и дают непредсказуемый результат (... are impractical, illogical, give unpredictable result and put to much concrete at risk on single decision)».

Ссылаясь на то, что получить аналитические решения для кривых ОС при применении двойных (составных) критериев соответствия крайне сложно [4], в приведенных работах был применен метод симуляции (например, генерировали 118 518 групп $n=3$ случайных чисел в соответствии с нормальным распределением при различной доле дефектов).

Учитывая неопределенности, имеющие место при генерировании случайных выборок, в собственных исследованиях нами были получены аналитические решения для описания кривых ОС в случае равномерного и нормального распределений для двойного критерия соответствия, применяемого при контроле прочности бетона на сжатие для условий начального производства.

3.9.1. Расчет фильтрационной способности критерия для оценивания начального производства по EN206-1:2000

Теоретико-вероятностные положения методики расчета

По концепции EN 206-1, на стадии начального или первичного производства (до накопления как минимум 35 единичных результатов), при заданном значении характеристической прочности бетона (f_{ck} , МПа), оценивается каждый единичный результат испытаний ($i = 1, n$):

$$x_i \geq f_{ck} - 4, \quad (21)$$

а также среднее из $n=3$ последовательных (перекрывающихся или неперекрывающихся) результатов:

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + x_3)/3 \geq f_{ck} + 4. \quad (22)$$

Примем, что прочность бетона, как случайная величина, подчинена некоторому закону распределения с плотностью $f(x)$. Определим событие A_i , как выполнение условия (21) для единичного результата x_i , а событие B – как выполнение условия (22).

Найдем вероятность наступления сложного события $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, соответствующего выполнению условия (21)

для всех трех последовательных результатов испытаний, как независимых событий:

$$P(A_i) = \int_{f_{ck}-4}^{\infty} f(x) dx, \quad (23)$$

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = P^3(A_i). \quad (24)$$

Ограничение (21) эквивалентно усечению переменной x слева в точке $(f_{ck} - 4)$. Плотность вероятности усеченной переменной:

$$f^*(x) = \begin{cases} 0, & x < f_{ck} - 4 \\ f(x) / \int_{f_{ck}-4}^{\infty} f(x) dx, & x \geq f_{ck} - 4 \end{cases} = \begin{cases} 0, & x < f_{ck} - 4 \\ f(x) / P(A_i), & x \geq f_{ck} - 4. \end{cases} \quad (25)$$

Определив плотность вероятности распределения среднего из трех индивидуальных результатов, удовлетворяющих условию (21), как композицию трех идентичных законов (25), подвергнутых масштабированию переменной с коэффициентом 1/3:

$$g(\bar{x}) = f^*\left(\frac{x}{3}\right) * f^*\left(\frac{x}{3}\right) * f^*\left(\frac{x}{3}\right), \quad (26)$$

Таблица 9. Оценивание соответствия прочности бетона на сжатие по критериям EN 206-1:2000

Очередность действий	Комментарий к действию
Шаг 0: предварительное условие (preconditions)	Определение (установление) оценочного периода (включает даты начала и конца оценочного периода, количество достоверных единичных результатов $n \geq 3$)
Шаг 1: поиск соответствующего предшествующего (предыдущего) периода (previous period)	Если соответствующий предшествующий период не существует, производство следует квалифицировать как начальное, а оценку соответствия следует выполнять по критерию начального производства (оценивание выполняют по группам результатов с количеством $n = 3$)
	Если в оценочном периоде получено как минимум 15 единичных результатов и существует соответствующий предшествующий период, производство квалифицируется как потенциально непрерывное (установившееся) и для оценивания соответствия принимают группы из $n = 15$ неперекрывающихся результатов
Шаг 2: проверка стандартного отклонения	Для непрерывного (установившегося) производства стандартное отклонение S_{15} , рассчитанное из группы $n = 15$ последних результатов, полученных за оценочный период, следует сравнить с начальным стандартным отклонением σ , полученным за предшествующий период, проверяя критерий метода 1 по EN 206-1: $0,63\sigma \leq S_{15} \leq 1,37\sigma$ (проверка однородных условий производства)
	Если условие метода 1 не выполняется, следует: а) принять новый предшествующий период (из последних 35 результатов, полученных в период от 3 до 12 месяцев); б) снова проверить критерий, рассчитав новое стандартное отклонение σ_{new} ;
	<i>Важное исключение: если новое значение стандартного отклонения σ_{new} из последних результатов и далее отличается от S_{15} сверх установленных пределов, необходимо корректировать технологический процесс после окончания оценочного периода</i>
	Если отсутствует достоверно определенное стандартное отклонение σ , применяемое для оценки соответствия непрерывного (установившегося) производства, могут быть применены критерии для начального производства
Шаг 3: проверка критерия 1	Как для начального, так и непрерывного производства рассчитывают среднее значение прочности f_{cm} из n результатов, полученных в оценочный период, и проверяют критерии: $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$ для начального производства ($n = 3$); $f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma$ для непрерывного производства ($n \geq 15$)
	Если оцениваемая группа результатов не удовлетворяет критерию 1, они квалифицируются как несоответствующие (non-conforming)
	Если критерий выполняется, группа квалифицируется как соответствующая (conforming)
Шаг 4: проверка критерия 2	Независимо от этапа (периода) производства, каждый индивидуальный результат f_{ci} сравнивают с критерием: $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$
	Если хотя бы один из результатов не удовлетворяет критерию, группа квалифицируется как несоответствующая (nonconforming)
	Если все индивидуальные результаты удовлетворяют критерию, группа результатов квалифицируется как соответствующая (conforming)
Шаг 5: окончательное оценивание (final evaluation)	Произведенный бетон должен удовлетворять критериям 1 и 2, которые проверяют на основе перекрывающихся или неперекрывающихся и последовательных результатов (п. 8.2.1.3).
	Если хотя бы одна группа не удовлетворяет критериям 1 или 2, произведенный бетон за оценочный период квалифицируется как несоответствующий (nonconforming) требованиям спецификации.
	Если для всех групп выполняются оба критерия, бетон, произведенный за оценочный период, квалифицируется как соответствующий (conforming) требованиям спецификации.

найдем условную вероятность события B после наступления сложного события A :

$$P(B|A) = \int_{f_{ck}+4}^{\infty} g(\bar{x}) d\bar{x}. \quad (27)$$

Окончательно, вероятность приемки партии (сложного события $A \cap B$, соответствующего выполнению обоих условий критерия):

$$P_a = P(B|A) \cdot P(A). \quad (28)$$

Существующий процент дефектности материала при этом определяется конкретным законом распределения $f(x)$ и характеристическим значением прочности f_{ck} :

$$\theta = \int_{-\infty}^{f_{ck}} f(x) dx. \quad (29)$$

Законы распределения, практически используемые для описания функции прочности, являются, как правило, двухпараметрическими, поэтому полностью определены первыми двумя своими мо-

ментами – математическим ожиданием m_x и среднеквадратическим (стандартным) отклонением σ_x .

Чтобы рассчитать фильтрационную кривую $P_a(\theta)$ для некоторого класса бетона (а, следовательно, и значения f_{ck}), необходимо:

- 1) зафиксировать на определенном уровне значение одного из моментов распределения (например, σ_x);
- 2) варьируя параметр θ , определять значения другого из моментов распределения (соответственно, m_x) путем решения задачи, обратной (29);
- 3) вычислять, согласно (23)...(28), величину P_a для закона $f(x)$ с конкретными значениями m_x и σ_x .

Приближенный аналитический расчет для нормального закона распределения прочности

Допустим, что прочность бетона подчинена нормальному закону распределения со средним μ и стандартным отклонением σ :

$$f(x) = n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (30)$$

Согласно (29), при заданной характеристической прочности f_{ck} , дефектность бетона составит:

$$\theta = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{f_{ck}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx = \Phi\left(\frac{f_{ck}-\mu}{\sigma}\right), \quad (31)$$

где $\Phi(\square)$ – функция распределения стандартной нормальной величины, имеющая нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию и связанная с функцией Лапласа $\Phi_0(\square)$ соотношением:

$$\Phi(z) = 0,5 + \Phi_0(z) = 0,5 + \int_0^z e^{-t^2/2} dt / \sqrt{2\pi}.$$

При некотором фиксированном значении σ , решая обратную задачу, находим:

$$\mu = \mu(\theta) = f_{ck} - \sigma \cdot \Phi_0^{-1}(\theta - 1/2), \quad (32)$$

тогда вероятность события A , согласно (23), (24):

$$P(A) = \left[\int_{f_{ck}-4}^{\infty} n(x; \mu, \sigma) dx \right]^3 = \left[\frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{f_{ck}-4-\mu}{\sigma}\right) \right]^3, \quad (33)$$

а плотность распределения усеченной переменной:

$$f^*(x) = n^*(x; \mu, \sigma) = \begin{cases} 0, & x < f_{ck} - 4, \\ n(x; \mu, \sigma) / \sqrt[3]{P(A)}, & x \geq f_{ck} - 4. \end{cases} \quad (34)$$

Точное аналитическое вычисление композиции законов распределения усеченной переменной вида (34) не представляется возможным. В качестве первого приближения $g(\bar{x})$ используем усечение композиции масштабированных нормальных законов $\psi(\bar{x}) = n(x/3; \mu/3, \sigma/3) * n(x/3; \mu/3, \sigma/3) * n(x/3; \mu/3, \sigma/3)$.

Поскольку нормальный закон распределения устойчив к композиции, причем средние и дисперсии случайных величин при этом суммируются, то после масштабирования и усечения слева в точке $(f_{ck} - 4)$ получим:

$$g(\bar{x}) \approx \psi^*(\bar{x}) = \begin{cases} 0, & \bar{x} < f_{ck} - 4 \\ n\left(\bar{x}; \mu, \frac{\sigma}{\sqrt{3}}\right) / \left(\frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{f_{ck}-4-\mu}{\sigma/\sqrt{3}}\right)\right), & \bar{x} \geq f_{ck} - 4. \end{cases} \quad (35)$$

Приближенная оценка условной вероятности события B при этом, согласно (27):

$$P(B|A) \approx \int_{f_{ck}+4}^{\infty} \psi^*(\bar{x}) d\bar{x} = \frac{\int_{f_{ck}+4}^{\infty} n\left(\bar{x}; \mu, \frac{\sigma}{\sqrt{3}}\right) dx}{\frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{f_{ck}+4-\mu}{\sigma/\sqrt{3}}\right)} = \frac{\frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{f_{ck}-4-\mu}{\sigma/\sqrt{3}}\right)}{\frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{f_{ck}+4-\mu}{\sigma/\sqrt{3}}\right)} \quad (36)$$

Подставляя в (33) и (36) значения μ из выражения (32), исключаем зависимость вероятностей $P(A)$ и $P(B|A)$ от величины f_{ck} и, согласно (28), рассчитываем фильтрационную кривую $P_a(\theta)$ для заданного стандартного отклонения σ .

На практике величина прочности всегда ограничена минимальной L и максимальной H физически допустимыми (оправданными) границами. Поэтому более строгий анализ предполагает предварительное двустороннее усечение исходного нормального (как и любого другого неограниченного) распределения прочности:

$$f(x) = n^*(x; \mu, \sigma) = \begin{cases} 0, & x \notin [L, H], \\ n(x; \mu, \sigma) / \int_L^H n(x; \mu, \sigma) dx, & L \leq x \leq H, \end{cases} \quad (37)$$

в результате чего усеченная случайная величина будет иметь несколько иные значения среднего и стандартного отклонения. Однако при достаточной удаленности границ L, H от значения μ эффект усечения не является значимым. Например, если $\min\{|\mu - L|, |H - \mu|\} > 3\sigma$, степень усечения (а следовательно, и относительная ошибка приближения) не превысит величину 0,0027.

Точный аналитический расчет для равномерного закона распределения прочности

Если прочность бетона подчинена равномерному (равновероятному на отрезке $[a, b]$) закону с плотностью распределения

$$f(x) = u(x; a, b) = \begin{cases} 1/(b-a), & a \leq x \leq b, \\ 0, & x \notin [a, b], \end{cases} \quad (38)$$

параметры этого распределения однозначно связаны со средним μ и стандартным отклонением σ случайной величины соотношениями:

$$a = \mu - \sqrt{3}\sigma, \quad (39)$$

$$b = \mu + \sqrt{3}\sigma. \quad (40)$$

Согласно (29), при заданной характеристической прочности f_{ck} , дефектность бетона составит (здесь и далее $y_+ = \{y | y > 0; 0 | y \leq 0\}$):

$$w = \int_{-\infty}^{f_{ck}} u(x; a, b) dx = \begin{cases} (f_{ck} - a)_+ / (b - a), & f_{ck} \leq b, \\ 1, & f_{ck} > b. \end{cases} \quad (41)$$

Ограничиваясь случаями, когда $a \leq f_{ck} \leq b$, при некотором фиксированном значении σ , решая обратную задачу, находим:

$$\mu = \mu(\theta) = f_{ck} + \sigma\sqrt{3}(1 - 2\theta), \quad (42)$$

$$a = a(\theta) = f_{ck} - 2\sqrt{3}\sigma\theta, \quad (43)$$

$$b = b(\theta) = f_{ck} + 2\sqrt{3}\sigma(1 - \theta). \quad (44)$$

Тогда вероятность события A , согласно (43), (44):

$$P(A) = \left[\int_{f_{ck}-4}^{\infty} u(x; a, b) dx \right]^3 = \left[1 - (f_{ck} - 4 - a)_+ / (b - a) \right]^3, \quad (45)$$

а плотность распределения переменной, усеченной в точке $a' = (f_{ck} - 4 - a)_+ + a$ (если $a \geq f_{ck} - 4$, усечения не происходит и $a' = a$):

$$u^*(x; a, b) = \begin{cases} u(x; a, b) / \sqrt[3]{P(A)}, & a' \leq x \leq b, \\ 0, & x \notin [a', b], \end{cases} \quad (46)$$

$$= u(x; a', b) = \begin{cases} 1 / (b - a'), & a' \leq x \leq b, \\ 0, & x \notin [a', b]. \end{cases}$$

После усечения закон распределения остается равномерным, поэтому композиция таких законов может быть найдена аналитически. Если равномерно распределенная случайная величина ξ нормирована на отрезке $[0, 1]$, то композиция n идентичных законов $u(\xi; 0, 1)$ окажется нормированной на отрезке $[0, n]$:

$$u_n(\xi; 0, 1) = \frac{1}{(n-1)!} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k (\xi - k)_+^{n-1}. \quad (47)$$

В частности, для случая $n = 3$:

$$g(z) = |z = \xi + \xi + \xi| = u_3(\xi; 0, 1) = \begin{cases} (z^2 - 3(z-1)_+^2 + 3(z-2)_+^2) / 2, & 0 \leq z < 3, \\ 0, & z \in [0, 3]. \end{cases} \quad (48)$$

Для нормирования переменной x , определенной на отрезке $[a', b]$, выполняется преобразование:

$$\xi = (x - a') / (b - a'). \quad (49)$$

Величине $\bar{x} = (x_1 + x_2 + x_3) / 3$ соответствует нормированная на отрезке $[0, 1]$ переменная $\bar{\xi} = (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) / 3$, распределение которой находим путем замены $z = 3\bar{\xi}$ и масштабирования функции (48):

$$g(\bar{\xi}) = 3g\left(\frac{z}{3}\right) = \begin{cases} \frac{9}{2} \left[3\bar{\xi}^2 - (3\bar{\xi} - 1)_+^2 + (3\bar{\xi} - 2)_+^2 \right], & 0 \leq \bar{\xi} < 1, \\ 0, & \bar{\xi} \notin [0, 1]. \end{cases} \quad (50)$$

Функция (50) интегрируема аналитически, поэтому условная вероятность события B , согласно (27):

$$P(B|A) = \int_{f_{ck}+4}^b g(x) d\bar{x} = \int_{\xi_0}^b g(\bar{\xi}) d\bar{\xi} = \begin{cases} 1, & \xi_0 < 0, \\ 1 - 9/2 \cdot \xi_0^3, & 0 \leq \xi_0 < 1/3, \\ 1/2 + 9/2 \cdot \xi_0(1 - 2\xi_0)(1 - \xi_0), & 1/3 \leq \xi_0 < 2/3, \\ 9/2 \cdot (1 - \xi_0)^3, & 2/3 \leq \xi_0 < 1, \\ 0, & \xi_0 \geq 1. \end{cases} \quad (51)$$

Согласно (43) и (44), имеется линейная связь величины f_{ck} с границами a, a', b отрезков определения переменных x, \bar{x} , поэтому, с учетом замены их нормированными переменными ξ и ξ_0 , вероятности (25) и (31) от f_{ck} не зависят. Заметим также, что дефектность бетона W также оказывается нормированной на отрезке $[0, 1]$ определения анализируемой переменной, так что $\theta = (f_{ck} - a') / (b - a')$, а $\xi_0 = \theta + 4 / (b - a')$. Если усечения вида (26) не происходит и $a' = a$, то $\xi_0 = \theta + 4 / (b - a) = \theta + 2 / (\sqrt{3} \sigma)$.

3.9.2. Расчетные фильтрационные кривые и их анализ

Операционные кривые, полученные для условий начального производства по EN 206-1:2000 при оценивании групп из $n=3$ результатов со стандартным отклонением в диапазоне $\sigma = 1,5 \dots 5$ МПа, показаны на рисунке 7.

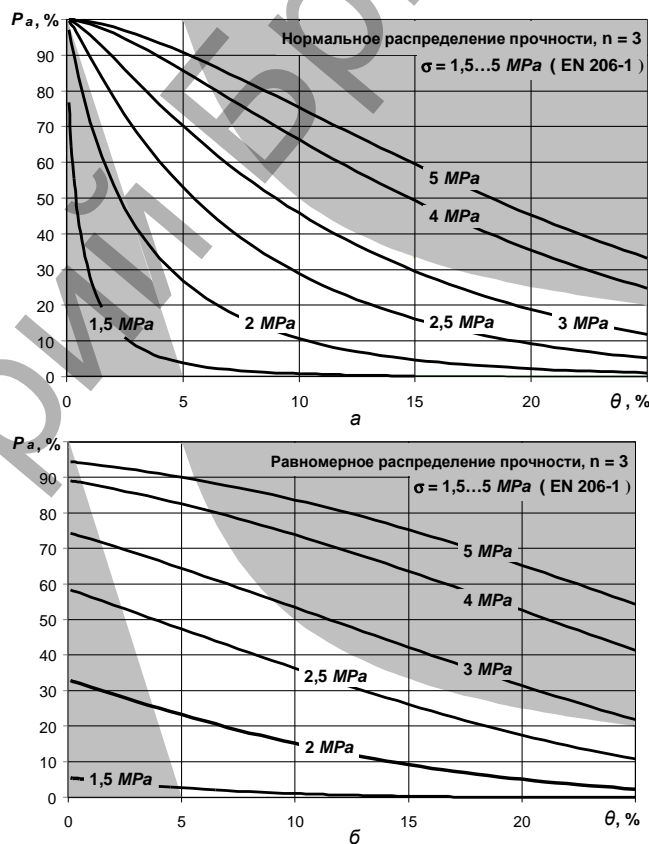


Рис. 7. Фильтрационные кривые (ОС) критерия EN 206-1:2000 для условий начального производства при различных вероятностных законах распределения (а, б) и изменении стандартного отклонения σ параметра прочности

При рассмотрении графиков операционных кривых (ОС), представленных на рис. 7, обращает на себя внимание следующий эффект: при применении критерия для $n=3$ по EN 206-1:2000 форма кривых существенно зависит как от величины стандартного отклонения σ , так и от принятой функции распределения плотности вероятности $f(x)$. При этом вероятность приемки увеличивается с ростом стандартного отклонения. Этот эффект отмечен также в работах [4, 6, 25]. Так, Brown B.V. и Gibb J. [6] анализировали риск несоответствия критериям EN 206-1 для начального производства. В таблице 10 приведены значения вероятности несоответствия, полученные при анализе неперекрывающихся единичных результатов испытаний.

Таблица 10. Вероятности несоответствия (%) критериям EN 206-1 для начального производства согласно [6]

Расчетный запас	Нормальное распределение прочности			Треугольное распределение прочности		
	стандартное отклонение σ , МПа			стандартное отклонение σ , МПа		
	3,0	4,0	5,0	3,0	4,0	5,0
1,64 σ	28,41	11,11	6,25	33,34	16,17	10,11
2,00 σ	10,45	3,81	1,62	20,71	8,74	3,99
2,33 σ	4,08	1,01	0,25	10,80	3,01	1,11

Таблица 11. Критерии для оценивания начального производства по нормам различных стран

Источник	Условие 1		Условие 2
	среднее значение из группы результатов *) $f_{cm,n}$, Н/мм ² , не менее чем		любой индивидуальный результат f_{ci} , Н/мм ² , не менее чем
IS 456 : 2000 при классе бетона: C 16/20 и ниже C 20/25 и выше	$f_{ck} + 3$		$f_{ck} - 3$
	$f_{ck} + 3$		$f_{ck} - 4$
CEDT 4/8/2 (Hong Kong) при классе бетона: C 16/20 и ниже C 20/25 и выше	C_1	$f_{ck} + 7$	$f_{ck} - 2$
	C_2	$f_{ck} + 5$	$f_{ck} - 2$
	C_3	$f_{ck} + 3$	$f_{ck} - 2$

*Примечание. Группа из любых $n = 4$ последовательных результатов испытаний

Данные, приведенные в таблице 10, показывают, что даже при довольно большом проектном запасе ($M = 2,33 \sigma$), применяемом для определения требуемой средней прочности при проектировании состава бетона, существует ощутимый риск несоответствия, если предприятие работает с малым стандартным отклонением (по общим требованиям, согласно [30], значение стандартного отклонения не может быть принято меньшим, чем $\sigma = 3$ МПа).

Аналогичные результаты были получены при анализе критериев соответствия EN 206-1 для начального производства в работах I.Skrzypczak [4] и E.Szczygielska [25].

В комментариях разработчиков к EN 206-1 утверждается, что при определенных условиях производитель может применять план отбора и испытания проб, а также критерии соответствия начального производства и в случае непрерывного (установившегося) производства (согласно п. 8.2.1 EN 206-1 «при непрерывном производстве производитель может принять план отбора и испытания проб и критерия соответствия для начального производства»). Вместе с тем, результаты анализа, приведенные в таблице 10, а также в работах [4, 6, 25], показывают, что такой подход увеличивает риск производителя. Рекомендуется, несмотря на запись, приведенную в п. 8.2.1 EN 206-1, не применять критерии начального производства для оценивания непрерывного производства. Такой подход, связанный с высокими рисками производителя, рекомендуется применять при производстве специальных бетонов, качество которых постоянно оценивают по критериям начального производства. Следует подчеркнуть, что при анализе, выполненном Brown B.V. и Gibb J. [6], использовались модельные выборки данных, сгенерированные без учета автокорреляции.

Анализ фильтрационных кривых, приведенных на рис. 7, показывает, что при использовании закона нормального распределения только кривые ОС, полученные для стандартных отклонений 2,5 и 3,0 МПа, удовлетворяют требованиям построения рациональных выборочных планов испытаний и размещаются в рабочей области, заключенной между линиями, ограничивающими небезопасную и неэкономичную области. При стандартном отклонении 2,0 МПа кривая ОС входит в неэкономичную область, пересекая ее границу в точке, соответствующей вероятности приемки $P_a = 48\%$ при дефектности $\theta = 2,6\%$.

Таким образом, партия бетона, содержащая долю дефектов большую, чем 3%, при довольно низком значении стандартного от-

клонения 2,0 МПа будет отбракована с вероятностью большей, чем 52%, а следовательно, экономические затраты перекладываются на производителя бетона. Так, для обеспечения вероятности приемки на уровне $P_a = 50\%$, при стандартном отклонении 2,0 МПа, производитель должен определять требуемую среднюю прочность бетона опираясь на обеспеченность ~1% квантили нормального распределения. Следует также обратить внимание на факт снижения риска дисквалификации партии бетона при возрастании величины стандартного отклонения, несмотря на то, что по логике такой результат является неэкономичным и нерациональным. С одной стороны, производитель не заинтересован улучшать технологию путем повышения однородности свойства прочности бетона, а с другой – увеличивается риск потребителя, связанный с применением на строительном объекте бетона с пониженным качеством.

Для случая, когда доля дефектов превышает 5%, операционные кривые критерия, построенные для стандартных отклонений свыше 3 МПа, попадают в небезопасную область. Так, по результатам проверки качества партий бетона с долей дефектов 10% и стандартным отклонением 6,0 МПа, вероятность приемки $P_a = 84\%$ (соответственно, вероятность отбраковки составляет 16%). Применение материала с таким качеством может создавать угрозу безопасности возведенного объекта. Следует отметить, что результаты исследований, опубликованные в работах Rackwitz R [21], указывают на стабилизацию стандартного отклонения прочности бетона на сжатие на уровне близком к 5 МПа. Это же значение стандартного отклонения учитывали при разработке EN 1992-1-1 (значение средней прочности бетона на сжатие f_{cm} для гипотетически бесконечной выборки единичных результатов, принимаемое при выполнении конструкционных расчетов, определено из условия: $f_{cm} = f_{ck} + 8$).

Обращает на себя внимание, что в случае использования равномерного распределения параметра прочности (условия очень малой изменчивости, что характерно для бетонов высоких классов) предложенный в EN 206-1:2000 двойной критерий полностью не удовлетворяет требованиям к конструированию рациональных критериев. При довольно низких значениях вероятностей приемки кривые ОС (см. рис. 7) располагаются как в неэкономичной, так и в небезопасной областях.

Очевидно, имеет смысл высказать некоторые соображения относительно условия критерия $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$ (в общем виде:

$f_{ci} \geq f_{ck} - k_2$). Следует отметить, что некоторые специалисты в данной области, например [5], придерживаются мнения, что данное условие должно иметь вид $f_{ci} \geq f_{ck}$, т.е. $k_2 = 0$ (это далее будет показано в ГОСТ 18105:2010). Несложно заметить, что такое условие вносит дополнительное ограничение, входя в противоречие с определением характеристической прочности, как квантили порядка $p = 5\%$, особенно при больших выборках (так, очевидно, что при $n \geq 20$ весьма вероятно расположение ниже квантили хотя бы одного результата f_{ci}). Речь может идти лишь об абсолютном значении коэффициента $k_2 > 0$. Так, стандарты различных стран содержат свои значения коэффициента k_2 (см. табл. 11).

Анализируя двойной критерий EN 206-1:2000 для условий начального, так и установившегося производства, можно констатировать следующее. Основной дискриминационной силой в рабочей зоне, как в случае групп $n=3$, так и групп $n=15$, обладают первые условия в двойном критерии, относящиеся к оцениванию средних значений прочности. Второе условие вида $f_{ci} \geq f_{ck} - k_2$ играет роль ограничителя (страховки) в случаях, когда дефектность партий произведенного бетона велика (15% и более), а стандартное отклонение превышает 4 МПа.

Таким образом, из анализа полученных операционных кривых ОС и их сравнения с результатами других авторов [4, 6, 25] можно сделать следующие выводы:

1. Внесенный в EN 206-1:2000 двойной критерий соответствия для условий начального производства, применяемый для оценивания групп $n=3$, существенно зависит от величины стандартного отклонения и закона распределения случайного параметра прочности бетона на сжатие. При этом результаты оценивания соответствия неблагоприятны как для производителя, так и для потребителя. С одной стороны, применение критерия не инициирует действий производителя, направленных на совершенствование технологий с целью улучшения показателей однородности прочности бетона на сжатие (в частности, снижения стандартного отклонения), т.к. это снижает вероятность приемки продукции. По-существу, для выполнения критерия производитель должен назначить требуемую (среднюю) прочность, опираясь все равно на высокие значения стандартных отклонений, или использовать более низкие квантили, чем это определено для нормируемой характеристической прочности. С другой стороны, при значениях стандартного отклонения более 3 МПа увеличиваются риски потребителя, связанные с применением бетона пониженного качества.

2. При оценивании соответствия по двойному критерию EN 206-1:2000 при $n=3$ следовало бы указывать условия его применения и ограничивать максимальное значение стандартного отклонения параметра прочности поставляемого бетона.

3. Двойной критерий соответствия EN 206-1:2000, применяемый для условий начального производства (оценивание групп $n=3$) сконструирован нерационально, и, в зависимости от величины стандартного отклонения параметра прочности, может давать неэкономичные либо небезопасные результаты.

4. Правила и критерии оценивания прочности бетона на сжатие согласно ГОСТ 18105-2010 (EN206-1:2000; NEQ)

4.1. Общая характеристика правил контроля по стандарту

Введенный на территории Республики Беларусь ГОСТ 18105-2010 (EN206-1:2000; NEQ) имеет ряд принципиальных отличий как от действовавшего ранее ГОСТ 18105-86, так и собственно от СТБ-EN 206-1. Вместе с тем, в п. 4 «Сведения о стандарте» декларировано, что «в настоящем стандарте учтены основные нормативные положения европейского стандарта EN206-1:2000 в части контроля и оценки прочности бетона». Следует сразу же оговориться, что подобная декларация, по меньшей мере, сомнительна. Не улучшает ситуацию и подчеркнутая в стандарте степень соответствия – неэквивалентная (NEQ).

Во-первых, как уже было показано ранее, стандарт EN 206-1:2000 [19] относится к оцениванию соответствия произведенных партий бетона, т.е. предполагает статистическое оценивание качества бетона, подготовленного и поставляемого потребителю за некоторый отчетный период (ранее это было обозначено специальной процедурой контроля качества «of-line»). Декларирование качества, как этого требует Технический регламент, является компетенцией производителя бетона.

Во-вторых, при выполнении статистического контроля качества бетона по выборочным планам ведущую роль играют как собственно схема проведения контроля (включая назначение количества единичных результатов), так и принятые критерии оценивания соответствия. Если в отличие от ранее действовавшего ранее ГОСТ 18105-86, внесенные в новый стандарт схемы контроля хотя бы отдаленно напоминают подходы EN 206-1, то принятые критерии оценивания не имеют с ним, на первый взгляд, ничего общего. Насколько применимы эти критерии в практической деятельности производителя бетона – это отдельный вопрос. Несомненно требованием двух анализируемых стандартов замечается также и в достаточно важном элементе контроля по выборочным планам – процедуре отбора проб бетона. Не входя в подробный анализ, можно отметить, что частота отбора проб должна определяться не продолжительностью временного интервала, а все-таки объемами произведенного бетона в оценочный период, как это было показано для EN 206-1. В соответствии же с ГОСТ 18105-2010 приемке подлежат партии бетонной смеси, продолжительность изготовления которых должна составлять не менее одной смены и не более одного месяца.

В состав партии готовой бетонной смеси (БСГ по ГОСТ 18105-2010) включают бетонные смеси одного номинального состава, приготовленные по одной технологии. По-существу, эти требования могут быть отнесены к определению или нормированию оценочного периода (*англ. assessment period*, в соответствии с EN 206-1), для которого сохраняются условия однородного производства. Вместе с тем, в п. 6.1 ГОСТ 18105-2010 указано, что продолжительность **анализируемого** периода для определения характеристик однородности бетона по прочности по схемам А и Б устанавливаются от одной недели до трех месяцев. При этом число единичных значений прочности бетона в течение этого периода принимают в зависимости от выбранной схемы контроля.

В соответствии с п. 4.3 ГОСТ 18105-2010 [2] контроль прочности бетона применительно к бетонным смесям, готовым к применению (БСГ), следует производить по одной из следующих схем:

- схема А – определение характеристик однородности бетона по прочности, когда используют не менее 30 единичных результатов определения прочности, полученных при контроле прочности бетона **предыдущих** партий;
- схема Б – определение характеристик однородности бетона по прочности, когда используют не менее 15 единичных результатов определения прочности бетона в **контролируемой партии и предыдущих** проконтролированных партиях в **анализируемом периоде**;
- схема Г – без определения характеристик однородности бетона по прочности, когда при изготовлении отдельных партий, конструкций или в **начальный** период производства невозможно получить число единичных результатов определения прочности бетона, предусмотренное схемами А и Б.

4.2. Критерии оценивания прочности бетона на сжатие

Партия бетонной смеси подлежит приемке по прочности бетона, если фактическая прочность R_m (определяется как среднее значение прочности из серии единичных результатов испытаний отобранных проб) не ниже требуемой прочности R_T , а минимальное единичное значение R_i^{\min} – не ниже величины $(R_T - 4)$ и превышает нормируемый класс бетона по прочности (величину B , которая аналогична характеристической прочности f_{ck} по EN 206-1).

Таблица 12. Критерии для оценивания прочности бетона на сжатие по схемам Б и Г ГОСТ 18105-2010

Количество единичных результатов, n	Критерий
3 (начальное производство)	$\begin{cases} f_{cm,3} \geq 1,28 f_{ck} \\ f_{ck} < f_{ci,min} \geq 1,28 f_{ck} - 4 \end{cases}$
15 (установившееся производство, $t_\alpha = 1,76$)	$\begin{cases} f_{cm,15} \geq f_{ck} + 1,76 s \\ f_{ck} < f_{ci,min} \geq f_{ck} + 1,76 s - 4 \end{cases}$

Примечание: условные обозначения характеристик (Н/мм²) приняты по ISO 3898:

f_{ck} – характеристическая прочность бетона, соответствующая его классу ($f_{c,cube}^G$ при контроле по кубам); $f_{cm,n}$ – средняя прочность из n единичных результатов; $f_{ci,min}$ – минимальный результат испытаний прочности в группе; s – эстиматор (выборочная оценка) стандартного отклонения прочности

В соответствии со сформулированным правилом оценивания критерий имеет следующий вид:

$$\begin{cases} R_m \geq R_T, \\ B < R_i^{min} \geq R_T - 4. \end{cases} \quad (52)$$

Требуемое значение прочности в общем случае следует определять по формуле:

$$R_T = k_T \cdot B_{норм}, \quad (53)$$

где k_T – коэффициент требуемой прочности, определяемый:

- при контроле по схеме А – по таблице [2, табл. 2];
- при контроле по схеме Б – рассчитывается по формуле (54);
- при контроле по схеме Г – по таблице [2, табл. 4].

Заметим, что таблица [2, табл. 2], содержащая значения коэффициентов требуемой прочности k_T , применяемых при контроле по схеме А, без изменений перенесена в новую редакцию стандарта из действовавшего ранее ГОСТ 18105-86. Достаточно подробные комментарии к ней были даны в ряде публикаций (например, [1]). Вместе с тем, без анализа принятого метода оценивания, следует остановиться только на одном, незаметном на первый взгляд утверждении, принятом при устанавливании значений коэффициентов k_T , внесенных в аналогичную таблицу ГОСТ 18105-86.

Так, согласно [1], как в случае известной (А), так и неизвестной (Б) вариации прочности, коэффициент k_T вычисляются, принимая в полученной авторами расчетной зависимости процентную точку нормального распределения, зависящую от обеспеченности нормативных значений, равной $u_1 = 2,0$ (обозначение по источнику [1], прим. авт.). Таким образом, характеристическое значение прочности бетона (или нормативное сопротивление по ГОСТ 18105 и СНиП 2.03.01-84*) при выполнении контроля определяется не как декларированная в нормах проектирования и стандартах квантиль порядка $p = 5\%$, а как квантиль порядка $p = 2,3\%$ (!). Подтверждение этому мы находим и у одного из разработчиков ГОСТ 18105, который пишет: «... Чтобы устранить этот недостаток (недостаточную надежность железобетонных конструкций, разрушающихся по бетону, прим. авт.), был скорректирован ГОСТ 18105 так, чтобы обеспеченность расчетного сопротивления бетона была не ниже 0,9986. Мы составили таблицы для приемочного контроля, которые остаются в ГОСТ и по сегодняшний день и которыми в течение почти 30 лет пользуются все производители бетона в стране».

Представленный комментарий делает совершенно бесполезными ведущиеся на протяжении ряда лет дискуссии о «необоснованно завышенном уровне надежности» железобетонных конструкций, разрушающихся по бетону, возникшие после введения в национальные нормативные документы (например, СНБ 5.03.01 [27]) частного коэффициента по бетону $\gamma_c = 1,5$ – взамен $\gamma_c = 1,3$ по действовавшему ранее СНиП 2.03.01-84* и введенных позднее СНиП и Сво-

дах правил. По-существу, оказывается, что как в первом, так и во втором случае имеет место практически равная обеспеченность расчетных значений прочности бетона ($\sim 0,999$), применяемых при проверке предельных состояний несущей способности, несмотря на различные значения самой этой характеристики, применяемой в расчетных моделях сопротивлений. Таким образом, при применении табличного [2, табл. 2] коэффициента k_T фактически производится оценивание квантили порядка $p = 2,3\%$, а не $p = 5\%$, как это установлено требованиями действующих отечественных и международных стандартов на материалы.

При выполнении контроля прочности бетона по схеме Б коэффициент требуемой прочности рассчитывают по формуле:

$$k_T = \frac{1}{1 - t_\alpha \cdot v_c}, \quad (54)$$

где t_α – табличный коэффициент, принимаемый по [2, табл. 3] в зависимости от количества n единичных результатов, участвующих в оценивании. В частности, для групп $n = 15$ значение коэффициента из этой таблицы: $t_\alpha = 1,76$.

При контроле ограниченных выборок по схеме Г значение коэффициента требуемой прочности зависит от типа бетона, и для тяжелого бетона составляет $k_T = 1,28$.

Для удобства дальнейшего сравнения и анализа представим критерии для схем контроля Б и Г в обозначениях согласно ISO 3898 (как это принято в национальной практике) и для групп $n=15$ (начальное производство) и $n=15$ (установившееся производство), как это принято в EN 206-1. С учетом внесенных изменений и несложных преобразований критерии ГОСТ 18105-2010 представлены в таблице 12.

4.3. Анализ критериев оценивания прочности бетона на сжатие согласно ГОСТ 18105-2010 с помощью операционных кривых

4.3.1. Особенности теоретико-вероятностного анализа и расчета операционных кривых для критерия ГОСТ 18105-2010

Общая последовательность расчета по критерию ГОСТ 18105-2010 соответствует методике, предложенной выше (п. 3.10.1), имеются, однако, два принципиальных отличия.

С одной стороны, количество n единичных результатов x_i , каждый из которых должен соответствовать второму условию критерия (52), может изменяться в диапазоне 3...15, поэтому вероятность события $A = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$, в отличие от соотношения (21), описывается следующим образом:

$$P(A) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n) = P^n(A_i), \quad (55)$$

а индивидуальные вероятности $P(A_i)$ вычисляются аналогично (23), но с учетом иной границы усечения слева (иного нижнего предела интегрирования), выражаемую как $\min\{B, R_T - 4\}$.

С другой стороны, применение условия критерия (52) вида $B < R_i^{\min} \geq R_T - 4$ всегда сопровождается усечением анализируемой переменной слева, т.к. по крайней мере, величина B (она же характеристическая прочность f_{ck}) лежит внутри фактического диапазона прочности (переменной x). В связи с этим обстоятельством для расчета плотности распределения среднего $R_m = \bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$ из n единичных результатов приближение вида (35) неприменимо. Заметим, что упомянутое приближение было вполне корректным в случае критерия EN 206-1, где граница усечения случайной величины располагалась на 4 МПа левее квантили распределения уровня $p = 5\%$ и существенно левее математического ожидания μ , поэтому усечение сравнительно мало влияло на исходное распределение $f(x)$ (а для равномерного распределения в некоторых случаях вообще отсутствовало).

Для расчета плотности распределения среднего из n индивидуальных результатов следует, аналогично (26), вычислить композицию n идентичных масштабированных (и усеченных) законов распределения:

$$g_n(\bar{x}) = \underbrace{f^*(x/n) * f^*(x/n) * \dots * f^*(x/n)}_n. \quad (56)$$

Согласно теории вероятностей, с увеличением n результат композиции вида (56) приближается к нормальному распределению.

Рассмотрим равномерно распределенную переменную ξ , нормированную на интервале $[0,1]$. Среднее этой переменной составляет $\mu = 0,5$, а стандартное отклонение – $\sigma = 1/\sqrt{12}$. На рисунке 8 приведена найденная с применением соотношения (50), плотность вероятности $g(\xi)$ масштабированной композиции трех идентичных переменных ξ . Нетрудно показать, что параметр среднего для масштабированной композиции $\bar{\xi}$ не изменился, а стандартное отклонение может быть найдено как $\sigma/\sqrt{n} = \sigma/\sqrt{3} = 1/6$. График плотности вероятности $g(\zeta)$ нормально распределенной переменной $n(\zeta; 0,5, 1/6)$, построенный на том же рис. 8, весьма близок к предыдущему графику $g(\xi)$, рассчитанному аналитически точно. Данное сравнение показывает, что нормальное распределение с соответствующими параметрами может являться хорошим приближением для композиции n идентично распределенных переменных, при этом приближение будет улучшаться с увеличением n . Кроме того очевидно, что применительно к нормально распределенной исходной переменной, по сравнению с предыдущим примером равномерного распределения, такое приближение будет более точным.

Перед выполнением композиции с использованием описанного выше приближения следует предварительно найти статистики переменной X' (среднее и стандартное отклонение), которые изменяются в результате операции усечения.

Наиболее просто эти параметры определяются для равномерно распределенной переменной $u(x; a, b)$, усеченной слева в точке a' :

$$\begin{cases} \mu' = (a' + b)/2, \\ \sigma' = (b - a')/\sqrt{12}. \end{cases} \quad (57)$$

В свою очередь, для нормально распределенной переменной $n(x; \mu, \sigma)$, усеченной слева в точке a' , новые параметры среднего и стандартного отклонения находят, вычисляя, через плотность вероятности стандартного нормального распределения

$\varphi(\xi) = n(\xi; 0,1)$ нормированной переменной, вспомогательный коэффициент γ :

$$\begin{cases} \xi_1 = (a_1 - \mu)/\sigma, \\ \gamma = \frac{\varphi(\xi_1)}{1/2 - \Phi_0(\xi_1)}, \\ \mu' = \mu + \gamma\sigma, \\ \sigma' = \sigma\sqrt{1 + \gamma\xi_1 - \gamma^2}. \end{cases} \quad (58)$$

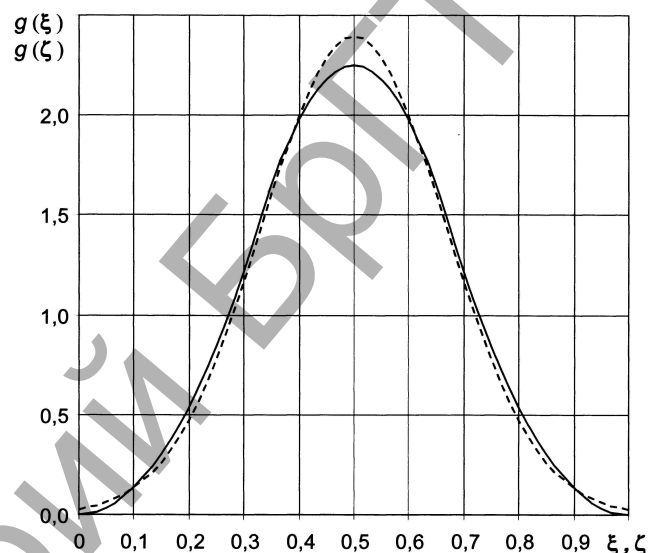
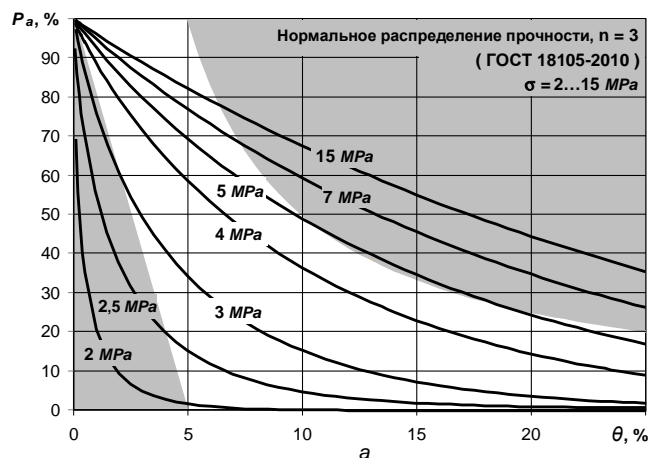


Рис. 8. Плотность вероятности масштабированной композиции трех равномерно распределенных переменных (сплошная линия) и ее приближение нормальным законом распределения (пунктирная линия)

4.3.2. Операционные (фильтрационные) кривые и их анализ

На рисунках 9, 10 показаны операционные кривые (ОК), полученные расчетным путем для критерия по ГОСТ 18105-2010 [2] в предположении, соответственно, двух различных вероятностных законов распределения параметра прочности бетона класса С 16/20. Расчет выполнен для стандартного отклонения в диапазоне 2...7 МПа при количестве единичных испытаний в группе (n) из ряда: 3, 7, 10.



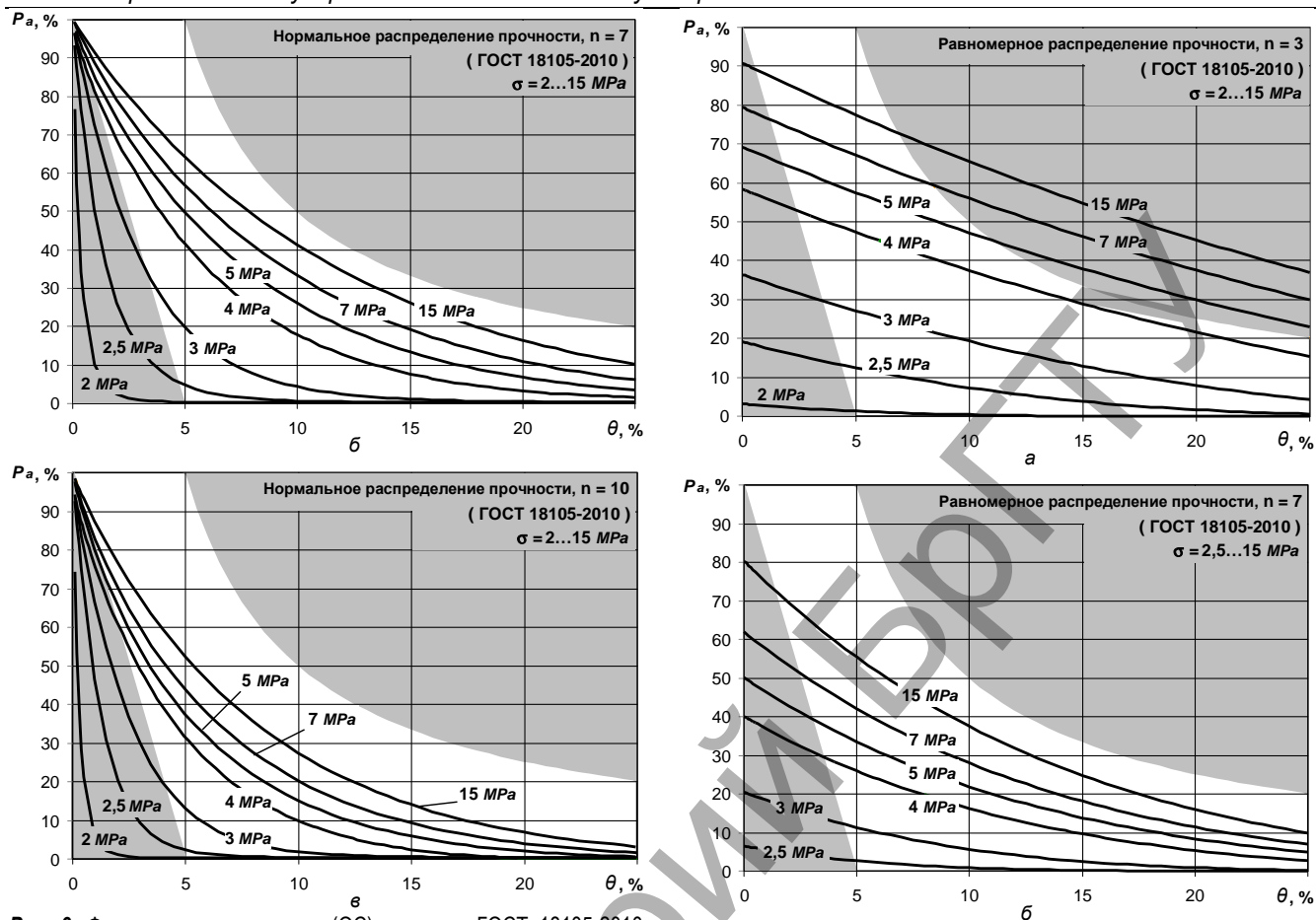


Рис. 9. Фильтрационные кривые (ОС) критерия ГОСТ 18105-2010 для условий начального производства при изменении стандартного отклонения σ нормально распределенного параметра прочности для различного количества n единичных испытаний в группе (а, б, в)

Как видно из приведенных на рис. 9, 10 графиков, анализируемый критерий ГОСТ 18105-2010 является зависимым от величины стандартного отклонения подобно тому, как это имеет место для двойного критерия EN206-1 при $n=3$ (условия начального производства). При этом, для нормального распределения (рис. 9) в рабочей области располагаются кривые, соответствующие стандартному отклонению от 4,0 до 7,0 МПа. Таким образом, по сравнению с критерием EN206-1, двойной критерий, включенный в новую редакцию ГОСТ 18105-2010, обладает большей дискриминационной способностью. Так, даже при довольно высоких значениях стандартного отклонения (7 МПа), кривая ОС не пересекает небезопасную область.

Критерийная кривая при стандартном отклонении 3 МПа пересекает границу неэкономичной области в точке, соответствующей вероятности приемки $P_a = 38\%$ и доле θ дефектов, близкой к 3%. Обращает на себя внимание тот факт, что подобные эффекты наблюдаются и для операционной кривой по EN 206-1, но при стандартном отклонении 2 МПа. При стандартном отклонении 7 МПа и дефектности $\theta = 5\%$ вероятность приемки составляет немногим более 70%. Однако, если дефектность бетона в произведенной партии бетона составит $\theta = 10\%$, риск потребителя достигнет 50%, что создаст опасность применения бетонов с пониженным качеством.

Таким образом, как и в случае двойного критерия EN 206-1, при малых значениях стандартных отклонений для реального производства (например, 3 МПа) расчет требуемой средней прочности при проектировании состава бетона следует производить для более низких квантилей, чем уровень $p = 0,05$, установленный стандартом. При этом, как и в случае с евростандартом, следует оговаривать диапазон стандартных отклонений, для которых может быть применен данный критерий.

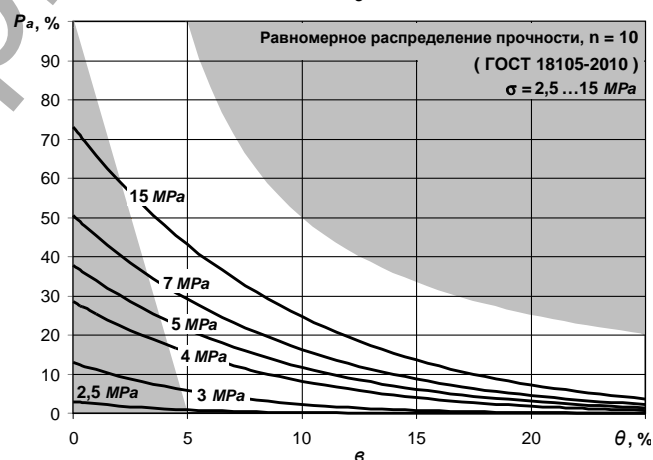


Рис. 10. Фильтрационные кривые (ОС) критерия ГОСТ 18105-2010 для условий начального производства при изменении стандартного отклонения σ равномерно распределенного параметра прочности для различного количества n единичных испытаний в группе (а, б, в)

Проблема дополнительно усугубляется еще и тем, что критерий в представленном виде как для схемы Г существенно реагирует на величину нормируемой характеристики прочности. Поскольку параметр требуемой прочности пропорционален характеристической прочности ($R_T = k_T f_{ck}$), с увеличением последней дискриминационная способность критерия будет также возрастать, перемещая кривые (ОС) для бетонов высоких классов (более $C_{30/37}$) к неэкономичной области (влево) при любых, в т.ч. и достаточно больших, значениях стандартных отклонений. Подобный эффект наблюдается и при увеличении числа единичных результатов в группе (см. рис. 9). В связи с этим можно было бы рекомендовать: при количестве еди-

нических результатов в группе $n > 3$ выполнять анализ, опираясь на группы $n=3$ перекрывающихся или неперекрывающихся результатов, как это установлено в EN 206-1:2000.

В целом можно сделать вывод о том, что предложенный в новой редакции ГОСТ 18105 двойной (тройной?) критерий является нерациональным и сконструирован с существенными недостатками.

Еще менее благоприятный результат имеет место при использовании двойного (тройного?) критерия ГОСТ 18105-2010 при выполнении контроля прочности бетона по схеме (Б). Соответствующие операционные кривые, полученные расчетным путем в предположении, соответственно, двух различных вероятностных законов распределения параметра прочности бетона класса $C^{20/25}$, для стандартного отклонения в диапазоне 1,5...7 МПа при количестве единичных испытаний в группе $n=15$, приведены на рисунке 11.

Как видно из графиков, при нормальном распределении параметра прочности ни одна из кривых ОС (за исключением стандартных отклонений менее 2,27 МПа) не располагается в рабочей области, а целиком попадет в неэкономичную область. Кривые ОС для случая равномерного распределения только при весьма малых стандартных отклонениях попадают в рабочую область, но с крайне низкими (до 20%) вероятностями приемки.

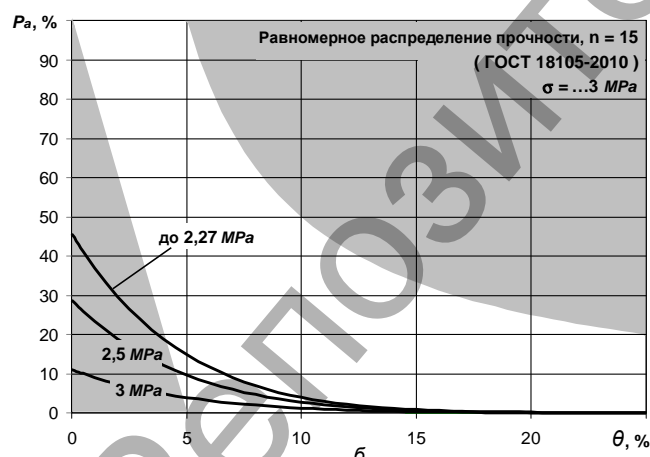
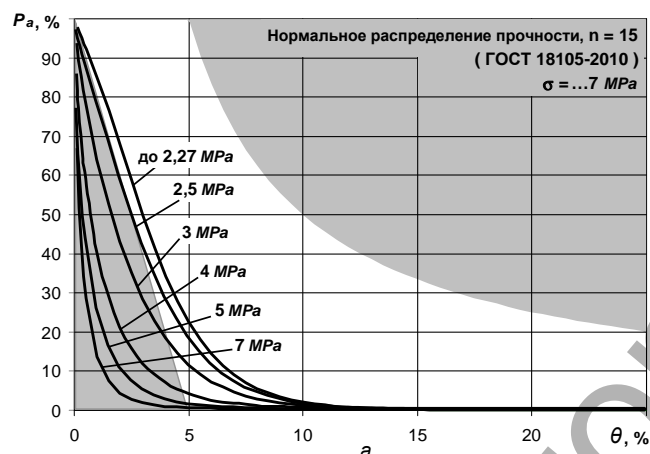


Рис. 11. Фильтрационные кривые (ОС) критерия ГОСТ 18105-2010 для условий установившегося производства ($n=15$) и различных стандартных отклонений σ нормально (а) и равномерно (б) распределенного параметра прочности

В соответствии с требованиями к конструированию критериев, предложенный в ГОСТ 18105-2010 двойной критерий не может быть рекомендован к применению в связи с тем, что он имеет целый ряд недостатков. Основным из них, однако, является то, что применение данного критерия ведет к необоснованно высоким экономическим затратам, которые ложатся на производителя при практически нулевых рисках потребителя.

Обращает на себя внимание также и следующий эффект: фильтрационные кривые не только существенно зависят от стандартного отклонения и вида закона распределения параметра прочности, но их дискриминационная способность дополнительно возрастает при увеличении характеристической прочности бетона. Указанные негативные эффекты объясняются, главным образом, внесением в критерий ГОСТ 18105-2010, наряду с условием $f_{ci,min} > f_{ck}$, дополнительных ограничений вида $f_{ci,min} \geq 1,28 f_{ck} - 4$ и $f_{ci,min} \geq f_{ck} + 1,76 s - 4$ (см. (32) и табл. 12), которые, с ростом параметров f_{ck} или s (точнее, если $0,28 f_{ck}$ или $1,76 s$ превысят величину 4 МПа, что соответствует $s = 2,27$ МПа), закономерно ужесточают требования к каждому единичному результату испытаний прочности (попытки авторов найти логичное обоснование внесенным ограничениям, к сожалению, успехом не увенчались).

Следовательно, при выполнении контроля прочности бетона с использованием данного критерия, в особенности по схеме (Б), должны производиться сверхнадежные, но совершенно неэкономичные конструкции из бетона. Несложно заметить, что для обеспечения приемлемой вероятности приемки (например, хотя бы $P_a = 75\%$) следует проектировать состав бетона по требуемой средней прочности, которая вытекает из обеспеченности квантилей порядка 0,01...0,02. Другими словами, для того, чтобы декларировать соответствие бетона по прочности на сжатие, например, класса $C^{20/25}$ (В25) следует фактически производить бетон более высокого класса. Это, с определенным допущением, может быть оправдано только для начального периода производства, но при оценивании групп $n=15$ такой подход является, очевидно, нерациональным.

Таким образом, критерии ГОСТ 18105-2010 являются нерациональными и ведут к значительным экономическим затратам производителя при очень низком, близком к нулевому, риску потребителя.

Заключение. По результатам анализа, выполненного в рамках исследования критериев EN 206-1 и ГОСТ 18105-2010, могут быть сделаны следующие выводы:

1. Критерий соответствия EN 206-1:2000 для условий начального производства (при оценивании групп $n=3$) является нерациональным, нелогичным и ведет к неоправданным экономическим затратам, ложащимся на производителя. При этом остается достаточно высокой вероятность приемки партий бетона со сниженным качеством. Вместе с тем, для условий установившегося (непрерывного) производства (при оценивании групп $n=15$) предложенный критерий выглядит вполне приемлемым.
2. Критерий нового ГОСТ 18105-2010 (EN 206-1:2000, NEQ) является зависимым не только от величины стандартного отклонения измеряемого параметра, типа функции распределения, количества результатов, но и, что совершенно недопустимо, от параметра характеристической прочности бетона на сжатие. Пользуясь этим критерием, который не очень удачно модифицирован по отношению к ГОСТ 18105-86, при довольно низких (менее 5%) рисках потребителя, требуемую вероятность приемки можно обеспечить только в неэкономичной области, что может приводить к существенным экономическим затратам для производителя.
3. Предложенные критерии лишь ограниченно могут быть использованы в практической деятельности, они требуют пересмотра с применением новых подходов, базирующихся, например, на элементах теории нечетких множеств и порядковых статистиках [4, 25].

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бруссер, М.И. Новая система стандартов на правила контроля прочности бетонов / М.И. Бруссер, В.А. Дерф, А.Г. Малиновский [и др.] // Бетон и железобетон. – № 4. – 1984. – С. 32–33.
2. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности (EN 206-1:2000; NEQ): ГОСТ 18105-2010. Госстандарт РБ, 2010. – 11 с.
3. Тур, В.В. О применении критериев соответствия прочности бетона согласно СТБ EN 206-1: 2000 / В.В. Тур, С.С. Дереченник,

- А.С. Дереченник // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. научн. трудов БелНИИС. – 2012. – С. 152–177.
4. Skrzypczak, I. Analiza kriteriów oceny jakości betonu oraz ich wpływu na ryzyko producenta i odbiorcy. – Oficyna Wydawnicza Politechniki Przeszowskiej. – Przeszow, 2013. – 165 p.
 5. Brunarski, L. Podstawy matematyczne kształtowania kriteriów zgodności wytrzymałości materiałów. – Warszawa: ITB, 2009.
 6. Brown B.V., Gibb I. Appraisal of the EN 206-strength conformity proposals for initial and acceptance testing. – CEN TC/104/SC1/TG3. – 1994.
 7. Gibb I., Hariison T. Use of control charts in the production of concrete. – ERMCO, October, 2010.
 8. Taerwe, L. Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength. – RILEM, Materials and Structures. – Vol. 20. – 1978. – P. 13–20.
 9. Beal, A.N. Concrete strength testing – are the code writers getting it right? – The Structural Engineer. – N 87(10). – 2009. – P. 73.
 10. Caspeele, R. Influence of equality control of concrete on structural reliability: assessment using a Bayesian approach. / R. Caspeele, M. Sykora, L. Taerwe // Materials and Structures: RILEM 2013. – P. 1–12.
 11. Brunarski, L. Krieteria zgodności wytrzymałości charakterystycznej materiałów budowlanych w normach PN–WN–ISO // Prace instytutu techniki budowlanej – kwartalnik. – N 4(124). – 2002. – P. 15–41.
 12. Holicki, M. Fractile estimation and sampling inspection in building / M. Holicki, M. Vorliček – Praha: Acta Politechnica, CVUT. – Vol. 32. – N. 1. – 1992. – P. 87–96.
 13. Основы проектирования конструкций: ТКП EN 1990&2004, Еврокод. – Введ. 01.01.2012. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2012 – 140 с.
 14. Evaluation of strength test results of concrete: ACI 214R–02 – Reported by ACI Committee 214 ACI 214R–1.
 15. Model Code 1978 CEN Bulletin d'information CEB N 124–125(E): CEB–FIP, 1978.
 16. General principles on reliability for structures: ISO 2394:1998 (Общие принципы обеспечения надежности конструкций: СТБ ISO 2394:1998).
 17. Statistical methods for quality control of building materials and components: ISO 12491 (Статистические методы контроля качества строительных материалов и изделий: СТБ ISO 1249:1997).
 18. Concrete – Classification by compressive strength: ISO 3893:1997.
 19. Concrete – performance, production and conformity: EN 206–1:2000. – CEN, 2000 (Бетон. Часть 1: Требования, свойства, производства и соответствие; IDT: СТБ EN 206–1:2000).
 20. Recommended principles for the control of quality and the judgement of acceptability of concrete. Materials and structures: CEB/CIB/FIP/RILEM. – Vol. 8. – N 47. – 1975. – P. 387–403.
 21. Rackwitz, R. Predictive distribution of strength under control. Materials and Structures. – N 16(94). – 1983. – P. 259–287.
 22. Probabilistic Model Code: JCSS. – Part 3. Resistance models. – 10, October, 2000.
 23. Gulvanessian, H. Designer's Guide to EN 1990 / H. Gulvanessian, J.-A. Calgaro, M. Holicki – London: Tomas Telford Publishing E14SD, 2002. – 182 p.
 24. Crompton, S. Conformity to EN 206–1. Annual Convention Symposium: papers presented 2001. – Yearbook: The Institute of Concrete Technology 2001–2002. – P. 35–53.
 25. Szczygalska, E. Kriterion zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie / E. Szczygalska, V. Tur // Budownictwo i Architectura. – Vol. 12(3). – 2013. – P. 223–230.
 26. Здания и сооружения, строительные материалы и изделия. Безопасность: технологический регламент Республики Беларусь: ТР 2009/013/ВУ.
 27. Бетонные и железобетонные конструкции / Министерство архитектуры и строительства РБ: СНБ 5.03.01–02. – Введ. 1.07.03. – Минск: РУП «Минсктиппроект», 2003. – 140 с.
 28. Проектирование железобетонных конструкций. Часть 1–1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1992–1–1: 2009 Еврокод 2. – Введ. 01.01.10. – Минск: Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, 2010. – 207 с.
 29. Statistics. Terminology and symbols. Part 1: General terms in assessment of the probability and statistics: ISO 3534–2:2002.
 30. Harrison, T.A. Guidance on the application of the EN 206–1 conformity rules. Quarry Products Association / T.A. Harrison, S. Cropton, Eastwood [ect.] // April, 2001 – 89 p.
 31. British Standard Institution. Concrete – complementary British Standard to BS EN 206–1:2000. Part 2. BS 8500–2. – March 2001. – P. 35.
 32. Blaty, H. (1973) Sampling inspection plan and operating characteristics for concrete (1977). Deutscher ausschuss für stahlbeton (233): 1973.
 33. Caspeele, R. (2010) Probabilistic Evaluation of Conformity Control and the Use of Bayesian Updating Techniques in the Framework of Safety Analysis of Concrete Structures. PhD thesis, Ghent University, Ghent, Belgium. – 129 p.
 34. Caspeele, R. (2011) Variance reducing capacity of concrete conformity control in structural reliability analysis under parameter uncertainties. W: Application of Statistics and Probability in civil Engineering. / R. Caspeele, L. Taerwe – Faber, Kohler. – P. 2509–2516.
 35. Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

Материал поступил в редакцию 16.06.14

TUR V.V., DERECHENNIK S.S., SZCZYGIELSKA E., DERECHENNIK A.S. Statistical control of the concrete compressive strength in accordance with EN 206–1:2000 and GOST 18105–2010 (EN 206–1:2000; NEQ)

Article includes commentary of the standard EN-206-1:2000 rules for statistical control of concrete compression strength, what based on the single sampling plan.

Compliance criteria for concrete compression strength, what are used for assessment of initial production in accordance with EN-206-1:2000 and GOST 18105-2010 was analyzed analytically in details.

Was shown, that compliance criteria both EN-206-1 and GOST 18105 fur initial production (for $n \leq 15$ test results) has a lot uncertainties, illogical and practical application of these criteria may lead to uneconomical results for the producer.