

# ОЦЕНКА И ПРОГНОЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ И ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

*Учебное пособие*

*Рекомендовано УМО по образованию в области природообустройства  
и водопользования в качестве учебного пособия для студентов  
высших учебных заведений, обучающихся по программам бакалавриата  
и магистратуры по направлению подготовки 20.03.02 и 20.04.02 –  
«Природообустройство и водопользование»*

Рязань, 2015

УДК 502.171(075.8)

ББК 65.28

О-93

*Рецензенты:*

доктор технических наук, профессор **Ю.И. Сухарев**,  
доктор технических наук, профессор **А.В. Шуравлин**,  
доктор сельскохозяйственных наук, профессор **Р.Н. Ушаков**

*Коллектив авторов:*

**А.А. Волчек**, доктор географических наук, профессор, декан факультета инженерных систем и экологии, профессор кафедры природообустройства (УО «Брестский государственный технический университет»), Республика Беларусь);

**Ю.А. Мажайский**, доктор сельскохозяйственных наук, профессор кафедры экономики и менеджмента (ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный агротехнологический университет имени П.А. Костычева»); главный научный сотрудник (ФГБНУ «Мешерский филиал ВНИИГиМ имени А.Н. Костякова»);

**П.В. Шведовский**, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой геотехники и транспортных коммуникаций (УО «Брестский государственный технический университет»), Республика Беларусь);

**С.В. Гальченко**, кандидат биологических наук, доцент кафедры экологии и природопользования (ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина»)

**Оценка и прогноз воздействия природопользования и природообустройства на окружающую среду** : учеб. пособие / А. А. Волчек [и др.] . – Рязань : ФГБОУ ВПО РГАТУ им. П. А. Костычева, 2015. – 118 с.  
ISBN 978-5-98660-236-3

В учебном пособии освещаются теоретические и прикладные проблемы, возникающие при решении задач в области оценки и прогнозов воздействия природопользования и природообустройства на окружающую среду.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по программам бакалавриата и магистратуры по направлению подготовки «Природообустройство и водопользование» – 20.03.02 и 20.04.02 соответственно, а также для аспирантов, широкого круга специалистов и исследователей, занимающихся вопросами экологии, водохозяйственного строительства, природообустройства и природопользования.

УДК 502.171(075.8)

ББК 65.28

- © А.А. Волчек, Ю.А. Мажайский,  
П.В. Шведовский, С.В. Гальченко, 2015  
© ФГБОУ ВПО «РГАТУ им. П.А. Костычева», 2015  
© ФГБОУ ВПО «РГУ имени С.А. Есенина», 2015  
© ОУ «БГТУ», 2015

ISBN 978-5-98660-236-3



9 785986 602363

«Судьба людей и их воля не поддается расчетам. Однако математика может смягчить воздействие природы на человеческие судьбы и усилить эффект ответных реакций человечества».

Д. ван Данциг

## ВВЕДЕНИЕ

Человеческая деятельность является необходимым условием существования, процветания и развития общества. Но в процессе своей деятельности человек неизбежно воздействует на окружающую среду с нежелательными последствиями, т.е. в сфере взаимосвязи «человек – окружающая среда» всегда таятся неизбежные конфликты и множество экологических проблем. Так, по данным научного Центра по катастрофам (Брюссель), природные катастрофы с 1965 по 2013 год нанесли ущерб мировому сообществу на сумму более 700 млрд долларов. При этом по мере развития экономики, роста численности населения создаются предпосылки формирования более уязвимой окружающей среды, в которой происходит постоянное увеличение числа техногенных аварий и природных стихийных бедствий (катастроф), сопровождающихся все большими, по своим размерам, экономическими ущербами. Только число пострадавших от них ежегодно увеличивается на 6 %. В мире постоянно растет количество крупнейших природных и техногенных катастроф с величиной ущерба, превышающей 1 % ВВП пострадавшей территории. Экономический ущерб от стихийных бедствий (по достаточно грубым подсчетам) в эти годы составил: 63,2 млрд долларов США (более 1000 \$ в год на одного жителя) и в развивающихся странах – 23 млрд \$ (9 \$). Разница в цифрах объясняется более высоким уровнем материальных ценностей, накопленных в развитых странах. За последние 20 лет количество таких катастроф возросло более чем в 5 раз. Они уносят тысячи человеческих жизней, разрушают города, дороги и всё, что создано трудом многих поколений людей, причем 62 % пострадавших от стихийных природных бедствий в мире за 2005–2011 гг. приходится на наводнения, 36 % – на засухи, 2 % – на сели, лавины и другие чрезвычайные ситуации.

Следовательно, процесс деятельности человека должен быть двухцелевым – достижение желаемого эффекта и исключение нежелательных последствий (ущерб здоровью и жизни человека, пожары, аварии, катастрофы и т. п.). Непонимание этого и обуславливает потенциальную опасность всякой деятельности человека. При этом все нежелательные последствия представляют собой обычно результат реализации опасностей (явлений, процессов или объектов), способных в определенных условиях наносить непосредственно или косвенно ущерб здоровью человека.

Опасности хранят все системы, имеющие в своем составе энергию, химически или биологически активные компоненты, а также характеристики, не соответствующие условиям жизнедеятельности человека. Одна и та же опасность может реализоваться в нежелательное событие по разным причинам и формировать самые различные экологические проблемы.

Ущерб от природных и техногенных катастроф – проблема, объединившая в поисках ее решения практически все страны мира. В январе 2004 г. в г. Кобе состоялась Всемирная конференция по уменьшению опасности природных катастроф, которая проходила под эгидой ООН в соответствии с постановлением ее Генеральной Ассамблеи. Конференция приняла ряд важных постановлений, в числе которых Хиогская декларация и Хиогская рамочная программа действий на 2005–2015 гг., предусматривающие создание потенциала противодействия бедствиям на уровне государств и сообществ. Хиогская декларация подтвердила волю стран следовать стратегии уменьшения рисков различных бедствий. В числе приоритетных направлений значатся выявление, оценка и мониторинг факторов риска бедствий и улучшение их раннего предупреждения.

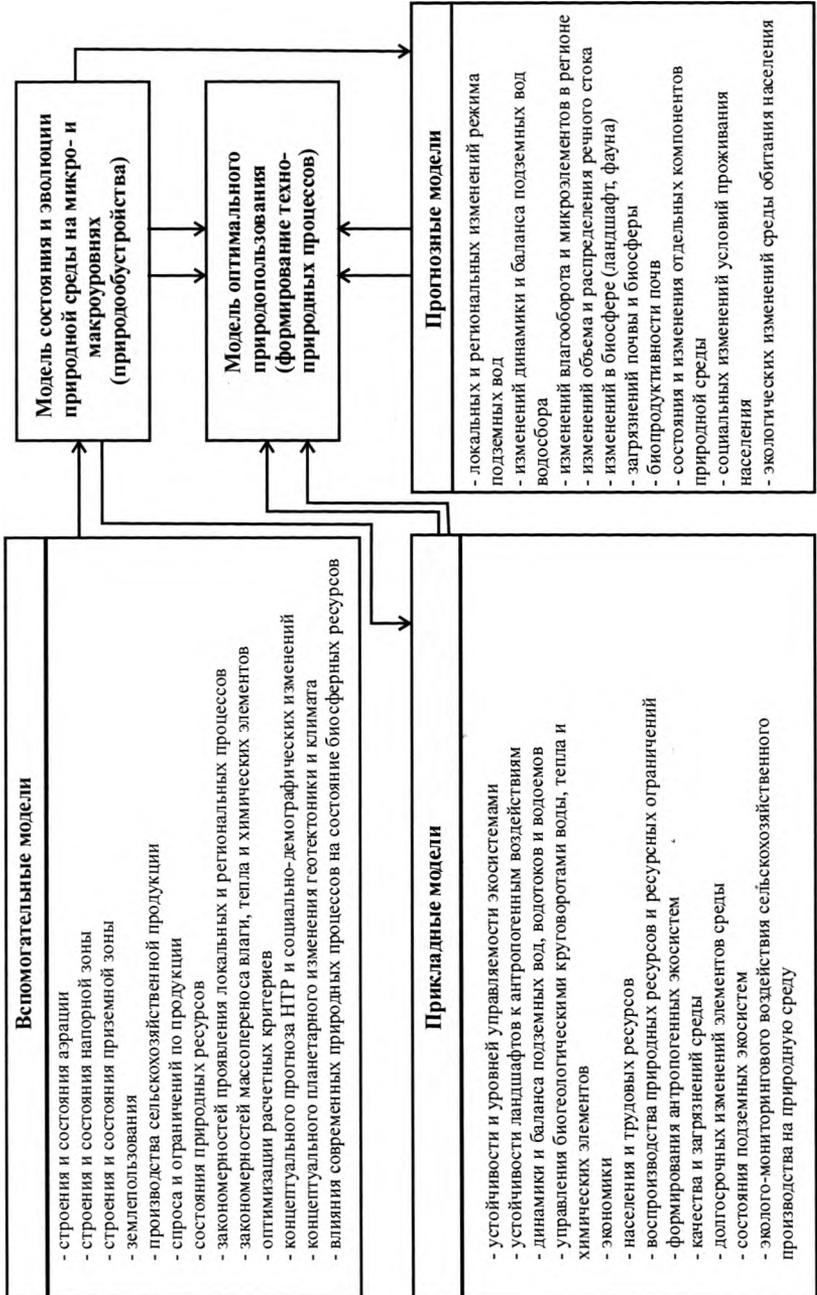


Рисунок 0.1 – Структура концептуального взаимодействия общества и окружающей среды

Борьба за уменьшение ущерба от природных и техногенных катастроф стала элементом государственной стратегии устойчивого развития любой страны. Анализ их проявления позволяет отметить, что одним из определяющих факторов устойчивой тенденции роста негативных воздействий на окружающую среду и соответственно вызывающих как природные, так и техногенные катастрофы, является человеческий фактор, выражающийся в усугублении несоответствия уровня профессиональной подготовки специалистов и руководителей требованиям современной правовой, экономической, нормативной базы, основополагающим принципам федерального и регионального управления по обеспечению безопасности населения, территорий и промышленных объектов от аварий и катастроф.

Общая структура комплекса проблем и соответствующих им моделей концептуального взаимодействия общества и окружающей среды для любого региона дана на рисунке 0.1. Его анализ показывает, что создание научно-прикладных основ обеспечения безопасности требует прежде всего разработки концепции обеспечения безопасности и создания соответствующей информационной базы данных, а затем на их основе разработки методов оценки и прогноза воздействия природопользования и природообустройства на окружающую среду и управления негативными процессами.

## 1. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ И ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ ЭКОЛОГО-АДАПТАЦИОННОГО ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ И ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА

Новая экономическая политика и современные требования по экологизации производств и технологий направлены не столько на сохранение природной среды в состоянии, близком к естественному (сложившемуся), сколько на воспроизводственное преобразование и восстановление естественного потенциала. Между тем сокращение государственного финансирования в последнее десятилетие привело к прекращению многих видов мониторинга, что создало существенные трудности при оценке экологической обстановки в большинстве регионов.

Кроме того, характерные сегодня изменения скорости протекания большинства природных процессов привели к нарушению биологического, энергетического, геохимического, генетического, ресурсо-сырьевого и многих других видов природного равновесия и неопределенности состояния природной среды, стратегий и тактики взаимодействия природы, населения, производства и экономики. Это и обуславливает необходимость концептуального представления системы «Преобразующий комплекс – природная среда (ПК–ПС)» в составе трех взаимодействующих подсистем со структурной функцией типа –  $S = \{S_1, S_2, S_3\}$ , где  $S_1$  – производственная (экономико-социальная),  $S_2$  – физико-географическая (ландшафтная),  $S_3$  – управляющая подсистемы, включающие концептуальный прогноз НТР и социально-демографических изменений, и экологические прогнозы антропогенных воздействий, в том числе глобальный (планетарный) прогноз (рис. 1.1).

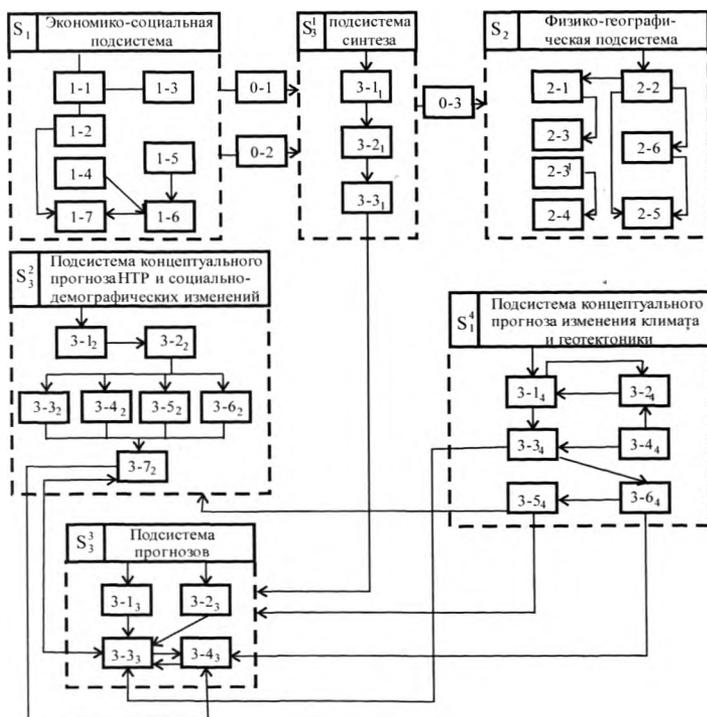


Рисунок 1.1 – Концептуальная схема системы «ПК–ПС»

Сущность блоков, составляющих систему ПК–ПС, следующая:

- 1–1 – анализ экономико-географического положения и состояния региона;
- 1–2 – экономико-географическое районирование;
- 1–3 – составление кадастра производств и экологических паспортов;
- 1–4 – типизация селитебных зон и активных техногенных элементов;
- 1–5 – типизация производств и активных техногенных элементов;
- 1–6 – разработка типов хозяйственного освоения территории;
- 1–7 – типизация хозяйственного освоения территории;
- 0–3 – устойчивость ландшафтов к антропогенным воздействиям;
- 0–2 – территориальная организация производительных сил;
- 0–1 – характер и масштабы антропогенных воздействий;
- 2–1 – компонентный анализ естественных и антропогенных природно-территориальных комплексов (ПТК);
- 2–2 – ландшафтное районирование;
- 2–3 – ПТК, измененные в процессе заселения;
- 2–3' – ПТК, измененные функционированием производства;
- 2–4 – типы изменений и устойчивости природных комплексов;
- 2–5 – районирование по типам изменений и устойчивости;
- 2–6 – естественные тенденции развития природной среды;
- 3–1<sub>1</sub> – состояние природоохранной практики;
- 3–2<sub>1</sub> – мониторинг природной среды;
- 3–3<sub>1</sub> – состояние природной среды региона и эффективность ее использования;
- 3–1<sub>2</sub> – концепция развития и размещения производительных сил региона;
- 3–2<sub>2</sub> – влияние проектов преобразования природной среды на территориальную организацию производительных сил;
- 3–3<sub>2</sub> – система расселения;
- 3–4<sub>2</sub> – тип освоения;
- 3–5<sub>2</sub> – система организационно-производительных сил;
- 3–6<sub>2</sub> – тип производства и активных элементов технологических цепей;
- 3–7<sub>2</sub> – оптимизация варианта территориальной организации производительных сил;
- 3–1<sub>3</sub> – прогноз развития законодательства об охране окружающей среды;
- 3–2<sub>3</sub> – прогноз совершенствования мониторинга;
- 3–3<sub>3</sub> – концептуальный прогноз взаимодействия общества и природной среды региона;
- 3–4<sub>3</sub> – прогноз взаимодействия общества и природной среды в расчетный период;
- 3–1<sub>4</sub> – вариантный прогноз изменения природной среды;
- 3–2<sub>4</sub> – прогноз характера сочетания естественных тенденций развития ПТК с ранее вызванными антропогенными процессами и явлениями;
- 3–3<sub>4</sub> – прогноз изменения природной среды под влиянием естественных тенденций развития ПТК различных рангов;
- 3–4<sub>4</sub> – прогноз типов функционирования природно-антропогенных комплексов и допустимости хозяйственной нагрузки на них;
- 3–6<sub>4</sub> – прогноз состояния природной среды региона.

Такая система требует включения в основу оптимального природопользования и природообустройства проблемно-ориентированных региональных моделей (рис. 1.2).



Под регионом следует понимать природно-хозяйственный комплекс, расположенный на фиксированной территории с естественными границами и динамичными природно-экономическими компонентами.

Взаимосвязь элементов экономики, населения и природных ресурсов делают актуальными проблемы оптимального природопользования и природообустройства в одинаковой мере как на низших (региональных), так и высших (глобальных) уровнях, что определяет необходимость системного подхода на макро- и микроуровнях и единства принципов, целей и критериев.

Отсюда следует, что проблемы оптимального природопользования и природообустройства – это прежде всего комплекс экологических проблем, связанных с функционированием систем, объектов и их компонент. Однако до последнего времени большая часть всех этих исследований была непропорционально сосредоточена на констатирующих наблюдениях, т. е. мониторинге. Вместе с тем даже самый современный мониторинг может дать только ответ на вопрос – соответствовало ли в прошлом состояние природно-техногенных систем (объектов) желаемому.

Следует отметить и тот факт, что сегодня, при множестве альтернатив формирования природно-техногенных систем, крайне ограничены возможности анализа последствий их функционирования. Осуществление его на эвристическом уровне, когда учитываются только общие закономерности, без знания сложных транзитивных цепочек взаимодействий, часто создает иллюзию решения проблем, которые в действительности могут перейти в надсистемную другого уровня (из эндоэкогенетических в экзоэкологенетические) и сдвинуться во времени (из хода развития в ход функционирования или из хода функционирования в ход динамики). Поэтому ни детальность, ни достоверность исследований отдельных процессов не могут определить желаемые решения в области оптимального природопользования, природообустройства и экологических проблем. Это реально только при достаточно полном и достоверном знании особенностей функционирования природных, антропогенных и антропогенезированных систем (объектов), т. е. структурирования их на основе системного рассмотрения как элемента проблемы принятия решения, с анализом составляющих взаимосвязанных компонент в геосистемах различного иерархического уровня. При этом необходим не традиционный подход – изучив основные процессы и взаимосвязи, объединять частные знания в общее, а наоборот – из концептуального синтезирующего рассмотрения проблемы установить приоритеты, необходимость и возможность исследования частных составляющих ее компонент.

Концептуально-иерархическая модель природных и техноприродных систем представлена на рисунке 1.3.

Согласно этой модели общие закономерности их эволюции, т. е. переход природных систем из одного состояния в другое  $T_1 \xrightarrow{t, t_0} T_2$ , или переход в техноприродные системы определённого состояния, могут быть отражены через следующую поэлементную структуру: геосистема (высший уровень) → экологический каркас (низший уровень) ⇒ компенсационно-ресурсная сеть ⇒ антропогенный каркас (низший уровень) → геотехсистема (высший уровень).

Данная структура требует оптимизации системы, как минимум, по следующим направлениям – мера связности компенсационно-ресурсной сети, мера переформирования пространственной структуры, мера полярности и мера территориальной дифференциации, определяющим степень организованности и упорядоченности структуры, стабильности и меры антропогенеза.

Система критериев должна базироваться на теории полезности, включающей сбалансированные «материально осязаемые» и «неосязаемые» ценностные критерии (полезность, истина, добро, прекрасное, законное), отражающее всеобщие законы сохранения энергии и вещества, меру допустимости изъятия вещества и энергии и закономерности процессов массопереноса.

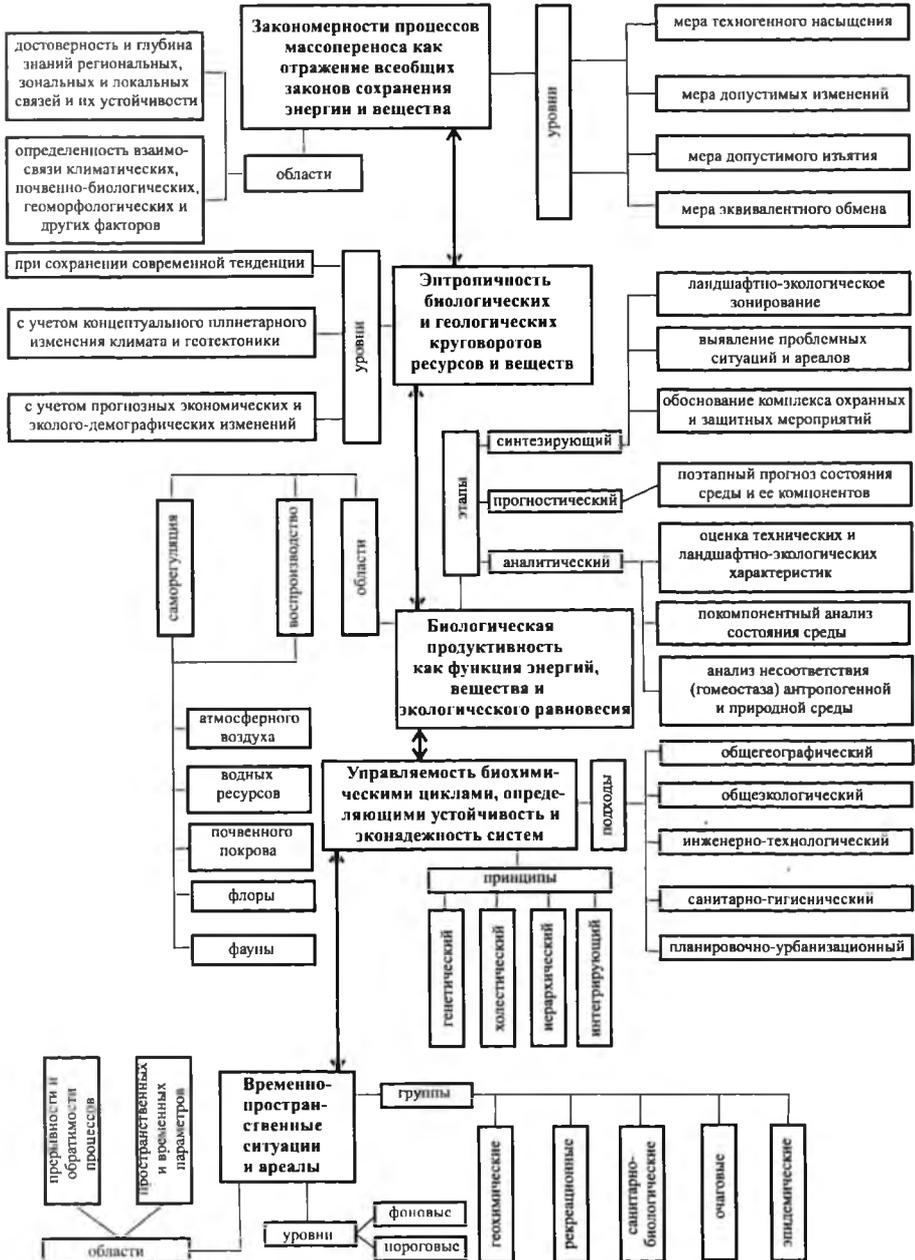


Рисунок 1.3 – Концептуально-иерархическая модель природных и техноприродных (антропогенно-избиранных и антропогенных) систем (объектов)

Следовательно, главнейшими аспектами оптимального природопользования являются: выявление основных закономерностей формирования природно-территориальных комплексов и обуславливающих их факторов; оценка ландшафтных ресурсов и критериев экологического состояния отдельных регионов и ПТК; исследование генетической структуры и законов эволюции ландшафтов; прогноз изменения характеристик техногенных неоландшафтов.

Такая структура и определяет следующую критериальную систему экологической устойчивости и методы прогноза процессов развития геосистем любых уровней антропогенизации (рис. 1.4).

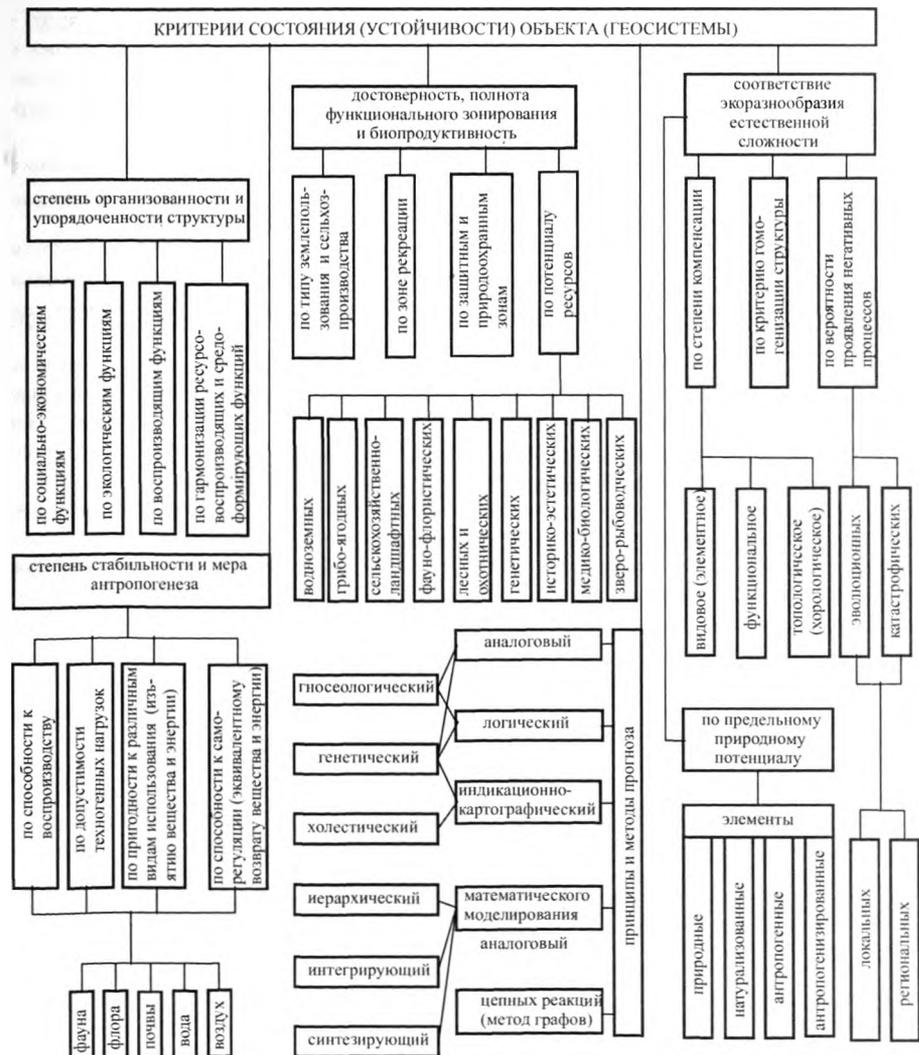


Рисунок 1.4 – Критериальная система экологической устойчивости и методы прогнозов процессов развития геосистем для любых уровней антропогенизации

Для этой системы описание задачи оптимизации решений проблем в геосистеме любого иерархического уровня представимо в виде

$$\left. \begin{aligned} \exp r \in \bar{\Phi}(x, S, u) \\ s \in S; u \in U; P_0 \in P^2 \\ x(t) = F[z(t_0), N, S, U, \zeta, t) \\ f[x(t), z(t), S, u, r] \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где  $\bar{\Phi}$  – вектор критериев;  $f$  – вектор-функция антропогенных ограничений;  $F$  – оператор функционирования геосистемы, определяющий естественные физические ограничения;  $z(t)$  – вектор-функция переменных состояний геосистемы;  $x(t)$  и  $\zeta$  – вектор-функция выходных и входных воздействий геосистемы за период  $t \in (0, T)$ ;  $S$  – вариант геосистемы;  $N$  – вектор неуправляемых параметров геосистемы;  $U$  – вектор управлений геосистемы;  $r$  – вектор ресурсов;  $P_0$  – область пространства, занимаемого геосистемой.

Тогда собственно структура оптимизации решений проблем, т. е. модель оптимального природопользования и функционирования составных геосистем  $S_i$ , представима в следующем виде: прикладные и вспомогательные модели  $\rightarrow$  модель состояния и эволюции системы «природный комплекс – природная среда ПК–ПС» на микро- и макроуровнях  $\rightarrow$  прогнозные модели  $\rightarrow$  модель оптимального природопользования и функционирования составных геосистем.

Так как для больших геосистем (комплексов) характерно проявление двух взаимно противоречивых принципов – Беллмана (ограничивающего возможность формального анализа) и Форрестера (определяющего надежность неформальных процедур), то это определяет необходимость использования теории многокритериальной оптимизации и комбинированных прогнозов математического и эвристического характера.

Одним из ключевых моментов такого комбинирования является определимость противоречивости, так как математическое прогнозирование дает точечный и интервальный прогнозы при данном уровне вероятности, а эвристический – точечный и его дисперсию (при нормальном законе распределения точечных оценок группы экспертов) или точечный и интервальные прогнозы (при равновероятных распределениях максимальных значений прогнозируемых величин).

Эти особенности определяют необходимость использования эволюционно-генетического подхода, основанного на учете динамики изменения свойств до стабилизации на новом количественно-качественном уровне.

В соответствии с общей концепцией развития и функционирования биосферы степень любых преобразований природной среды целесообразнее всего характеризовать энтропией, т. е. мерой изменения упорядоченности геосистемы.

В качестве параметра энтропии для любых (естественных, антропогенных и антропогенных) геосистем может быть принят радиационный индекс сухости (климат) –  $I_R = R / L \cdot A$ , где  $R$  – радиационный баланс деятельной поверхности,  $L \cdot A$  – годовая величина атмосферных осадков, выраженных в количестве тепла, необходимого для их испарения.

Закономерность этого процесса характеризует схема изменений эколого-ландшафтно-биологических условий, отражающая закон периодической географической зональности, т. е. связь и взаимную обусловленность всех компонент природной среды (рис. 1.5).

Это и обуславливает возможность представления генетического формирования гео- и агроландшафтных систем в виде следующей модели (рис. 1.6).

Матрица генетических (модельных) переходов, в которой  $A_i$  определяет состояние геосистем,  $a_i$  – элементы систем,  $\bar{A}_i$  – переходы систем из состояния в состояние,  $\bar{a}_i$  – структуры элементов геосистем, характеризует следующие возможные структуры подсистем, описывающих процессы функционирования геосистемы ( $F^1$ ) и выбор решений по управлению ( $F^2$ ), обуславливающие применимость «чёрных», «серых» и «белых ящиков».

Г,  $\Sigma J$ ,  $V_{\text{л}}$ , Н, О

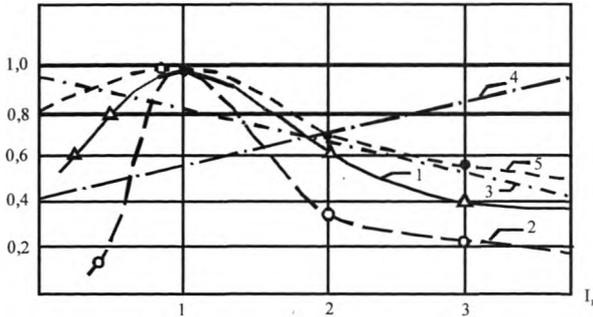


Рисунок 1.5 – Схема изменений эколого-ландшафтно-биологических условий в зависимости от величины радиационного индекса сухости: 1 – биологическая продуктивность ( $B_{\text{л}}$ ); 2 – содержание гумуса, водопрочных агрегатов и ёмкости поглощения ( $\Gamma$ ); 3 – уровеньный режим грунтовых вод ( $H$ ); 4 – испаряемость, длительность вегетации, радиационный баланс, среднегодовая температура ( $\Sigma J$ ); 5 – атмосферные осадки ( $O$ )

Анализ совокупности прогнозных задач может быть описан следующим образом:

- известны начальные ( $A_1$ ) и конечные ( $A_T$ ) состояния геосистемы. Необходимо определить состояние  $A_k$ , где  $m > k > T$ ;
- известно множество последовательных состояний ( $A_1, A_2, \dots, A_{m-1}$ ). Необходимо определить конечное состояние  $A_k$ ;
- известны промежуточные и конечное состояния геосистемы ( $A_2, A_3, \dots, A_m$ ) или конечное состояние  $A_m$ . Необходимо определить начальное  $A_1$  или некоторые промежуточные состояния  $A_2, A_3$ ;
- известны все состояния геосистемы ( $A_1, A_2, \dots, A_m$ ). Необходимо отыскать набор элементов геосистемы  $a_1, a_2, \dots, a_m$  и ее структуру  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_m$ ;
- известен набор элементов геосистемы ( $a_1, a_2, \dots, a_m$ ). Необходимо описать поведение системы с переходами последовательных состояний  $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_m$ ;
- известен последовательный переход системы по состояниям ( $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_m$ ). Необходимо отыскать структуру перехода состояний и основных элементов ( $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_m$ ).

Анализ взаимосвязей принципов, целей и функций преобразования естественных, антропогенных и антропогенезированных систем (объектов) (рис. 1.7) определил и общую концептуальную схему прогнозных исследований (рис. 1.8).

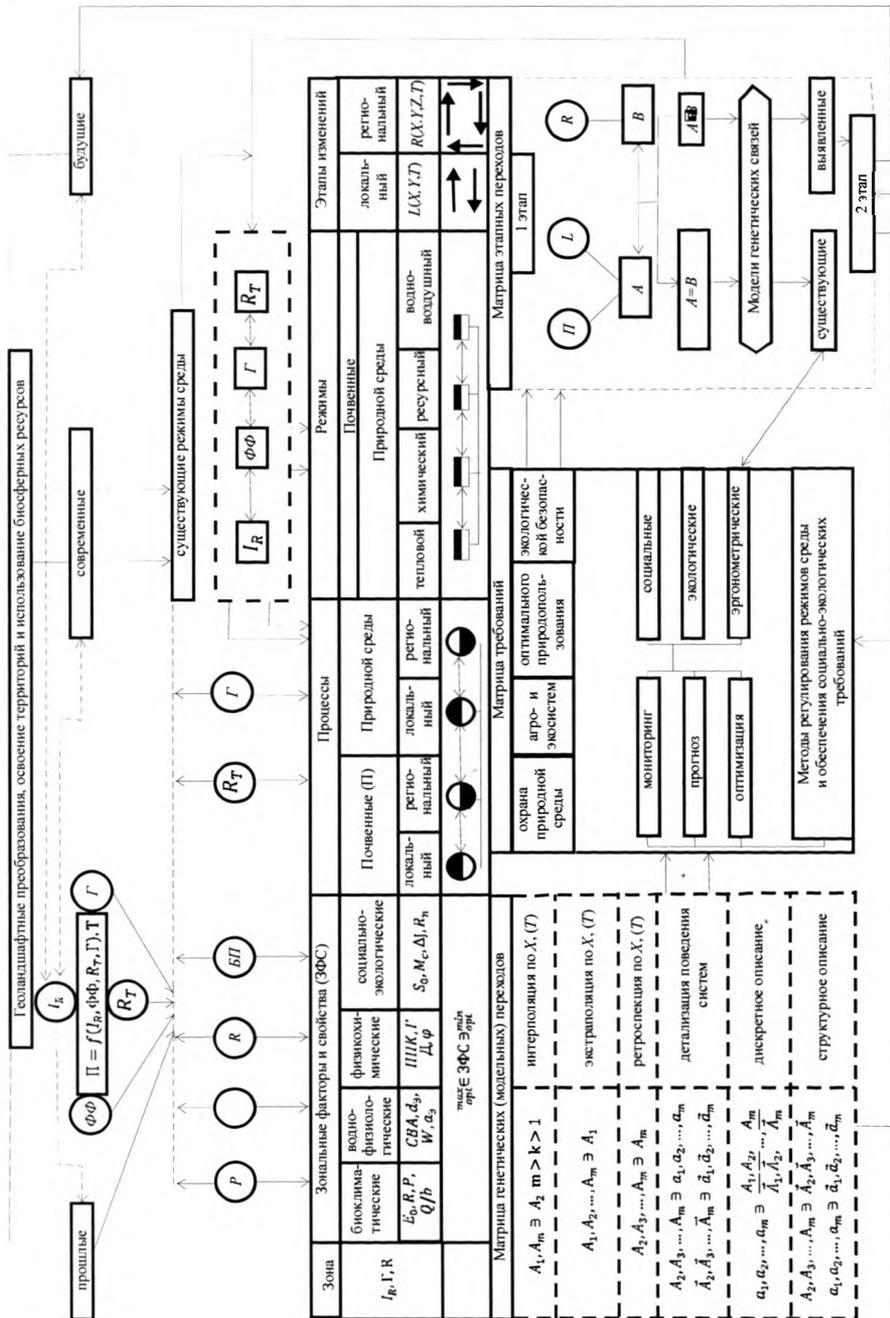


Рисунок 1.6 – Базисная модель генетического формирования геоландшафтных систем (объектов)

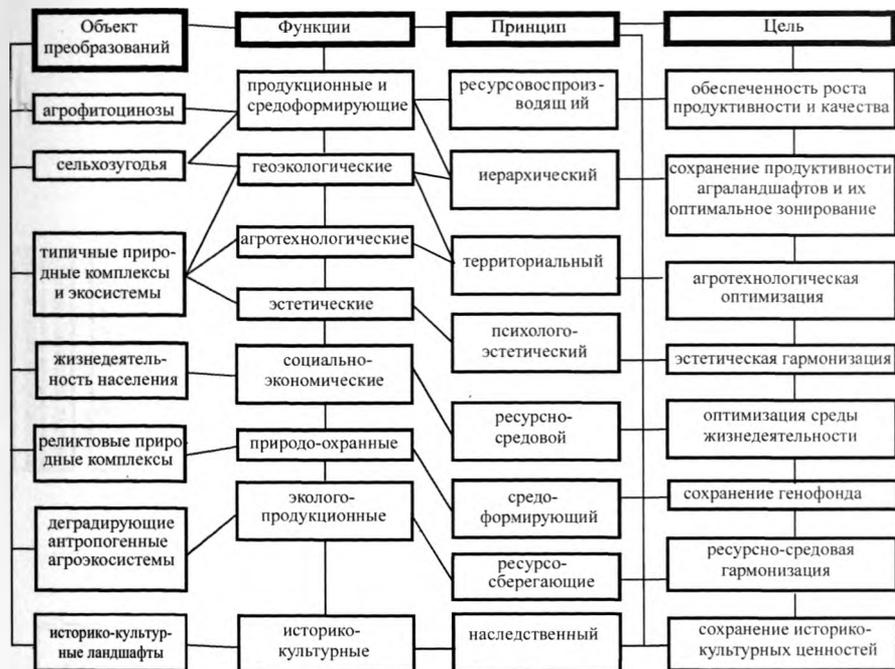


Рисунок 1.7 – Схема взаимосвязей функций, принципов и целей преобразования естественных, антропогенизированных и антропогенных систем

Такая концептуальная схема определяет и комплекс аспектов, формирующихся при трансформации любых геосистем и при любых преобразованиях ландшафтов. Кроме того, она определяет и целесообразность анализа структур «дерева последствий» для основных компонент системы ПК–ПС и аспектов социума (человеческого общества). На рисунке 1.9 приведена общая покомпонентная структура «дерева последствий». Так как водные ресурсы, почвенно-растительный покров, ландшафт, среда обитания и условия проживания являются основными изменяемыми факторами природной среды, то и для них определено «дерево последствий» различных порядков (рис. 1.10, 1.11, 1.12, 1.13, 1.14).

Что касается основных аспектов социума (человеческого общества), то наиболее существенно значимыми сегодня являются: эколого-географический, социально-экологический, социально-географический, экистический, демографический, социально-экономический, морально-психологический и административно-правовой.

В таблице 1.1 представлена оптимальная система оценочных показателей для исследуемых аспектов.

Социально-географический аспект проявляется через смену в расселении и территориальную организацию жизнедеятельности населения.

Экистический аспект проявляется в географии населенных пунктов, т.е. решении проблемы перенаселения.

Демографический аспект проявляется в особенностях динамики демографической структуры, определяющей уровень рождаемости и смертности, а также показатели естественного прироста. При этом наиболее проблематично исследование особенностей формирования волн «экологических эмигрантов» и появления «демографических пустынь».



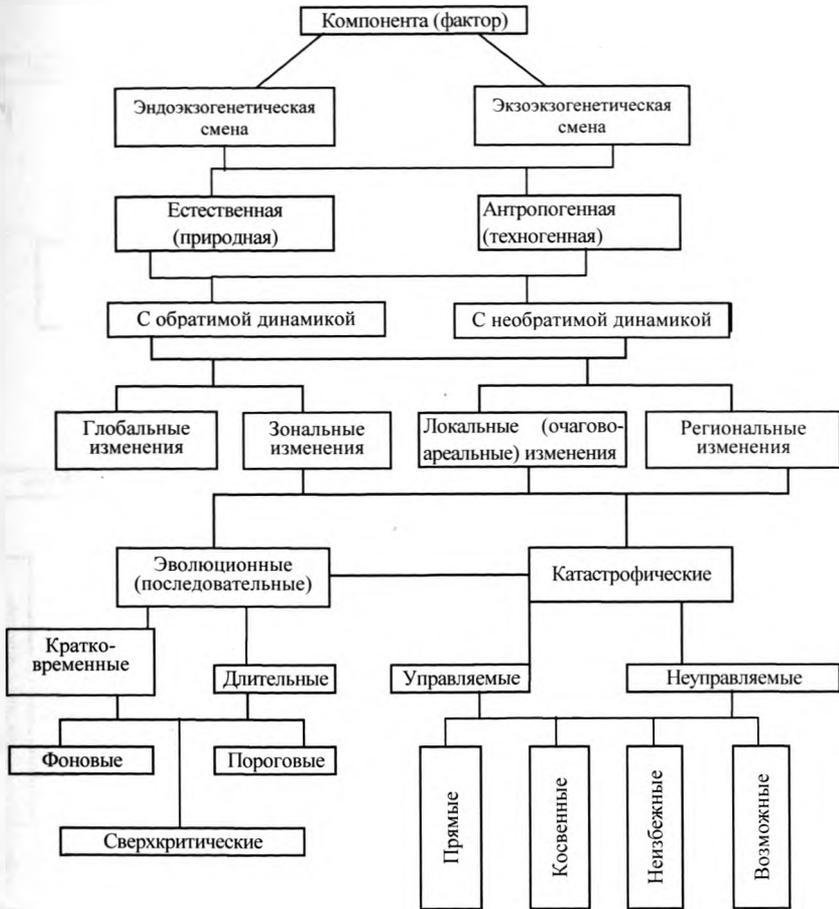


Рисунок 1.9 – Общая структура «дерева последствий»

Социально-экономический аспект проявляется как в потерях всех видов биосферных ресурсов (территориальных, природных, трудовых, материально-технических, финансовых), так и дополнительных затратах на создание нормальных жизненных условий.

Морально-психологический аспект выражается в настроении и поведении, т. е. формировании своеобразного психологического барьера в период адаптации к новым условиям среды проживания.

Административно-правовой аспект проявляется в необходимости корректировки территориально-административного порядка, правового режима и необходимости создания и организации деятельности специальных служб.

Наиболее значимыми из них являются характеристики, входящие в специфическую группу – с факторами типа времени жизни, т. е. с проявлением накопления меры воздействий и их сдвига во времени, а также сдвига последствий, кратковременности и ускорения воздействий.

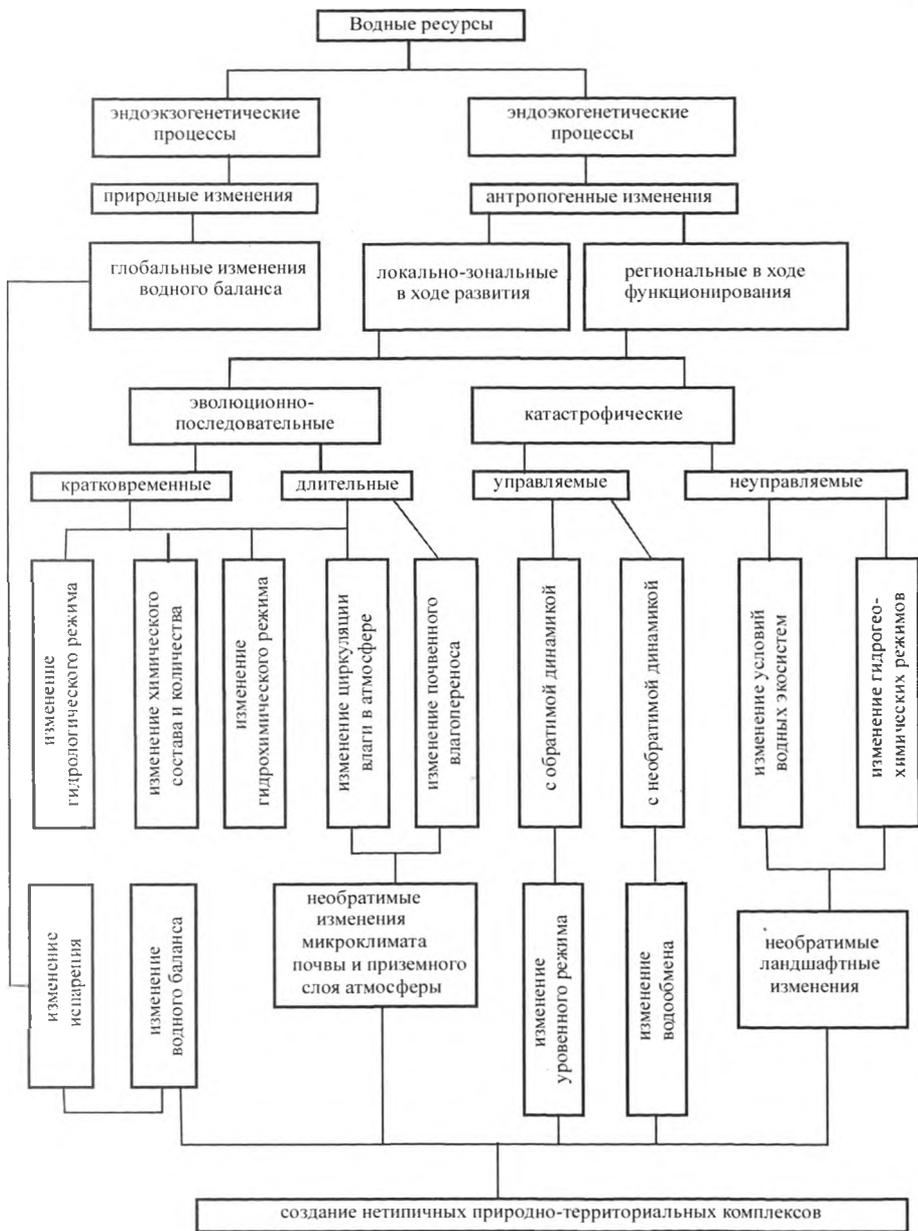


Рисунок 1.10 – «Дерево последствий» для водных ресурсов

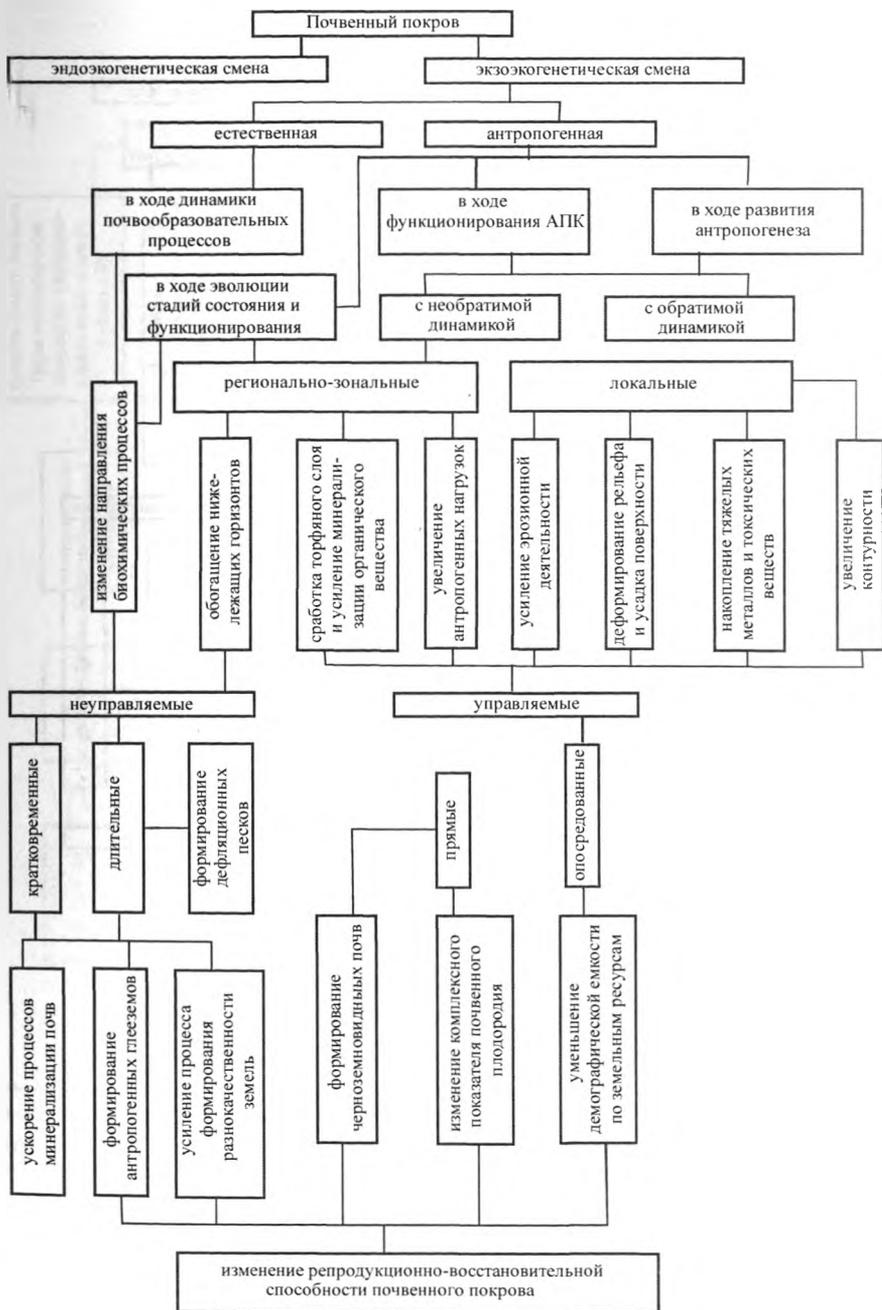


Рисунок 1.11 – «Дерево последствий» для почвенного покрова

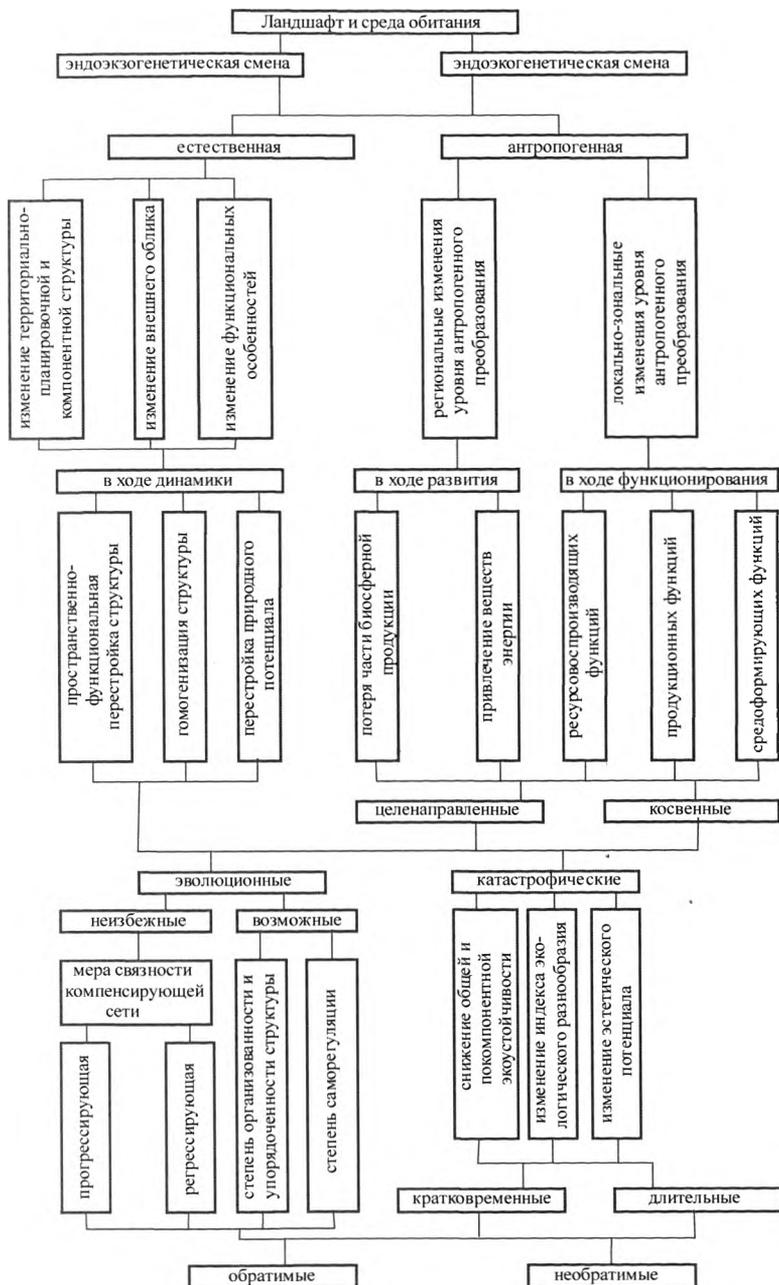


Рисунок 1.12 – «Дерево последствий» для ландшафта

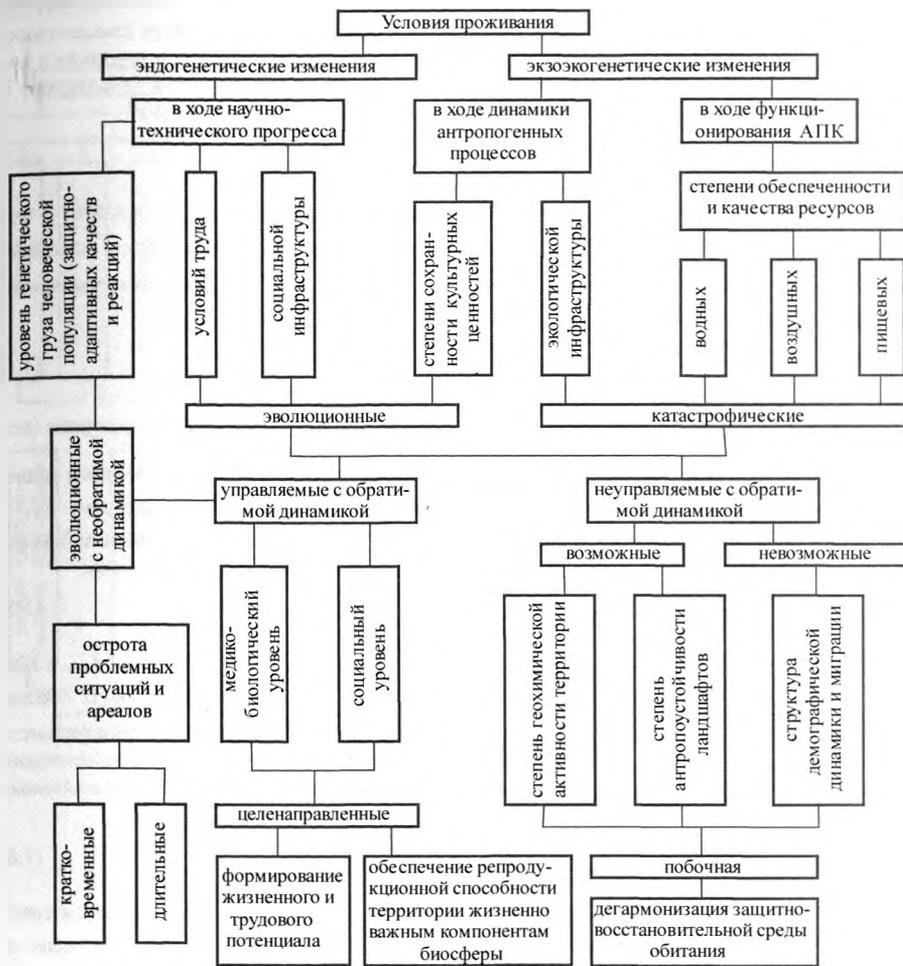


Рисунок 1.13 – «Дерево последствий» для условий проживания

Таких характеристик пять – степень пригодности и качество выполнения природными комплексами социально-экологических функций ( $X_{11}$ , структурный коэффициент демографической динамики и миграции ( $X_{10}$ ), уровень генетического груза человеческой популяции ( $X_{18}$ ), социальный и медико-биологический уровень жизни ( $X_7$ ) и вероятность пространственно-временного создания оптимальных условий проживания ( $X_{20}$ ).

Соответственно:

$$X_{11} = \frac{10^5 \cdot \sum_{i=1}^3 k_i}{\sum_{i=1}^8 k_i} \cdot X_{18}, \quad (1.2)$$

где  $k_i$  – степень опасности концентрации загрязнителей в воздушном бассейне (1), нарушения оптимальности состояния почвенно-растительного покрова (2), опасности концентрации загрязнителей в почве (3), благоприятности состояния поверхностных (4) и подземных вод (5), общей благоприятности территории (6), самоочищающейся способности территории (7) и изменения круговорота элементов (веществ и энергии) в агроландшафтах (8):

$$X_{10} = D_1 \cdot k_p \cdot \frac{k_p}{k_c \cdot T_c}, \quad (1.3)$$

где  $D_1$  – демографическая емкость по земельным ресурсам,  $k_p = P_T / P_{HT}$  – показатель трудового потенциала ( $P_T$  и  $P_{HT}$  – соответственно число трудоспособных и нетрудоспособных жителей);  $T_c$  – средняя продолжительность жизни;  $k_p$  и  $k_c$  – соответственно коэффициент рождаемости и средней продолжительности жизни в оптимальных условиях:

$$X_{18} = \left( \sum_{i=9}^n X_i \right) \cdot X_{11} \cdot X_{22} \cdot X_{17}^q / \sum_{j=23}^{24} X_j \quad (1.4)$$

где  $\sum_{i=9}^n X_i = X_9^q + X_{17}$ ;  $X_9^q$  – демографическая частная емкость по рекреационным ресурсам (лес, вода, воздух);  $X_{17}$  – демографическая емкость территории по обеспеченности активными водно-земельными ресурсами;  $X_{22}$  – коэффициент геохимической активности территории;  $X_{17}^q$  – удельная репродукционная способность территории по жизненно важным компонентам биосферы;  $X_{23}, X_{24}$  – соответственно индекс репродукции и экологической емкости территории;

$$X_7 = \frac{k_p}{k_c} \cdot \sum_{G=1}^7 (k_G), \quad (1.5)$$

где  $k_p$  и  $k_c$  – соответственно коэффициенты рождаемости и смертности,  $k_G = P_\phi / P_{opt}$  – уровень социальных (фактических  $P_\phi$  и оптимальных  $P_{opt}$ ) факторов, определяющих обеспеченность экологически здоровой и сбалансированной пищей (1), уровень благоприятности условий труда (2), уровень культурно-бытового обслуживания (3), уровень медицинского обслуживания (4), уровень комфортности жилья (5), уровень обеспеченности оптимальными условиями отдыха (6) и обеспеченности общественным транспортом (7);

$$X_{20} = \frac{X_7 \cdot X_7^3 \cdot D}{X_7 + (X_7^3 - X_7) \cdot \exp(-c \cdot X_7^3 \cdot (t - T))}, \quad (1.6)$$

где  $X_7^3$  и  $X_7$  – соответственно эталонный и фактический социальный и медико-биологический уровень жизни;  $D$  – удельный национальный доход;  $c$  – коэффициент пропорциональности;  $t$  – время ( $t=1, 2, 3, \dots, T$ ).

Для определения остальных характеристик нами предложены следующие расчетные зависимости.

Репродукционная способность территории по продуктивности и компонентам биосферы определена нами как биологическая продуктивность почвенно-растительного покрова и

$$X_1 = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \frac{T_j}{B} \right) \cdot k_j}{\sum_{j=1}^n C_j \cdot T_j \cdot k_n}, \quad (1.7)$$

где  $T_j$  – территория, занимаемая данной почвенной разностью;  $B$  – время почвообразования;  $k_j$  – коэффициент эродированности земель;  $C_j$  – годовая продуктивность одного гектара растительного (древесно-кустарникового, лугового, сельскохозяйственного) сообщества;  $T_j$  – территория, занимаемая  $j$ -ым сообществом;  $k_n$  – переводной коэффициент биомассы в органическое вещество.

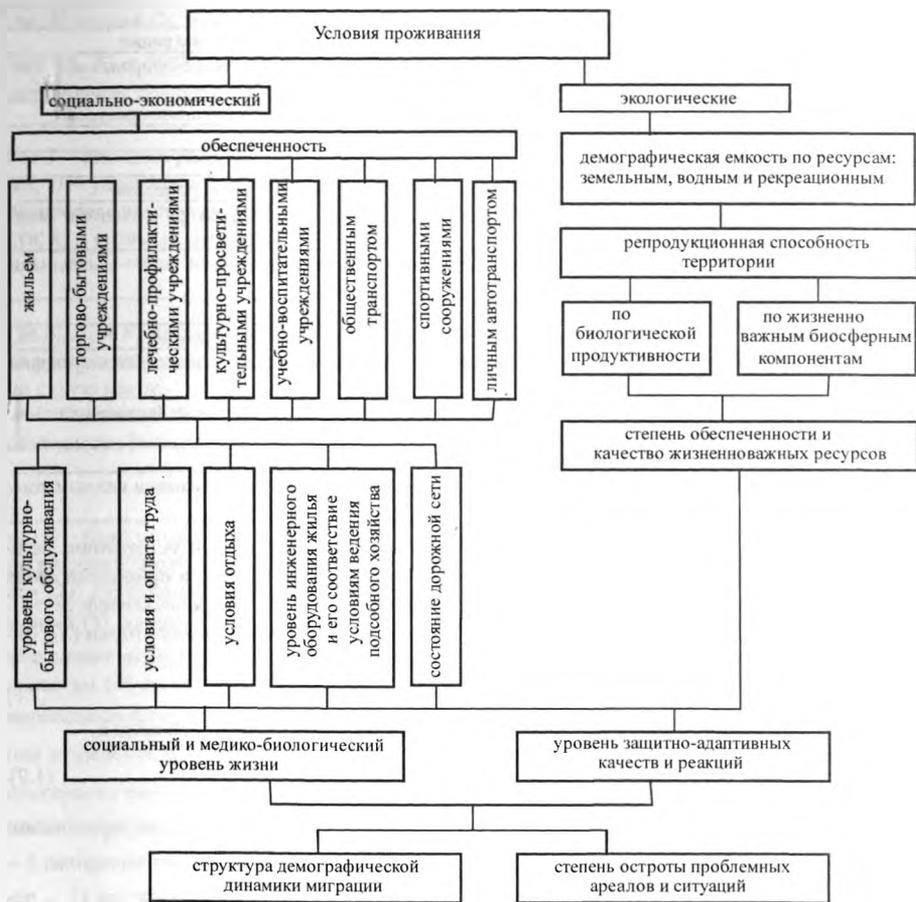


Рисунок 1.14 – «Дерево последствий» для условий проживания II порядка

Таблица 1.1 – Сводная таблица оптимальной системы оценочных показателей аспектов процессов трансформации и создания социозогеосистем

Аспект	Оценочные показатели
Эколого-географический	Репродукционная способность территории по продуктивности и компонентам биосферы
	Уровень реакции ландшафта на систему мероприятий по защите и устранению негативных процессов
Социально-экологический	Интенсивность развития негативных процессов в природной среде
	Степень обратимости антропогенных процессов
	Степень антропоактивности элементов природной среды
	Коэффициент геохимической активности территории
Социально-географический	Социальный и медико-биологический уровень жизни
	Степень использования биосферных ресурсов
	Степень изъятия биосферных ресурсов

Аспект	Оценочные показатели
Экитический	Структурный коэффициент демографической динамики и миграции
	Степень пригодности и качество выполнения ландшафтно-природными комплексами жизненных функций
Демографический	Демографическая емкость по земельно-водным и рекреационным ресурсам
Социально-экономический	Экологическая емкость территории
	Комплексный показатель почвенного плодородия
	Степень взаимодействия природных и производственных процессов
	Уровень критического воздействия на динамику и структуру элементов ландшафта
	Демографическая емкость территории по обеспеченности водно-земельными ресурсами
Морально-психологический	Уровень генетического груза человеческой популяции
	Степень обеспеченности оптимального уровня комфорта жизни
Административно-правовой	Вероятность пространственно-временного создания оптимальных условий проживания
	Степень антропоустойчивости территории к антропогенным (рекреационным, транспортным, производственным) нагрузкам
	Индекс репродукции
	Удельная репродукционная способность территории по жизненно важным компонентам биосферы

Уровень реакции ландшафта на систему мероприятий по защите и устранению негативных последствий ( $X_2$ ), интенсивность развития негативных процессов в природной среде ( $X_3$ ), степень обратимости антропогенных процессов ( $X_4$ ), степень антропоактивности элементов природной среды ( $X_5$ ) и коэффициент геохимической активности территории ( $X_6$ ) определяются соответственно по зависимостям:

$$X_2 = K_u \cdot X_3 \cdot X_{11} \cdot X_{15}, \quad (1.8)$$

где  $K_u$  – индекс оптимальности капитальных вложений на охрану природной среды;

$$X_3 = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \cdot \beta_{kj}; \quad X_4 = \sum_{i=1}^5 k_i \cdot c_{ki}, \quad (1.9)$$

где  $i$  – индекс расчетного критерия ( $i=1, 2, \dots, n$ );  $j$  – индекс эксперта ( $j=1, 2, \dots, m$ );  $\alpha_{ij}$  – оценка  $i$ -го критерия  $j$ -ым экспертом;  $\beta_{kj}$  – оценка  $k$ -го элемента по  $i$ -му критерию  $j$ -ым экспертом;  $k_i$  – балльная оценка обратимости антропогенных процессов по областям проявления (1 – поверхностные воды; 2 – подземные воды; 3 – почва, 4 – флора; 5 – фауна),  $C_{ki}$  – корректирующие временно-пространственные коэффициенты случайности ( $C_{ki}=0,6\dots 2,1$ );

$$X_5 = \frac{1}{X_{21}}; \quad X_6 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{T_i \cdot I_1^i \cdot I_2^{ii} \cdot I_3^{iii}}{T \cdot I_3^i \cdot I_3^{ii} \cdot I_3^{iii}} \right), \quad (1.10)$$

где  $T_i$  и  $T$  – площадь расчетной системы и общая площадь региона соответственно;  $I_1^i$  и  $I_2^{ii}$  – коэффициент интенсивности превращения органических и минеральных веществ в почвах расчетной и эталонной ландшафтно-геохимической системы соответственно;  $I_2^{ii}$  и  $I_3^{iii}$  – то же в атмосфере;  $I_1^{iii}$  и  $I_3^{iii}$  – то же, только по интенсивности выноса техногенных элементов за пределы расчетной системы.

Оценочные показатели социально-географического, экитического и демографического аспектов определяются по следующим зависимостям:

$$X_8 = k_u^1 \cdot k_u^2 \cdot k_u^3; \quad X_9 = 1/(1 - X_8), \quad (1.11)$$

где  $k_1^1$  – доля  $O_2$ , потребляемого человеком из всего запаса, даваемого наземной растительностью;  $k_2^2$  – доля  $H_2O$ , продуктивно потребляемой человеком из общего запаса;  $k_3^3$  – доля потребления продукции фотосинтеза в качестве пищи;

$$X_{12} = 10 \cdot T \cdot L \cdot k_1 / H \cdot M + 100 \cdot B \cdot C / k_2 \cdot M, \quad (1.12)$$

где  $T$  – площадь региона;  $L$  – лесистость;  $k_1$  – коэффициент обеспеченности зелеными зонами;  $H$  – удельная нормативная потребность в рекреационной территории;  $M$  – коэффициент распределения при отдыхе;  $B$  – длина рекреационных водотоков;  $C$  – коэффициент пляжности;  $k_2$  – удельная нормативная пляжность;

$$X_{13} = \left( \sum_{i=1}^n B_i + \sum_{j=1}^m A_j + \sum_{k=1}^c Y_k \right) \cdot k_n, \quad (1.13)$$

где  $B_i, A_j$  и  $Y_k$ , возможная в данных условиях биомасса  $i$ -го биогеоценоза,  $j$ -го агроценоза и  $k$ -го урбоценоза соответственно;  $k_n$  – переводной коэффициент биопроductивности в абсолютную сухую массу.

Оценочные показатели социально-экономического и морально-психологического аспекта могут быть определены по следующим зависимостям:

$$X_{14} = B \cdot C_\phi \cdot K; \quad X_{15} = \sum_{i=1}^5 k_i / 5; \quad X_{16} = P'_\phi / P_{\min}^{kp}, \quad (1.14)$$

где  $B$  – балл угодья;  $C_\phi$  – цена балла в единицах продукции;  $K$  – поправочный коэффициент на вид продукции;  $k_i$  – балльные оценки параметров зоны распространения (1), интенсивности (2), длительности проявления ситуаций (3), частоты проявления (4) и обратимости ситуаций (5) соответственно;  $P_\phi$  и  $P_{\min}^{kp}$  – соответственно фактическое и критически допустимое значение функции нарушения динамики и структуры элементов природной среды по  $i$  областям ( $P_i$  собственно геосистемы;  $P_2$  – их элементы;  $P_3$  – процессы, определяющие их нормальное функционирование). При этом  $P_1^0$  определяет вероятность их функционирования в пределах допустимых изменений;  $P_2^0$  – вероятность того, что основные элементы геосистемы не выйдут за допустимые пределы, а  $P_3^0$  – вероятность того, что технология природопользования не вызовет катастрофических изменений в биосфере.

$$X_{17} = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_i \cdot k}{P_0'} \right) + \sum \left( \frac{\mathcal{E}_j \cdot T_j}{P_c} \right) \right] \cdot \frac{\Pi}{T_\phi \cdot E}; \quad X_{19} = \frac{1}{k_c} \cdot b_k, \quad (1.15)$$

где  $P_i$  – экологически допустимый к изъятию объем воды из  $i$ -го водотока;  $P_0'$  – нормативная удельная водообеспеченность;  $k$  – расчетный экологический коэффициент разбавления вод;  $\mathcal{E}_j$  – эксплуатационный модуль подземного стока  $j$ -о региона;  $T_j$  – площадь  $j$ -го региона;  $P_c$  – специальная нормативная удельная водообеспеченность;  $T_\phi$  – площадь «благоприятной» территории для сельхозиспользования;  $\Pi$  – нормативная удельная потребность в сельхозугодьях;  $E$  – коэффициент несельскохозяйственного использования земель;  $K_c$  – суммарный уровень социальных факторов, определяющих комфорт жизни;  $b_k$  – коэффициент временного роста уровня комфорта.

Не менее значимы и оценочные показатели административно-правового аспекта:

$$X_{21} = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot T_i / Y_a \cdot T; \quad X_{22} = \Pi_i / \Pi_{\text{опт}}; \quad X_{23} = \sum_{i=1}^n C_i \cdot T_0 \cdot k_i, \quad (1.16)$$

где  $Y_i$  и  $Y_a$  – коэффициенты устойчивости к антропогенным воздействиям  $i$ -ой территории и эталонной ландшафтной системы соответственно;  $T_i$  и  $T$  – площадь  $i$ -ой территории и всего региона соответственно;  $\Pi_i$  и  $\Pi_{\text{опт}}$  – показатели фактической и оптимальной репродукционной способности территории по жизненно важным компонентам биосферы (1 – вода; 2 – воздух; 3 – продукция фотосинтеза) соответственно;  $C_i$  – годовое производство органического

вещества  $i$  растительным сообществом;  $T_0$  – площадь, занимаемая  $i$ -ым растительным сообществом;  $k_i$  – переводной коэффициент биомассы в жизненно важные компоненты биосферы.

Для решения этих управленческих и прогнозных проблем и задач можно использовать следующие группы решений и подходов (рис. 1.15).



Рисунок 1.15 – Возможные группы решений (подходов) задач управления объектами и прогнозирования в области природопользования и природообустройства

Каждый из подходов обладает своими особенностями, но все они позволяют в той или иной мере учесть конфликтность среды существования, развития и функционирования геосистем, а также многокритериальность, неопределенность, случайность действий и противодействий и многозначность их описания.

Конфликтная природа геосистем требует формализации неопределенной (неоднозначной, недостоверной, неизвестной) информации методами математических теорий. Наиболее эффективными являются теории вероятности, ошибок, интервальных средних, субъективных вероятностей, многозначной логики нечетких множеств и нечетких мер и интегралов.

Применимость всех этих теорий для решения конкретных задач зависит от особенностей учета ими факторов неопределенности (табл. 1.2). Анализ таблицы позволяет отметить, что одной из наиболее эффективных математических теорий при решении рассматриваемых

проблем с характерной для них множественностью неопределенностей является теория нечетких интегралов, множеств и мер, базирующихся на нечетких процессах.

Таблица 1.2 – Применимость математических теорий для решения задач и проблем в области природопользования

Учитываемая характеристика неопределенности	Возможности теорий по учету факторов неопределенности						
	Вероятности	Ошибок (интервальных моделей)	Интервальных средних	Субъективных вероятностей	Многозначной логики	Нечетких множеств	Нечетких мер и интегралов
Физическая числовая неопределенность	+	+	+	+	-	+	+
Физическая нечисловая неопределенность	+	-	+	+	+	+	+
Противоречия между точностью и неопределенностью	-	-	+	+	+	+	+
Возможность количественной оценки неопределенности	+	-	-	+	-	+	+
Эффективность формализации полного незнания	-	+	+	+	+	+	+
Требования жесткого определения всех событий, факторов и характеристик	-	+	+	-	+	+	+
Возможность эффективного учета взаимовлияния неопределенности	-	-	-	-	+	-	+
Возможность получения оптимистических и пессимистических оценок и уровня доверия к ним	+	-	+	+	-	+	+
Единство подхода к представлению точных, неполных, неопределенных и нечетких знаний	-	-	-	-	-	-	+
Возможность работы с неопределенной информацией на базе малых статистических выборок	-	+	+	-	+	+	+

Примечание: (+) – возможен, (-) – невозможен учет факторов неопределенности.

Основу решения проблем методами теории нечетких интегралов, множеств и мер составляет формализация нечетких данных. Рассмотрим формализацию нечетких данных для оценки уровня риска  $d \in D$  формирования критической экологической устойчивости агроландшафтных систем (табл. 1.3).

При формализации использованы  $q$  – нечеткие меры, следующим образом зависящие от параметра нормировки:

$$\left. \begin{aligned} M_n \in -1 < \lambda < 0; \quad M_{\sigma} \in \lambda = -1; \quad M_H \in \lambda > 0; \\ M_D \in \lambda > 0; \quad M_{op} \in \lambda = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Что касается любых четких данных, то они представимы примитивным классом мер, т. е. мерами Дирака и

$$\mu(d) = \begin{cases} 1, & x_0 \in A; \\ 0, & x_0 \notin A, \quad -\infty < \lambda < \infty \end{cases} \quad (1.18)$$

где  $x_0$  – заданный элемент в пространстве (носителе меры)  $X$ .

Бесспорно, такая формализация нечетких данных не ограничивает всего спектра возможностей формализации. При необходимости в каждой конкретной решаемой задаче могут использоваться и другие варианты формализации, позволяющие более широко описать спектр разнородных и малодостоверных данных.

Однако на сегодня теория нечетких множеств, мер и интегралов в области решения проблем оптимального природопользования и природообустройства практически не используется, а отдается предпочтение менее сложным теориям – случайных (марковских) процессов, вероятности и ошибок с элементами многозначной логики, базирующихся на стохастических дифференциальных уравнениях.

Таблица 1.3 – Формализация нечетких данных для оценки уровня риска

№ п/п	Описание данных	Формализованное представление данных
1	Полная уверенность, что риска нет	$\mu(d) = \begin{cases} 0, & d \in D \setminus \{6\} \\ 1, & d = 6 \end{cases}$
2	Полная уверенность, что риск есть, но тяжело оценить его значение	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & \mu(\cdot) = M_{\text{в}}(\cdot), d \neq 6 \\ \lambda \in [0,1] \mu(\cdot) = M_n(\cdot), M_D(\cdot), d \neq 6 \\ 0, & \mu(\cdot) = M_H(\cdot), d = 6 \end{cases}$
3	Полная уверенность, что риск есть, однако известно, что его значение от минимального до допустимого	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & d \in [2,3] \\ 0, & d \notin [2,3] \\ 0, & d = 6 \end{cases}$
4	Полная уверенность, что риск есть, но значение его четко неизвестно	$\mu(d) = \begin{cases} \varphi(d), & d \in D \setminus \{6\} \\ 0, & d = 6 \end{cases}$ $\varphi(d)$ – распределение нечёткости для риска низкого уровня
5	Полная уверенность, что риск допустимый	$\mu(d) = \begin{cases} 0, & d \in D \setminus \{3\} \\ 1, & d = 3 \end{cases}$
6	Вполне правдоподобно, что есть риск достаточно высокого уровня, но имеется и ненулевая возможность $\lambda$ что риска нет	$\mu(d) = \begin{cases} M_n, & d \in D \setminus \{6\} \\ \lambda, & d = 6 \end{cases}$ $M_n$ – распределение меры правдоподобия для риска высокого уровня
7	Неизвестно есть риск или нет, но если есть, то его величина вообще неизвестна	$\mu(d) = \begin{cases} 1, & \mu(\cdot) = M_{\text{в}}(\cdot) \\ \lambda \in [0,1] \mu(\cdot) = M_n(\cdot), M_D(\cdot) \\ 0, & \mu(\cdot) = M_H(\cdot) \end{cases}$
8	Вполне возможно, что риска нет, но имеется и не нулевая возможность, что он есть и не выше критического	$\mu(d) = \begin{cases} \lambda, & d < 3 \\ 0, & d \geq 3 \\ 1, & d = 6 \end{cases}$

Примечание: 1 – событие возможно; 2 – событие невозможно;  $M_n$  – мера правдоподобия;  $M_{\text{в}}$  – мера возможности;  $M_H$  – мера необходимости;  $M_D$  – мера доверия;  $M_{\text{вп}}$  – мера вероятности. Оценка риска:  $D = (1$  – риск отсутствует, 2 – минимальный, 3 – допустимый, 4 – критический, 5 – недопустимый, 6 – неизвестно, является ли это риском);  $\mu$  – функция принадлежности;  $\lambda$  – параметр нормировки.

На рисунке 1.16 представлена обобщенная принципиальная схема системы прогнозирования изменений природной среды, в которую мониторинговая модель входит составной частью.

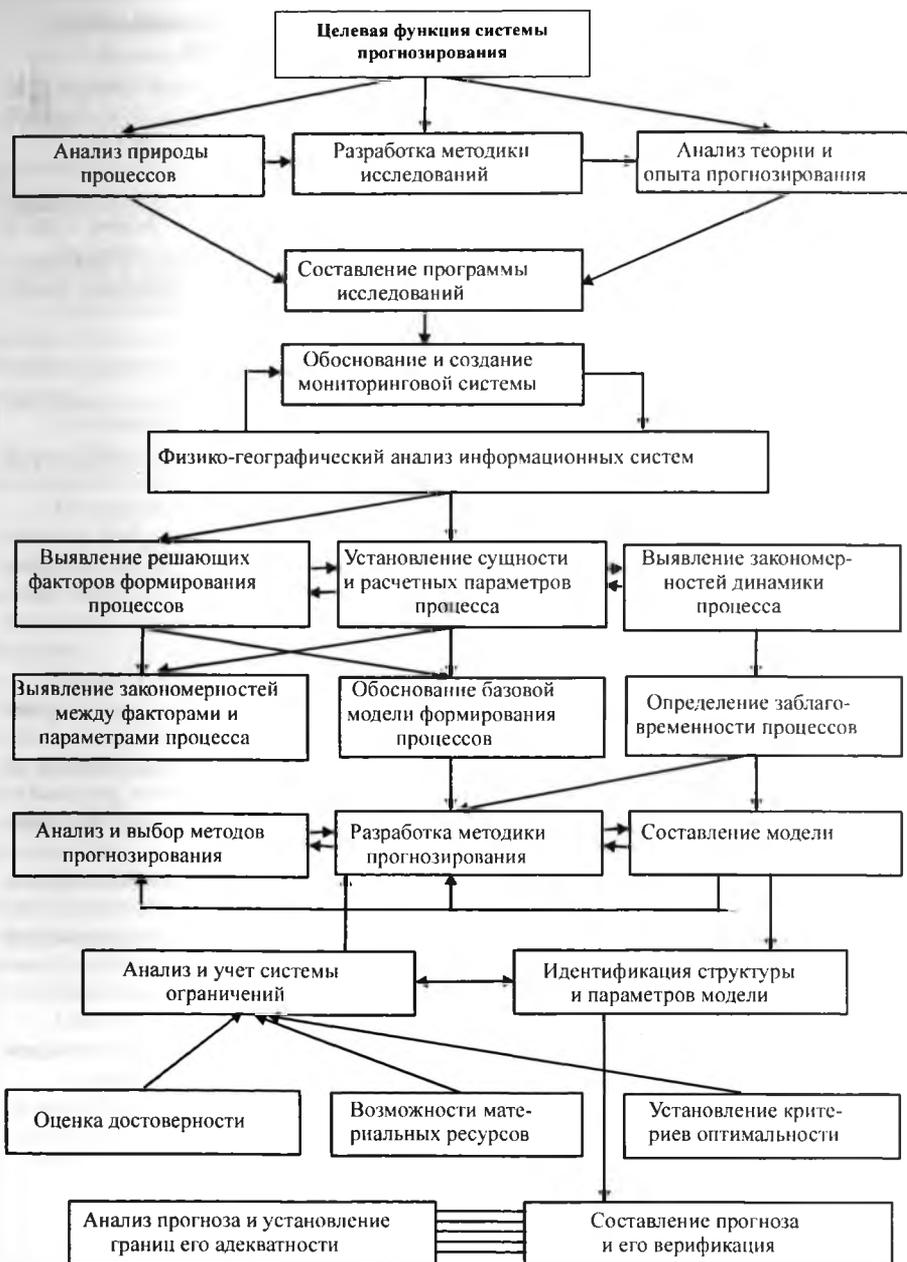


Рисунок 1.16 – Принципиальная схема системы прогнозирования изменений природной среды

## 2. ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ТЕРРИТОРИЙ ПО ОЦЕНКЕ ПОСЛЕДСТВИЙ

Используя опыт классификации чрезвычайных ситуаций в странах СНГ, а также дальнего зарубежья, комплексную классификационную схему воздействий можно представить в следующем виде:

### **а) по факторам формирования:**

- *природные* (метеорологические, орографические, геофизические, гидрографические, геологические, почвенные, фауно-флористические, биологические);
- *социально-экономические* (демографические; физическое, химическое и биологическое загрязнение; промышленно-транспортный, бытовой, санитарно-гигиенический, эпидемический и психотравмирующий статус);
- *комплексные* (ландшафтные, зональные и планетарные);

### **б) по поражающим факторам:**

- *первичные* (разрушение, оползни, сели, лавины, электромагнитные или световые воздействия);
- *вторичные* (загазованность, загрязнение, заражение, т.е. следствие первичного воздействия на потенциально опасный элемент объекта);

### **в) по направленности:**

- *экологические* (обратимые и необратимые изменения природной среды);
- *психологические* (стрессовое состояние, депрессия, страх, паника, фобии);
- *политические* (повышенная конфликтность, напряженность);
- *экономические* (ущерб и затраты на восстановление);
- *организационно-управленческие* (прогноз, контроль);

### **г) по тяжести последствий и масштабу распространения:**

- *локальные* (не выходящие за пределы санитарно-защитной зоны с нарушением условий жизнедеятельности не менее 100 человек);
- *местные* (не выходящие за пределы муниципального образования с нарушением условий жизнедеятельности до 300 человек);
- *региональные* (охватывающие несколько районов с нарушением условий жизнедеятельности до 500 человек);
- *республиканские* (охватывающие территориально не менее двух субъектов с нарушением условий жизнедеятельности до 1000 человек);
- *трансграничные* (последствия воздействия распространяются на несколько областей или смежных государств);

### **д) по скорости распространения опасности:**

- *внезапные* (взрывы, аварии, землетрясения);
- *с быстро развивающейся опасностью* (аварии с выбросом газообразных отравляющих веществ; гидродинамические аварии с образованием волн прорыва, пожары);
- *с опасностью, распространяющейся с умеренной скоростью* (аварии с выбросом радиоактивных веществ, аварии на коммунальных системах, наводнения);
- *с медленно распространяющейся опасностью* (аварии на промышленных очистных сооружениях, засухи, эпидемии);

### **е) по характеру происхождения:**

- *техногенные* (аварии, взрывы, пожары);
- *природные* (опасные геофизические, метеорологические и гидрологические явления, инфекционные, эпидемии, лесные, болотно-торфяные и подземно-сланцевые пожары);
- *экологического характера* (связанные с изменениями состояния суши, состава атмосферы, гидросферы и биосферы);

**ж) по масштабности экологических последствий:**

– с *формированием зон чрезвычайной экологической ситуации* (устойчивые отрицательные изменения в окружающей среде, угрожающие здоровью населения, состоянию естественных экологических систем, генетических фондов растений и животных);

– с *формированием зон экологического бедствия* (глубокие необратимые изменения окружающей среды, повлекшие за собой существенное ухудшение здоровья населения, нарушение природного равновесия, разрушение естественных экологических систем, деградацию флоры и фауны).

Не менее существенная проблема – дифференциация территорий по оценке последствий и соответственно экологическому риску.

С практической точки зрения можно выделить три основных метода оценки риска: анализ статистических данных по неблагоприятным событиям, имевшим место в прошлом; теоретический анализ структуры причинно-следственных связей процессов; экспертный подход.

Для оценки вероятности наступления неблагоприятных событий (риск-ситуаций) наиболее приемлемыми являются: метод построения деревьев событий; метод событий-последствий; метод деревьев отказов; метод индексов опасности.

Независимо от принятых методик оценок рисков их последствия должны анализироваться по всем группам как прямых, так и косвенных последствий (рис. 2.1). При этом любая дифференциация (типизация) территории по рискам должна осуществляться в четыре этапа: отбор типологических признаков и обоснование соответствующих критериев; разработка принципиальной типологии регионов; анализ дифференциации территории; собственно типизация.

Так как каждый регион по-своему реагирует на происходящее на его территории, а разнообразие реакций отражает не столько стечение случайных обстоятельств, сколько проявление определенных закономерностей, связанных с множеством факторов возникновения последствий, то в качестве типологических признаков нужно принимать показатели-индикаторы, в наибольшей степени отражающие характер и масштабы последствий. Естественно, типологические признаки должны соответствовать основополагающим принципам системности.

Для рассматриваемого случая предложены девять показателей, по три для каждой из трех классификационных групп. Взятые вместе, они образуют комплекс интегральных показателей, необходимых и достаточных для выявления причинно-следственных связей между специфическими особенностями регионов и характером возможных последствий проявления стихийных бедствий.

**Классификация последствий стихийных бедствий (СБ):**

– *класс природных (естественных) признаков* (разнообразие, сила, частота);

– *класс социально-экономических признаков:*

– подкласс населенческих (социальных) признаков (средняя плотность населения, уровень урбанизации, экономическое положение);

– подкласс народнохозяйственных (экономических) признаков (уровень развития, экономический потенциал, антропогенная обусловленность).

Большинство выбранных классификационных признаков широко распространены и традиционно используются в науке и практике, в чем и состоит их привлекательность для использования.

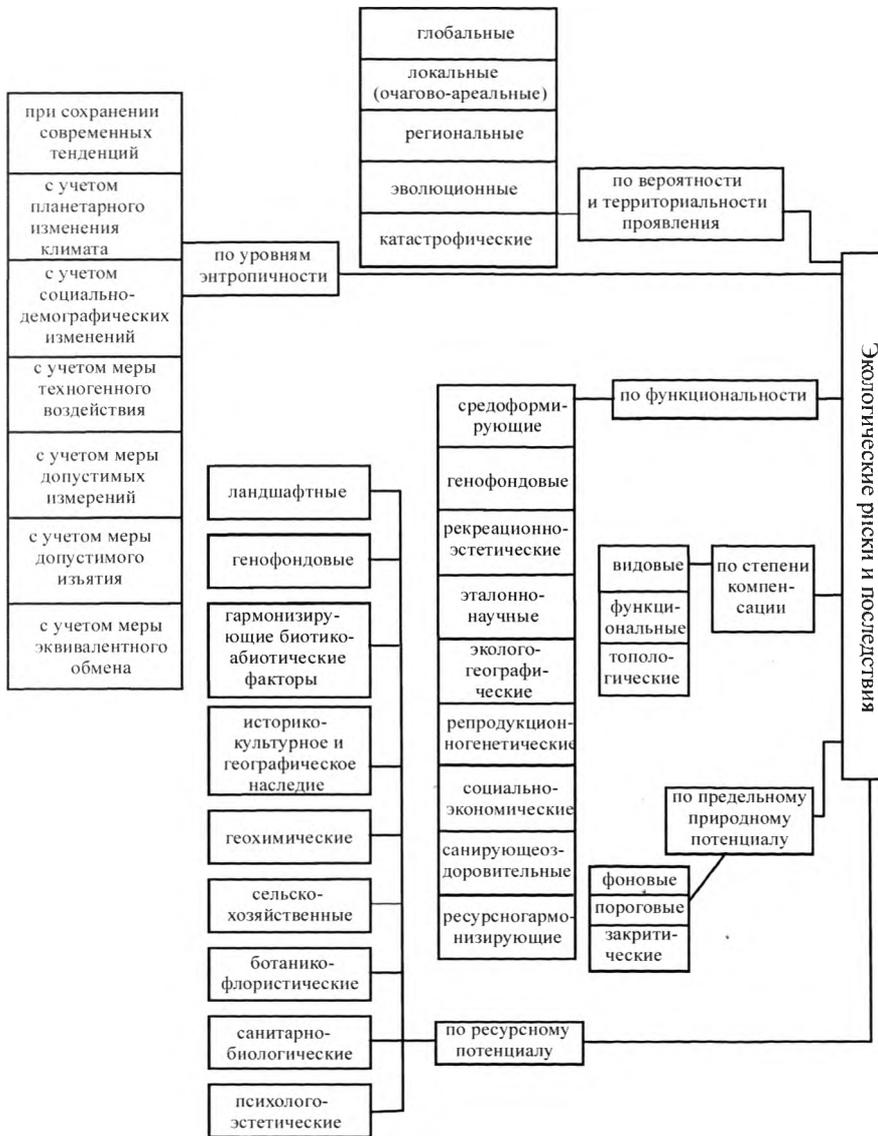


Рисунок 2.1 – Классификация экологических рисков по последствиям

Каждый из предложенных типологических признаков оценивается по трехчленной шкале, фиксирующей *низкое* (Н), *среднее* (С) и *высокое* (В) их значения. В качестве критериев отнесения конкретных значений типологических признаков к одной из трех названных групп предлагаются следующие условия.

*Разнообразие СБ*: Н – минимальное (1–3) количество существенных по своим последствиям, фиксируемых в регионе; С – число видов (от 3 до 10) существенных СБ, присущее большинству регионов страны; В – заметно превышающее средние по стране региональные показатели количество видов (около 10 и более) СБ, относящихся к различным по генезису природным явлениям.

*Сила СБ*: Н – минимальное проявление ЧС природного происхождения, имеющих, как правило, локальный характер и не связанных с человеческими жертвами и значительным экономическим ущербом; С – масштабы последствий имеют общерегиональный характер, требуют значительных затрат средств и времени на их преодоление; фиксируются отдельные человеческие жертвы; В – катастрофические последствия, выражающиеся в значительных человеческих жертвах и невосполнимом экономическом ущербе, предполагающем помощь региону из общенациональных и международных источников.

*Частота СБ*: Н – минимальная повторяемость СБ, реже одного раза в жизни поколения людей; С – частота, воспринимаемая местным населением и органами управления как обычная для представленных в регионе видов; В – повторяемость, обуславливающая катастрофические последствия для населения и хозяйства вследствие невозможности их адаптации к ним.

*Средняя плотность населения*: Н – с показателями менее средних по стране, т.е. менее 9 чел. на 1 км<sup>2</sup>; С – характерная для большинства регионов страны – в диапазоне от 9 до 30 чел. на 1 км<sup>2</sup>; В – экстремальная для регионов страны, превышающая 30 чел. на 1 км<sup>2</sup>.

*Уровень урбанизации*: Н – доля городского населения составляет менее 50 %, плотность городского населения – менее 4 чел. на 1 км<sup>2</sup>; С – доля колеблется в диапазоне от 50 до 70 %, а плотность – в диапазоне от 4 до 40 чел. на 1 км<sup>2</sup>; В – доля городского населения превосходит общий для страны показатель и составляет более 70 %, а плотность городского населения превышает 40 чел. на 1 км<sup>2</sup>.

*Экономическое положение населения*: Н – сбор налогов на 1 чел. менее 50 % от среднего для страны показателя, уровень бедности населения – ниже 30 %, уровень безработицы – более 11 %; С – те же показатели, %: от 50 до 100; от 20 до 30; от 6 до 11 соответственно; В – те же показатели, %; выше средних для страны показателей, т.е. более 100, ниже 20 %: менее 6 соответственно.

*Уровень развития*: Н – менее 0,5 от принятого за 1 среднего показателя для Российской Федерации по состоянию на 1997 г.; С – в диапазоне от 0,5 до 1; В – выше среднего для страны в целом, т.е. более 1.

*Экономический потенциал*: Н – менее 0,5 от принятого за 1 среднего показателя для России по состоянию на 1997 г.; С – в диапазоне от 0,5 до 1; В – выше среднего для страны в целом, т.е. более 1.

*Антропогенная обусловленность*: Н – характерна для территорий с преобладанием экстенсивного сельского хозяйства, традиционного лесного и охотничьего хозяйства при отсутствии на них производств и объектов с повышенным экологическим риском; С – присуща территориям с экстенсивным сельским и лесным хозяйством и распространением промышленных производств 2-го и низших классов санитарной вредности, предприятий горной промышленности и средней для страны насыщенности транспортной и прочей производственной инфраструктурой, В – свойственна для регионов с предприятиями 1-го класса санитарной вредности, т.е. объектами и сетями инфраструктуры повышенного экологического риска.

В экономических подходах при оценке ущербов окружающей среде, наиболее широко применяются два метода: прямой счет и косвенная оценка.

Основная особенность прямого счета заключается в том, величина экономического ущерба определяется непосредственно для конкретного объекта путем прямого калькулирования различных составляющих потерь, выраженных в стоимостной форме, на основе объективных методов их выявления. Прямой счет на практике реализуется тремя методами: контрольных районов, аналитических зависимостей и комбинированным. Косвенная оценка экономического ущерба предполагает использование системы нормативных показателей, которые отображают зависимость негативных последствий загрязнения от основных ущербобразующих факторов.

На сегодня имеется ряд региональных и глобальных моделей, описывающих социальные-природные и экономические процессы в их взаимодействии.

Наиболее полной является эколого-экономическая модель вида:

$$\left. \begin{aligned} B^{(z)}\omega + p + v' - v'; \\ \dot{X} = u; \\ v = Av + Bu + A^{(z)}z + \dot{X}^{(z)} = \omega; \\ \dot{R} = Q(R - R^*) - (Cv + Du) - Fp - D^{(z)}w + Jz + \alpha N + r' - r''; \\ 0 \leq v \leq V(t, X, R); 0 \leq z \leq Z(t, X^{(z)}, R), \end{aligned} \right\}, \quad (2.1)$$

где  $v$  и  $p$  – вектор производства продукции и непроизводственного потребления;  $v$  и  $\omega$  – скорости капиталовложений в основные и восстановительные фонды;  $z$  – интенсивность экзогенных (по отношению к природной среде) восстановления ресурсов;  $\dot{X}, \dot{X}^{(z)}$  – количество основных и восстановительных фондов;  $R$  – вектор показателей, характеризующих состояние природной среды;  $r', r''$  – естественные потоки природных ресурсов;  $v', v''$  – ввоз и вывоз продуктов;  $A, A^{(z)}$  – матрицы удельных прямых затрат;  $B, B^{(z)}$  – матрицы фондообразующих затрат;  $Q$  – матрица коэффициентов самовосстановления и взаимовлияния природных ресурсов;  $C$  – матрица удельных ресурсов затрат;  $F$  – матрица затрат ресурсов при непроизводственном потреблении;  $\alpha$  – вектор коэффициентов, характеризующих антропогенную непромышленную нагрузку на природные ресурсы;  $R^*$  – невозмущенное состояние природных ресурсов;  $V(t, X, R), Z(t, X^{(z)}, R)$  – производственные функции мощности выпуска в зависимости от времени, основных фондов и состояния природных ресурсов.

Важнейшей особенностью модели является возможность все многообразие объектов и процессов свести к небольшому числу категорий – ресурсам, продукции, потреблению, восстановлению и т. п.

Взяв за основу то, что мощности основных и восстановительных отраслей линейно зависят от фондов  $V = \alpha_1 \cdot X, Z = \alpha_2 \cdot X^{(z)}$ , данную модель можно минимизировать функционалом вида

$$I = - \int_0^T (p'p - (R - R^*)' \beta (R - R^*)) dt, \quad (2.2)$$

где первое слагаемое характеризует величину суммарного непроизводственного потребления, второе – степень отклонения природных ресурсов среды от невозмущенного (естественного) их состояния.

Однако практически реализовать эту модель для регионов очень проблематично.

Существенно важное значение для практики имеет и оценка потенциальной возможности возникновения экологических ситуаций.

Любая чрезвычайная экологическая ситуация (ЧЭС) обуславливает нарушение некоторого территориально-производственного комплекса (ТПК) или ТКНХ (территориального комплекса народного хозяйства), явившееся следствием внезапных природных или техногенных воздействий, выражающееся в социальном, экономическом и (или) экологическом ущербе.

Число и тяжесть ЧЭС сегодня стали мерой социально-экологического несовершенства ТПК (ТКНХ), так как их повторяемость чаще всего зависит от плотности населения, используемой доли территории, опыта оптимального природопользования и технологической сложности производств и коммуникаций, а тяжесть – от меры насыщения производств опасными технологиями и веществами.

Число ЧЭС в некоторой мере зависит и от проявления эффекта «несовместимости», т.е. ситуации, при которой некоторые виды даже нормально функционирующих производств являются вредоносными для других видов.

Независимо от происхождения и типа в развитии любой ЧЭС можно выделить четыре характерных стадии (фазы): зарождения, инициирования, кульминации и затухания (ликвидации последствий).

На *стадии зарождения* складываются условия, предпосылки будущей ЧЭС: активизируются природные процессы; накапливаются проектно-производственные дефекты сооружений и многочисленные технические неисправности; происходят сбои в работе оборудования, инженерно-технического персонала и т. д. Установить продолжительность стадии зарождения, причем весьма приблизительно, можно только с помощью регулярной статистики отказов, сбоев, «локальных» аварий, данных наблюдений сейсмических и метеорологических станций.

На *стадии инициирования* ЧЭС наиболее существенно влияние человеческого фактора.

На *кульминационной стадии* происходит высвобождение энергии или веществ, оказывающих неблагоприятное воздействие на население и окружающую среду, т.е. возникает собственно чрезвычайная экологическая ситуация.

Особенность этой стадии – цепной характер протекания, когда разрушительное действие иницирующего события многократно (иногда в сотни раз) усиливается вследствие вовлечения в процесс энергонасыщенных, токсичных и биологически активных компонентов.

*Стадия затухания* ЧЭС охватывает по времени период от локализации ЧЭС до полной ликвидации ее прямых и косвенных последствий. Продолжительность этой стадии может составлять годы, а то и десятилетия.

Все явления и процессы, сопровождающие ЧЭС, определяются поражающими факторами, которые в той или иной мере связаны с загрязнениями окружающей среды.

Можно выделить следующие виды загрязнений геосистем:

• *ингредиентное* – заключается в поступлении чуждых естественным экосистемам веществ;

• *параметрическое* – связано с изменением характеристик окружающей среды (радиационный фон, интенсивность электромагнитного излучения);

• *биоценотическое* – заключается в воздействии человеческой деятельности популяции живых организмов;

• *стабиально-деструктивное* – состоит в изменении природных ландшафтов и экосистем в процессе природопользования (урбанизация, эрозия почв, вырубка лесов, пожары).

На рисунке 2.2 приведена общая характеристика последствий при освоении водно-земельных ресурсов.

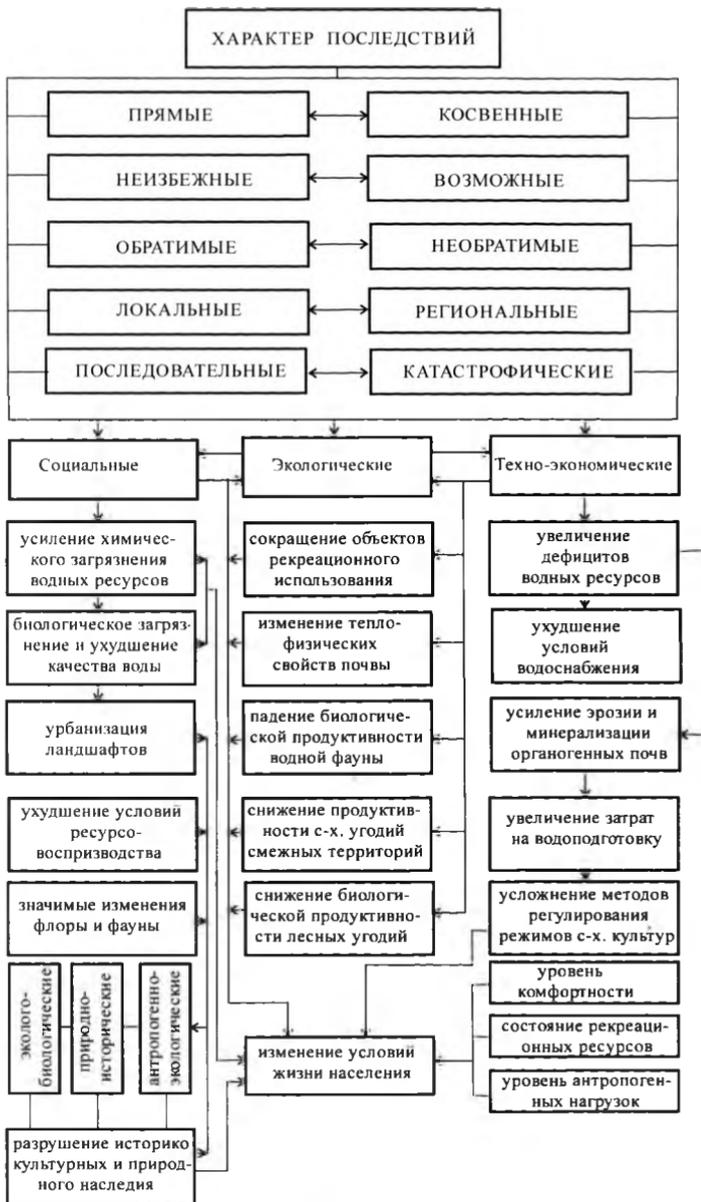


Рисунок 2.2 – Характер последствий при освоении водно-земельных ресурсов

### 3. ПЕРЕВОД ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ НА ЯЗЫК МАТЕМАТИКИ

Рассмотрим, как перевести экологические проблемы на язык математики, на практических задачах.

В связи с дружной весной возникла проблема переполнения водохранилища и вследствие этого назрела необходимость сброса излишней воды. Но в конечном итоге объем паводковой воды может быть недостаточным для заполнения опорожненного водохранилища. Как переполнение водохранилища, так и его повторное незаполнение может создать не одну экологическую проблему. Чтобы этого не случилось, необходимо определить время и оптимальную интенсивность понижения уровня.

Эта задача, как в основном и все другие задачи природопользования, состоит из трёх этапов:

- перевод условий задачи на язык математики (т. е. составление дифференциального уравнения);
- решение полученной задачи;
- анализ и оценка полученных результатов.

Составить дифференциальное уравнение – значит найти зависимость между аргументом, функцией и ее производной (или дифференциалом).

Исчерпывающих правил для составления дифференциальных уравнений нет, поэтому в большинстве случаев методика решения прикладных задач с применением обыкновенных дифференциальных уравнений сводится к следующему алгоритму:

- подробный разбор условий задачи и составление чертежа, поясняющего ее суть;
- составление дифференциального уравнения рассматриваемого процесса;
- интегрирование этого уравнения и определение его общего решения;
- определение частного решения задачи на основании данных начальных условий;
- определение по мере необходимости вспомогательных параметров (например, коэффициента пропорциональности и т. д.) с использованием для этой цели дополнительных условий задачи;
- вывод общего закона рассматриваемого процесса и числовое определение искомых величин;
- анализ ответа и проверка исходного положения задачи.

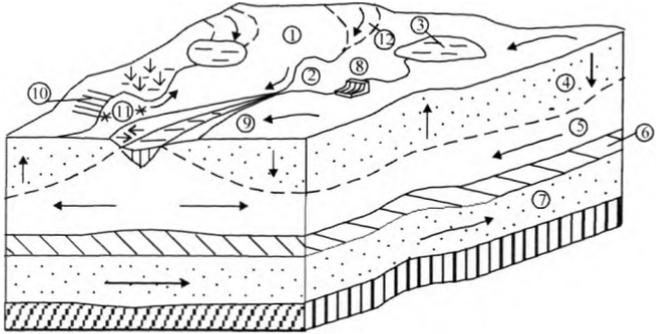
На рисунке 3.1 приведена схема объекта (региона) с соответствующей моделью (аналогом), исследование которой может быть осуществлено по любому принципу с учетом законов функционирования объекта и модели. Некоторые из этих рекомендаций в зависимости от характера задачи могут и не использоваться.

Как и при составлении алгебраических уравнений, при решении прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений многое зависит от навыков, приобретаемых упражнением. Однако здесь еще в большей степени требуются изобретательность и глубокое понимание сути изучаемых процессов. Можно делать упрощающие допущения, например заменять существующий сложный (криволинейный) элемент прикладной задачи более простым (прямолинейным), неравномерное движение материальной точки за малый промежуток времени равномерным, предполагать скорость протекания любого процесса за малый промежуток времени постоянной.

Идея замены одних бесконечно малых другими требует обязательного соблюдения эквивалентности заменяющего и заменяемого бесконечно малых элементов.

В математической модели задачи надо учитывать только основные параметры.

а)



б)

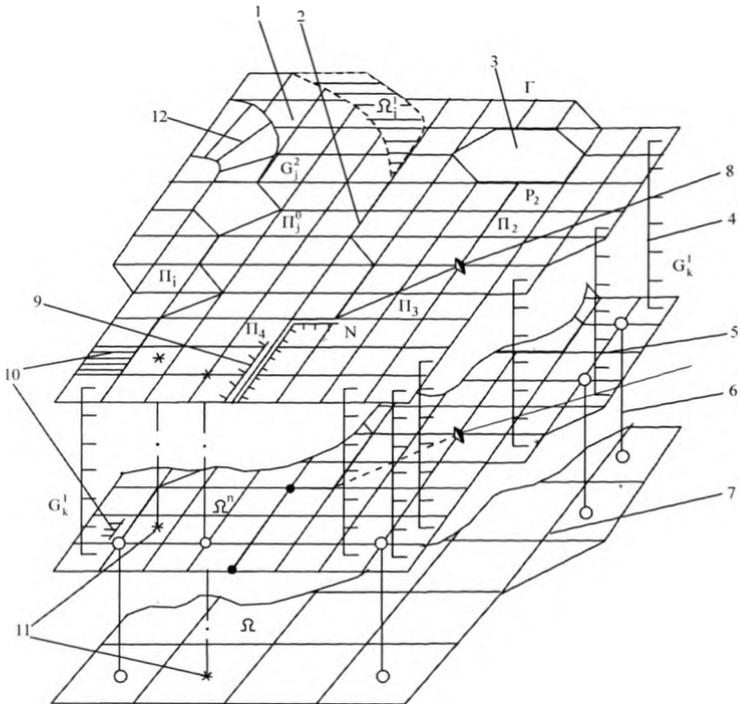


Рисунок 3.1 – Схема объекта (региона) (а) и модель (аналог) (б): 1 – поверхностный сток ( $G_k^2$ ); 2 – речная сеть ( $\Pi$ ); 3 – водоемы ( $\Gamma$ ); 4 – область фильтрационных и инфильтрационных потоков; 5 – область грунтовых вод ( $\Omega^h$ ); 6 – область напорных подземных вод ( $\Omega$ ); 7 – подземный сток; 8 – инженерные сооружения ( $N$ ); 9 – область пойменных процессов; 10 – область действия поверхностных водохозяйственных систем ( $P$ ); 11 – область действия глубинных хозяйственных систем; 12 – область склонового стока

Рассмотрим схему составления расчетного дифференциального уравнения.

#### Подготовительный этап

1. Установление в результате анализа задачи аргумента (независимой переменной) и искомой функции.
2. Исследование наличия конкретного смысла у производной искомой функции.
3. Поиск соотношения между дифференциалами переменных, если производная не имеет конкретного смысла.
4. Фиксирование произвольного значения аргумента и соответствующего ему значения функции; придание аргументу приращения и определения соответствующего приращения функции.

#### Основной этап

1. Нахождение соотношения между приращением  $\Delta y$  функции и приращением  $\Delta x$  ее аргумента, т. е. выражение  $\Delta y$  в виде функции  $\Delta x$  и  $x$ . Искомую функцию  $y$  можно также выразить элементарным суммированием ее последовательных приращений на отрезке от  $a$  до  $x$ .
2. Введение (в случае невозможности определения соотношения между  $\Delta x$  и  $\Delta y$ ) условного элемента, заменяющего приращение  $\Delta y$  искомой функции и характеризуемого условным приращением, которое получила бы искомая функция при наличии допущений, упрощающих характер ее изменения и не отражающихся на точности результата. Этот элемент принимается в качестве дифференциала искомой функции.
3. Проверка корректности допущений, которые по мере приближения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  к нулю с возрастающей степенью точности приближались бы к полной истинности. Уравнение, связывающее дифференциалы  $dy$  и  $dx$ , должно составляться на основе известных законов природы.
4. Установление зависимости между дифференциалами искомой функции  $dy$  и ее аргумента  $dx$  в общем случае в виде простейшего уравнения:

$$f(x, y)dx + \varphi(x, y)dy = 0$$

(или дифференциального уравнения более высокого порядка) на основе сделанных допущений, которые дают возможность заменить неравномерный процесс равномерным, используя общетеоретические законы или соотношения данной прикладной области.

5. Интегрирование полученного дифференциального уравнения задачи и определение искомой функции с учетом начальных (и дополнительных) условий.
6. Исследование полученного закона задачи в предельных случаях и изучение характера зависимости решений от параметров.

Любое дифференциальное уравнение первого порядка и первой степени относительно  $\frac{dy}{dx}$  может быть представлено в виде:

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0, \quad (3.1)$$

где  $M(x, y)$  и  $N(x, y)$  – функции от  $x$  и  $y$ .

Рассмотрим важнейшие методы решения уравнений этого типа.

Наиболее распространенным методом является разрешение относительно производной.

Разделив уравнение (3.1) относительно производной, получим:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{M(x, y)}{N(x, y)} = f(x, y). \quad (3.2)$$

Общее решение (3.1) имеет вид:  $Y = F(x, C)$ , где  $C$  – постоянная интегрирования.

Неполное дифференциальное уравнение – простейший частный вид уравнения (3.2)  $\frac{dy}{dx} = f(x)$ , в котором правая часть не зависит от искомой функции, решается непосредственным интегрированием:  $y = \int f(x) \cdot dx$ , или  $\frac{dy}{dx} = g(y)$ , откуда  $x = \int \frac{dy}{g(y)}$ .

А сейчас к решению самой проблемы.

На рисунке 3.2 представлена схема водохранилища с земляной плотиной, в которой устроен водоспуск в виде круглой бетонной трубы. Необходимо определить время понижения уровней воды до определенной отметки им полного опорожнения, так как ожидается большой приток воды из-за обильных дождей.

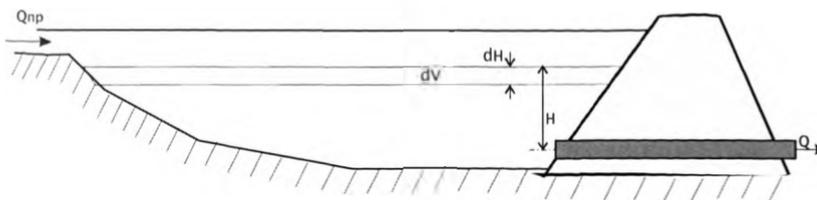


Рисунок 3.2 – Схема к расчету опорожнения водохранилища

Площадь поверхности воды в верхнем бьефе в общем случае будет выражаться следующей зависимостью –  $\Omega = f_1(H)$ , где  $H$  – напор воды в верхнем бьефе. Расход воды, вытекающей через водоспуск, определяется по формуле:

$$Q = \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = f_2(H), \quad (3.3)$$

где  $\mu_0$  – коэффициент расхода отверстия, учитывающий потери напора и степень сжатия струи;  $\omega$  – площадь поперечного сечения трубы водоспуска;  $g$  – ускорение свободного падения тела (ускорение силы тяжести).

Расход воды, поступающий в водохранилище ( $Q_{np}$ ), может изменяться с течением времени ( $t$ ):  $Q_{np} = f(t)$ .

Если  $Q_{np} > Q$ , то водохранилище будет наполняться, и уровень воды в нем должен подниматься до тех пор, пока не получится равенство  $Q_{np} = Q$ .

Если  $Q_{np} < Q$ , то водохранилище будет опорожняться, пока не установится такой напор ( $H$ ), при котором  $Q_{np} = Q$ .

Рассмотрим случай, когда  $Q_{np} < Q$ , и найдем время ( $t$ ), в течение которого уровень воды в верхнем бьефе не опустится до некоторого требуемого положения. При решении данной задачи рассуждаем следующим образом: за бесконечно малый отрезок времени  $dt$  из водохранилища сбросится объем воды, равный  $Q \cdot dt = \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot dt$ .

За этот же отрезок времени  $dt$  в водохранилище поступит объем воды, равный  $Q_{np} \cdot dt$ .

Изменение объема воды в водохранилище ( $dV$ ) можно представить двумя разными зависимостями:

с одной стороны,  $dV = Q_{np} \cdot dt - \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot dt$ , с другой стороны,  $dV = \Omega \cdot dH$ .

Приравняв правые части этих зависимостей, получим следующее дифференциальное уравнение:  $Q_{np} \cdot dt - \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot dt = \Omega \cdot dH$ .

Разделив переменные, имеем  $dt = \frac{\Omega}{Q_{np} - \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \cdot dH$ .

Интегрируя в пределах от  $H_1$  до  $H_2$ , получаем искомое время:

$$t = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega}{Q_{np} - \mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \cdot dH = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\Omega}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} - Q_{np}} \cdot dH. \quad (3.4)$$

В общем случае, когда  $\Omega \neq \text{const}$  или приток воды к водохранилищу является величиной переменной во времени, приведенное уравнение может быть решено только численными методами, например методом конечных разностей.

В частном случае, когда  $Q_{np} = 0$  и  $\Omega = \text{const}$ , т. е. площадь водного зеркала незначительно изменяется с изменением уровня воды, полученная зависимость упрощается и получает

$$\text{вид: } t = \frac{\Omega}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{H_2}^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}} = 2 \cdot \frac{\Omega}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (H_1 - H_2).$$

При изменении площади водного зеркала верхнего бьефа водохранилища по линейному закону, т. е.  $\Omega = a \cdot H$ , где  $a$  — некоторый линейный множитель, уравнение (3.4) примет вид:

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{H_2}^{H_1} \frac{a \cdot H \cdot dH}{\sqrt{H}} = \frac{a}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{H_2}^{H_1} \sqrt{H} \cdot dH = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (H_1^{3/2} - H_2^{3/2}). \end{aligned}$$

При изменении площади водного зеркала верхнего бьефа водохранилища по нелинейному закону, т. е.  $\Omega = a \cdot \sqrt{H}$ , уравнение еще более упрощается:

$$t = \frac{1}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{H_2}^{H_1} \frac{a \cdot \sqrt{H} \cdot dH}{\sqrt{H}} = \frac{a}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \int_{H_2}^{H_1} dH = \frac{a}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (H_1 - H_2). \quad (3.5)$$

Таким образом, закон изменения площади водного зеркала влияет на формулу определения времени опорожнения водохранилища.

Время полного опорожнения водохранилища ( $t_0$ ) при отсутствии притока воды в верхний бьеф ( $Q_{np} = 0$ ) можно получить, подставив  $H_2 = 0$ :

$$t_0 = \frac{a \cdot H_1}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g}} = \frac{a \cdot H_1^{3/2}}{\mu_0 \cdot \omega \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot H_1} = \frac{a \cdot H_1^{3/2}}{Q_1},$$

где  $Q_1$  — расход воды из водохранилища при напоре равном  $H_1$ .

**Расчет времени промывки водоема.** Из пруда емкостью  $V \text{ м}^3$ , наполненного дренажными водами, содержащими раствор некоторых солей, непрерывно вытекает вода через сбросной канал расходом  $q \text{ м}^3/\text{с}$ . В такое же время через водоподводящий канал поступает такое же количество воды  $q \text{ м}^3/\text{с}$ . Нужно найти закон изменения содержания солей в водоеме в зависимости от времени протекания воды через пруд.

Так как в данный момент  $t$  в пруде содержится  $x$  кг солей, следовательно, в каждом  $\text{м}^3$  раствора содержится  $x/V$  кг солей, а в  $q \text{ м}^3$   $qx/V$  кг.

Если бы в течение единицы времени, начиная с момента  $t$ , концентрация раствора оставалась неизменной, какой она была в момент  $t$ , то количество солей в пруде за эту единицу времени уменьшилось бы на  $qx/V$  кг; такова скорость уменьшения количества солей в пруде для момента  $t$ .

С другой стороны, производная:  $\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$  равна скорости прироста количества солей в момент  $t$ , поэтому скорость уменьшения количества соли в момент  $t$  равна  $-\frac{dx}{dt}$ .

$$\text{Итак, } -\frac{dx}{dt} = \frac{q \cdot x}{V}.$$

Разделяя переменные, получим:  $\frac{dx}{x} = \frac{q}{V} \cdot dt$ , откуда  $\ln x = -\frac{q}{V} \cdot t + \ln C_1$ .

Потенцируя, найдем:

$$x = C_1 \cdot \exp\left(-\frac{q}{V} \cdot t\right), \quad (3.6)$$

где  $C_1$  – произвольная постоянная.

Предположим, что в некоторый начальный момент  $t = 0$  количество солей в пруде равно  $c$  кг. Полагая в равенстве (3.6)  $t=0$ , найдем  $C_1=c$ .

Искомый закон изменения содержания соли имеет вид:  $x = c \cdot \exp\left(-\frac{q}{V} \cdot t\right)$ .

**Расчет времени химического загрязнения водоема.** В водоем было сброшено 10000 кг соли при начальном объеме воды 90000 м<sup>3</sup> и обнаружено, что в течение суток растворилась половина этого количества. Считая концентрацию насыщенного раствора соли равной 1/3, найти возможное количество растворенной соли в течение суток, если за это время в водоем поступит 180000 м<sup>3</sup> воды.

Скорость уменьшения нерастворенного вещества  $\frac{dx}{dt}$  должна быть пропорциональна  $x$  и  $C_0 - C_t$ , что приводит к дифференциальному уравнению:  $\frac{dx}{dt} = -k \cdot x \cdot (C_0 - C_t)$ , где  $k$  (предполагается, что  $k > 0$ ) – коэффициент пропорциональности, подлежащий определению.

В правой части поставлен знак минус, так как каждый из множителей  $k$ ,  $x$ ,  $C_0 - C_t$ , через произведение которых выражается  $\frac{dx}{dt}$ , положителен, в то время как  $\frac{dx}{dt} < 0$ , поскольку с течением времени количество нерастворенного вещества должно убывать.

Преобразуя произведение этих множителей и выражая  $C_t$  через  $M$ ,  $V$  и  $x$ , получаем

$$k \cdot x \cdot (C_0 - C_t) = k \cdot x \cdot \left(C_0 - \frac{M - x}{V}\right) = \frac{k \cdot x}{V} \cdot (C_0 \cdot V - M + x).$$

Пусть

$$\left. \begin{aligned} \frac{k}{V} &= a; \\ C_0 \cdot V - M &= b. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Тогда  $k \cdot x \cdot (C_0 - C_t) = a \cdot x \cdot (b + x)$  и искомое дифференциальное уравнение задачи принимает вид

$$\frac{dx}{dt} = -a \cdot x \cdot (b + x). \quad (3.8)$$

Начальное условие:

$$\text{при } t=0 \quad x=M. \quad (3.9)$$

Условие для определения коэффициента  $a$ :

$$\text{при } t=1 \text{ сум } x=M/2 \quad (3.10)$$

Разделяя переменные в уравнении (3.8) и интегрируя, имеем:

$$\int \frac{dx}{x \cdot (b+x)} = -\int a \cdot dt + \ln C_1. \quad (3.11)$$

Разложим подынтегральное выражение первого интеграла на простейшие дроби:

$$\int \frac{dx}{x \cdot (b+x)} = -\int \frac{dx}{b} \cdot \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{b+x} \right).$$

Теперь, умножив обе части уравнения (3.11) на  $b$ , можем записать

$$\int dx \cdot \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{b+x} \right) = \int a \cdot b \cdot dt + \ln C,$$

где  $\ln C = b \cdot \ln C_1$ , или, потенцируя,

$$\frac{x}{b+x} = C \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t). \quad (3.12)$$

Полагая в уравнении (3.12)  $t=0$  и принимая во внимание начальное условие (3.10), находим

$$C = \frac{M}{b+M}. \quad (3.13)$$

Тогда уравнение (3.12) примет вид  $\frac{x}{b+x} = \frac{M}{b+M} \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)$ .

Решая последнее равенство относительно  $x$ , имеем  $x \cdot (b+M) = M \cdot (b+x) \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)$

или  $x \cdot (b+M - M \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)) = M \cdot b \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)$ , откуда общее решение

$$x = \frac{M \cdot b \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)}{b+M \cdot (1 - \exp(-a \cdot b \cdot t))}. \quad (3.14)$$

Выполним проверку: полагая в уравнении (3.14)  $t=0$ , получим

$$x = \frac{M \cdot b \cdot \exp(0)}{b+M \cdot (1 - \exp(0))} = \frac{M \cdot b}{b} = M, \text{ т. е. начальное условие соблюдается.}$$

Дифференцируя уравнение (3.14) по  $t$ , найдем

$$\frac{dx}{dt} = -M \cdot a \cdot b^2 \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t) \cdot \frac{b+M}{(b+M \cdot (1 - \exp(-a \cdot b \cdot t)))^2}.$$

Составим с помощью уравнения (3.14) выражение

$$\begin{aligned} b+x &= b + \frac{M \cdot b \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)}{b+M \cdot (1 - \exp(-a \cdot b \cdot t))} = \\ &= \frac{b^2 + M \cdot b \cdot (1 - \exp(-a \cdot b \cdot t)) + M \cdot b \cdot \exp(-a \cdot b \cdot t)}{b+M \cdot (1 - \exp(-a \cdot b \cdot t))}. \end{aligned}$$

$$\text{Итак, } b+x = \frac{b \cdot (b+M)}{b+M \cdot (1 - \exp(-a \cdot b \cdot t))}.$$

По условию  $M=10000$  кг,  $V=90000$  м<sup>3</sup>,  $C_0=1/3$ , поэтому по второму из соотношений

$$(3.7) \quad b = \frac{1}{3} \cdot 90000 - 10000 = 20000 > 0.$$

Равенство (3.14) примет вид

$$x = \frac{10000 \cdot 20000 \cdot \exp(-20000 \cdot a \cdot t)}{20000 + 10000 \cdot (1 - \exp(-20000 \cdot a \cdot t))} = \frac{20000 \cdot \exp(-20000 \cdot a \cdot t)}{3 - \exp(-20000 \cdot a \cdot t)}$$

Согласно условию (3.10) для определения параметра  $a$  имеем

$$\frac{20000 \cdot \exp(-20000 \cdot a)}{3 - \exp(-20000 \cdot a)} = 5000,$$

откуда  $\exp(-20000 \cdot a) = 0,6$ ;  $a = -\frac{\ln 0,6}{20000} \approx 0,2554 \cdot 10^{-4}$ .

Согласно первому из соотношений (3.7),  $k = 0,00002554 \cdot 90000 = 2,297$ .

При  $V = 180000 \text{ м}^3$   $a = \frac{0,2554 \cdot 10^{-4}}{2} = 0,1272 \cdot 10^{-4}$ ;  $b = 180000 \cdot \frac{1}{3} - 10000 = 50000$ ;  $a \cdot b = 0,636$ .

Искомое количество растворившейся соли

$$M - x = 10000 - \frac{10000 \cdot 50000 \cdot \exp(-0,636)}{50000 + 10000 \cdot (1 - \exp(-0,636))} = \frac{60000 \cdot (1 - \exp(-0,636))}{6 - \exp(-0,636)}$$

и, так как  $\exp(-0,636) \approx 0,529$ , то  $M - x \approx 5165 \text{ кг}$ .

*Рассмотрим некоторые специфические биологические задачи.*

**Расчеты времени истощения ресурсов.** В настоящее время для обеспечения пищей одного человека необходима площадь 0,1 га. На земном шаре 4000 млн га пахотной земли, поэтому население его должно быть, если не учитывать появления в будущем новых источников пищи, ограничено количеством 40 000 млн чел. Определим, когда будет достигнут этот предел.

Для построения математической модели простейшего типа роста принимаем, что скорость изменения количества населения пропорциональна этому количеству. Скорость прироста выражается производной  $\frac{dP}{dt}$ , где  $P$  – количество населения в данный момент  $t$ , если  $k$  – коэффициент пропорциональности, то в случае роста имеем:

$$\frac{dP}{dt} = k \cdot P. \quad (3.15)$$

Разделяя в уравнении (3.15) переменные, имеем  $\frac{dP}{P} = k \cdot dt$ , откуда после интегрирования находим

$$P(t) = C \cdot \exp(k \cdot t). \quad (3.16)$$

Начальное условие: при  $t = 0$   $P = P_0$ , поэтому  $P_0 = C \cdot \exp(k \cdot 0)$  или

$$C = P_0. \quad (3.17)$$

Подставляя выражение (3.17) в уравнение (3.16), имеем закон прироста

$$P(t) = P_0 \cdot \exp(k \cdot t). \quad (3.18)$$

Определим из следующих условий: в 1980 году население Земли насчитывало 4458 млн чел., а в 1999 году – 6000 млн чел. Таким образом, за 19 лет население Земли увеличилось на 15542 млн чел., откуда  $6000 = 4458 \cdot \exp(k \cdot 19)$ ;  $\exp(k \cdot 19) = 1,3459$ ;  $k \approx 0,0156$ .

Закон роста населения будет иметь вид:  $P(t) = 6000 \cdot \exp(0,0156 \cdot t)$ .

Ищем такое  $t$ , чтобы  $P(t) = 40000$ .

Тогда  $40000 = 6000 \cdot \exp(0,0156 \cdot t)$ , откуда  $\exp(0,0156 \cdot t) = \frac{40000}{6000} \approx 6,67$ .

Логарифмируя последнее равенство, имеем  $0,0156 \cdot t = \ln 6,67 \approx 1,898$ , откуда  $t \approx 122$  года.

Итак, в 2121 г. мир достигнет предела природонасыщения, если сохранится темп роста населения и не появятся новые источники пищи.

**Определение времени браконьерства или наступления гибели животного.** Для этого используют закон излучения Ньютона, согласно которому скорость охлаждения тела в воздухе пропорциональна разности между температурой тела и температурой воздуха, т. е.

$$\frac{dT}{d\tau} = k(T-t), \quad (3.19)$$

где  $T$  – температура тела в момент времени  $\tau$ ;  $t$  – температура окружающего воздуха;  $k$  – положительный коэффициент пропорциональности;  $\frac{dT}{d\tau}$  – скорость охлаждения тела.

Непосредственное решение поставленной задачи связано с исследованием соотношения, получающегося в результате решения дифференциального уравнения (3.19).

Пусть  $\tau$  – искомое время охлаждения тела. Тогда, разделяя переменные, получим

$$\frac{dT}{T-t} = k d\tau.$$

Ввиду того, что  $\frac{dT}{T-t} = \frac{d(T-t)}{T-t}$ , интегрируя, получаем  $\int \frac{d(T-t)}{T-t} = k \int d\tau$

или  $\ln(T-t) = k\tau + \ln C$ .

Потенцируем обе части последнего неравенства:

$$\exp(\ln(T-t)) = \exp(k \cdot \tau + \ln C) = \exp(k \cdot \tau) \cdot \exp(\ln C).$$

Так как

$$\exp(\ln C) = C,$$

то

$$T-t = C \cdot \exp(k \cdot \tau). \quad (3.20)$$

Величину произвольной постоянной  $C$  и коэффициента пропорциональности  $\exp(-k)$  определяем, исходя из начальных условий. Если в момент обнаружения тела его температура  $T = 31$  °C, а спустя час составляет  $29$  °C, то (считаем, что в момент гибели животного температура его тела была  $T = 37$  °C, а температура воздуха  $t = 21$  °C) можно, полагая, например,  $\tau = 0$  временем обнаружения тела животного, определить и параметры уравнения (3.20).

$$31 - 21 = C \cdot \exp(k \cdot 0) \text{ или } C = 10.$$

Величина коэффициента пропорциональности  $\exp(-k)$  будет равна

$$29 - 21 = 10 \cdot \exp(k \cdot 60) \text{ и } k = -0,0037.$$

Уравнение охлаждения тела животного примет вид:

$$T = 10 \cdot \exp(-0,0037 \cdot \tau) + 21. \quad (3.21)$$

Исходя из уравнения (3.21), определяем искомое время  $\tau$  при температуре тела животного  $T = 31$  °C:

$$37 = 10 \cdot \exp(-0,0037 \cdot \tau) + 21.$$

Отсюда

$$\tau \approx 138 \text{ мин.}$$

Иначе говоря, браконьерство совершилось за 2 ч и 18 мин до момента обнаружения тела животного.

**Рост колонии микроорганизмов (бактерий).** Колония микроорганизмов обитает в идеальных условиях, располагает неограниченными ресурсами питания и не подавляется никаким другим видом. В силу естественных процессов размножения и гибели число живых

организмов колонии меняется с течением времени: прирост пропорционален количеству взрослых особей. Определим закон изменения общего количества микроорганизмов в колонии.

Пусть  $x(t)$  – число живых организмов в момент  $t$ , а  $x(t+\Delta t)$  – число микроорганизмов в момент  $t+\Delta t$ . Тогда за промежуток времени  $\Delta t$  приращение функции  $x(t)$  будет

$$x(t+\Delta t) - x(t) = \Delta x.$$

За время  $\Delta t$  все взрослые члены колонии произведут потомство, а часть особей колонии может погибнуть.

Тогда

$$\Delta x = N - M, \quad (3.22)$$

где  $N$  – число родившихся организмов за время  $\Delta t$ ;  $M$  – число погибших за время  $\Delta t$ .

Число родившихся особей  $N$  зависит от длины промежутка  $\Delta t$  и количества родителей, т. е.  $N = F(x, \Delta t)$ ,

где  $F$  – возрастающая функция с ростом  $x$  или  $\Delta t$  и равна нулю, если равна нулю одна из этих переменных.

Можно полагать, что

$$N = k_1 \cdot x \cdot \Delta t, \quad (3.23)$$

где  $k_1$  – коэффициент пропорциональности.

Для процесса гибели имеем по аналогии

$$M = k_2 \cdot x \cdot \Delta t. \quad (3.24)$$

Подставляя равенства (3.23) и (3.24) в уравнение (3.21), имеем  $\Delta x = k_1 \cdot x \cdot \Delta t - k_2 \cdot x \cdot \Delta t$  или

$$\Delta x = (k_1 - k_2) \cdot x \cdot \Delta t = k \cdot x \cdot \Delta t, \quad (3.25)$$

где  $k = k_1 - k_2$  – специфическая скорость естественного увеличения популяции.

В реальных колониях величины  $x$ ,  $N$ ,  $M$  могут принимать только целочисленные значения, поэтому трудно говорить о непрерывности или дифференцируемости функции  $x(t)$ . Однако когда колония велика, а интервал времени  $\Delta t$  мал, функция  $x(t)$  по своим свойствам напоминает непрерывную функцию и в равенстве (3.25) ее можно считать непрерывной при условии, что она удовлетворительно описывает реальную функцию  $x(t)$ .

Разделив обе части равенства (3.25) на  $\Delta t$  и перейдя к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ , имеем дифференциальное уравнение задачи

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = k \cdot x. \quad (3.26)$$

После деления переменных уравнение (3.26) примет вид  $\frac{dx}{x} = k \cdot dt$ .

Интегрируя последнее равенство, получим  $\ln x = k \cdot t + C$ , откуда общее решение

$$x = C \cdot \exp(k \cdot t). \quad (3.27)$$

Начальное условие: при  $t=t_0$   $x=x(t_0)$ , где  $t_0$  – время начала наблюдения за колонией;  $x(t_0)$  – количество живых организмов в колонии в начальный момент.

Отсюда  $C = x(t_0) \cdot \exp(-k \cdot t_0)$ .

Найденную постоянную интегрирования подставляем в равенство (3.27) и получаем искомый закон изменения числа организмов в колонии по времени (модель Мальтуса):

$$x(t) = x(t_0) \cdot \exp(k \cdot (t - t_0)).$$

Дополнительное условие: при  $t=3$   $x=200$ . Подставляя эти значения в уравнение (3.27), получаем равенство для получения  $k$ :  $200 = 100 \cdot \exp(3 \cdot k)$ .

Сокращая на 100 и логарифмируя, находим  $\ln 2 = 3 \cdot k$ , откуда  $k = \frac{\ln 2}{3}$ .

Тогда  $\exp(k \cdot t) = \exp\left(\frac{\ln 2}{3} \cdot t\right) = 2^{\frac{t}{3}}$ . Итак, искомая функция  $x = 100 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$ .

Отсюда искомое соотношение  $\frac{x(9)}{x(0)} = \frac{100 \cdot 2^3}{100} = 2^3 = 8$ , т. е. в течение 9 часов количество

бактерий увеличится в 8 раз.

**Радиоактивное загрязнение.** Мониторинг последствий аварии на Чернобыльской АЭС показал, что, если в первые 7–10 лет опасность для здоровья человека представляли одни радиоактивные элементы (цезий-134, стронций-89, церий-144, рутений-106, йод-131, лантан-110, нептуний-239, барий-140, молибден-99 с короткими периодами полураспада – от 2 суток до 14,4 года, то сегодня формирование дозовых нагрузок определяется цезием-130 (период полураспада 30 лет), стронцием-90 (29 лет), плутонием-238 (88 лет) и плутонием-239 ( $2,4 \times 10^4$  лет).

Зная, что скорость распада любого радиоактивного элемента прямо пропорциональна его наличной массе, обозначив через  $x_0$  массу радиоактивного элемента в начальный момент времени  $t = 0$ , а через  $x$  – его массу в момент времени  $t$ , получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = -k \cdot x, \quad k > 0. \quad (3.28)$$

Знак «–» в уравнении (3.28) берется потому, что масса убывает.

Учитывая, что если в дифференциальном уравнении первого порядка функции  $M$  и  $N$  представлены в виде

$$M(x, y) = f_1(x) \cdot \phi_1(y), \quad N(x, y) = f_2(x) \cdot \phi_2(y), \quad (3.29)$$

то уравнение

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0 \quad (3.30)$$

примет вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$f_1(x) \cdot \phi_1(y) \cdot dx + f_2(x) \cdot \phi_2(y) \cdot dy = 0. \quad (3.31)$$

Делим уравнение (3.30) на  $f_2(x) \cdot \phi_1(y)$ , откуда

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} dx + \frac{\phi_2(y)}{\phi_1(y)} dy = 0$$

или

$$R(x) \cdot dx + S(y) \cdot dy = 0, \quad (3.32)$$

где  $x$  и  $y$  – разделенные переменные.

Общий интеграл уравнения (3.32)

$$\int R(x) \cdot dx + \int S(y) \cdot dy = C. \quad (3.33)$$

Если  $\phi_1(y)$  и  $f_2(x)$  равны единице, то уравнение (3.31) вырождается в простейшее дифференциальное уравнение с разделенными переменными, общий интеграл которого получается непосредственным интегрированием:

$$\int f_1(x) \cdot dx + \int \phi_2(y) \cdot dy = C.$$

В соответствии с изложенным, если разделить в (3.28) переменные, приходим к уравнению  $\frac{dx}{x} = -k \cdot dt$ , интегрирование которого, т. е. построение решения в виде зависимости между  $x$ ,  $t$  и произвольной постоянной  $C$ , дает  $\ln x = -k \cdot t + \ln C$ .

Учитывая теперь, что при  $t = 0$   $x = x_0$ , получаем  $C = x_0$ . Таким образом,  $\ln x = -k \cdot t + \ln x_0$ ,  $\ln \frac{x}{x_0} = -k \cdot t$ ,  $\frac{x}{x_0} = \exp(-k \cdot t)$  и наконец,

$$x = x_0 \cdot \exp(-k \cdot t). \quad (3.34)$$

Итак, функция  $x$ , определяемая соотношением (3.34), является решением дифференциального уравнения (3.28) с начальными условиями  $x = x_0$  при  $t = 0$ . График решения показан на рисунке 3.3.

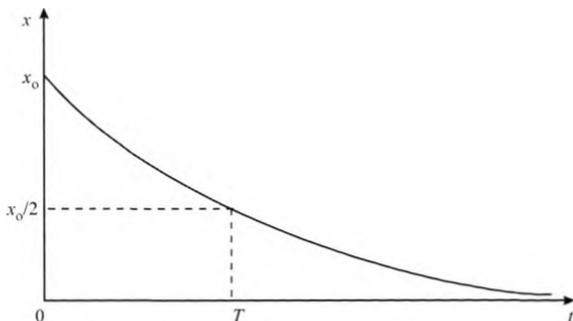


Рисунок 3.3 — График скорости распада радиоактивного радия

Формула (3.34) дает возможность установить связь между коэффициентом пропорциональности  $k$  и периодом полураспада  $T$  радиоактивного элемента (т. е. временем, в течение которого распадается половина начальной массы). Именно из (3.34) получаем, что  $k \cdot T = \ln 2$ . Отсюда: если известен коэффициент  $k$ , то всегда можно определить и период полураспада  $T$ . Справедливо и обратное. Так, период полураспада радия ( $Ra$ ) равен 1590 лет, определить какой процент массы  $x_0$  радия распадется через 500 лет. Коэффициент  $k$  определится из дополнительного условия: при  $T = 1590$   $x = x_0 / 2$ .

Таким образом,  $x_0 / 2 = x_0 \cdot \exp(-1590 \cdot k)$  или  $-1590 \cdot k = -\ln 2$ ,  $k = 0,00044$ .

Исходная функция примет вид  $x(t) = x_0 \cdot \exp(-0,00044 \cdot t)$ .

Количество радия, не распавшегося через 500 лет,

$$X(500) = x_0 \cdot \exp(-0,00044 \cdot 500) = x_0 \cdot \exp(-0,22) = 0,803 \cdot x_0.$$

Следовательно, через 500 лет распадется лишь около 20 % радия. Отсюда следует, что какому бы роду явлений ни принадлежала рассматриваемая проблема, ее исследование только тогда можно считать удовлетворительным, когда достигаются два общих результата, а именно становится известным закон, выражающий общий ход явления, и установлено, как протекает явление в каждый произвольно взятый момент и чем оно определяется. При этом очевидно, что общий ход явления и отдельные моменты проявления проблемы должны находиться в причинной связи.

Итак, служба информации МЧС или другие службы проинформировали, что образовался источник повышенной концентрации опасного вещества (выброс углекислого газа, сероводорода) с повышенным радиоактивным фоном (до 1300 кБк/м<sup>3</sup>). Расстояние от источника загрязнения до места нахождения некоторого объекта 10 км. Скорость перемещения вод

ного потока 0,3 м/с, а воздушного – 5–7 м/с. Через какое время район рассматриваемого объекта окажется в зоне действия этих источников загрязнения и радиоактивного заражения? Обозначим через  $t$  – время, а через  $S$  – путь, пройденный источником загрязнения за время  $t$ . Так как источник  $M$  движется, то  $S$  будет изменяться с изменением  $t$ ;  $S$  будет функцией от  $t$ , т. е.  $S = f(t)$ . Если придать переменной  $t$  приращение  $\Delta t$ , то  $S$  получит некоторое приращение  $\Delta S = f(t + \Delta t) - f(t)$ . Рассмотрим промежуток времени от  $t$  до  $t + \Delta t$  и вычислим среднюю скорость движения источника на этом промежутке. Для этого путь, пройденный точкой, нужно разделить на величину самого промежутка времени, т. е.  $\Delta S$  разделить на  $\Delta t$ :

$$\bar{V} = \Delta S / \Delta t, \quad (3.35)$$

где  $\bar{V}$  – средняя скорость движения источника.

Если теперь предположить, что  $\Delta t$  уменьшается, приближаясь при этом к нулю, то выражение  $\Delta S / \Delta t$  будет выражать средние скорости движения для уменьшающихся промежутков времени от  $t$  до  $t + \Delta t$ . Предел, к которому стремится  $\Delta S / \Delta t$ , если  $\Delta t$  стремится к нулю, выражает истинную скорость  $v$ , с которой движется источник в момент времени  $t$ :

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad (3.36)$$

где  $V$  – истинная скорость источника перемещения.

Так как процесс движения источников загрязнения является непрерывным, то необходимым условием существования этого предела является:  $+\Delta S \rightarrow 0$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ ; иначе  $\Delta S / \Delta t \rightarrow \infty$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ .

Этот предел представляет собой производную от исходной функции и обозначается

$$y' \text{ или } f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (3.37)$$

Отметим, что при любом описании явления (процесс) функцией  $y = f(x)$  производную  $y'$ , с физической точки зрения, можно представить как скорость, с которой протекает процесс.

**Например**, если  $\tau$  – время, а  $W$  – количество воды, протекшее через поперечное сечение к моменту  $\tau$ , то  $W$  есть функция от  $\tau$ ; производная  $Q = dW / dt$  есть функция, выражающая расход воды, т. е. количество воды, протекшее через поперечное сечение в единицу времени.

Если абстрагироваться от физического смысла переменных  $x$  и  $y$ , то производная от  $y$  по  $x$  выражает скорость изменения  $y$  в зависимости от изменения  $x$ . Но, решая проблему выяснения времени, когда источник загрязнения достигнет местоположения объекта, не менее важно знать, насколько изменится концентрация агрессивного вещества или радиационный фон, кроме того, производная имеет важный геометрический смысл.

В математических терминах это будет означать – как определить приращение функции. Задача о вычислении приращения функции и приводит к понятию дифференциала, численно определяемого функцией –  $dy = y' \cdot dx$ .

Если от производной  $y' = f'(x)$ , которая является функцией от  $x$ , взять еще раз производную, то получим новую функцию, т. е. вторую производную данной функции  $f(x)$ , обозначаемую как  $y''$  или  $f''(x)$  или  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

Так как первая производная с физической точки зрения представляет собой скорость изменения данной функции, то вторая производная, очевидно, выражает собой ускорение, с которым изменяется данная функция.

Во многих случаях переменная величина  $u$  зависит от двух и большего числа независимых переменных. Тогда функция будет иметь вид:  $u = f(x, y, z, \dots)$ .

При наличии только двух независимых переменных функциональную зависимость  $u = f(x, y)$  можно представить геометрически поверхностью в пространстве.

Если принять  $y$  за постоянное, то  $u$  станет функцией от одного только  $x$ , т. е. частной производной от  $u$  по  $x$  —  $(\partial u / \partial x)$ , и наоборот —  $\partial u / \partial y$ .

Геометрически  $\partial u / \partial x$  есть тангенс угла, который образует с положительным направлением оси  $Ox$  касательная к кривой, получаемой сечением поверхности  $u = f(x, y)$  плоскостью, перпендикулярной оси  $Oy$  и проходящей через точку, в которой вычисляется производная.

Физически частная производная выражает собой скорость изменения функции в определенном положении, что меняется только одно независимое переменное, а другие сохраняют постоянные значения.

Соответственно частные дифференциалы  $\frac{\partial u}{\partial x} dx$  и  $\frac{\partial u}{\partial y} dy$  с точностью до малых величин высшего порядка относительно  $dx$  и  $dy$  равны тем приращениям, которые получает функция  $u$ , когда изменяется только одно из независимых переменных.

Если изменяются обе независимые переменные, то полное приращение, которое получает при этом функция, с точностью до малых величин высшего порядка относительно  $dx$  и  $dy$  определяется полным дифференциалом функции.

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy. \quad (3.38)$$

Первая частная производная функции  $u$  по  $x$  есть функция от  $x$  и  $y$ , и ее можно продифференцировать по  $x$ , считая  $y$  постоянным  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , а если по  $y$ , считая  $x$  постоянным, то  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial y}$ , т. е. получить две частные производные второго порядка.

Однако, рассматривая проблему скорости распространения загрязнения, мы получили, что скорость распространения — величина постоянная. Как известно, ни река, ни ветер не имеют постоянной скорости движения. Но давайте перейдем к путям решения проблемы в конкретных параметрах.

Пусть  $x$  представляет расстояние (в км), а  $\tau$  — время (в ч). Скорость  $v$  выражается производной  $dx / d\tau$ .

Время, необходимое для прохождения участка пути, например, от 200 до 500 км, при постоянной скорости 50 км/ч, будет равно:

$$\frac{500 - 200}{50} = 6 \text{ ч} = \frac{x_2 - x_1}{v} = (x_2 - x_1) / \frac{dx}{d\tau}.$$

При переменной скорости расчет усложняется. Примем, что  $v$  линейно зависит от  $x$ , пусть, например:  $v = 0,05 \cdot x$ . Время, необходимое для прохождения отрезка пути от 200 до 500 км, может быть вычислено приближенно при использовании средней скорости, например, 17,5 км/ч, соответствующей 359 км пути. При этом затраченное время составит  $(500 - 200) / 17,5 = 17,14 \text{ ч}$ .

Более точный результат получим, если, используя средние скорости, вычислим отдельно время прохождения участков пути от 200 до 300 км, от 300 до 400 км и от 400 до 500 км и сложим полученные числа. На каждом из этих участков точка движется со средней скоростью 12,5 км/ч, 17,5 км/ч и 22,5 км/ч; следовательно, первый участок будет пройден за 8 ч

второй – за 5,71 ч и третий – за 4,45 ч. Весь путь будет пройден за 18,16 ч. При дроблении 300 км пути на более мелкие участки суммирование дало бы еще более точный результат. Точный результат, очевидно, получим, если будем предполагать, что число участков неограниченно возрастает, так что длина каждого участка стремится к нулю.

Время  $\Delta t$ , необходимое для прохождения пути  $\Delta x$ , получается делением  $\Delta x$  на  $v$ , что дает  $\Delta t = \Delta x / 0,05 \cdot x$ . Чтобы получить все время, необходимое для прохождения пути от 200 до 500 км, надо сложить все промежутки времени  $\Delta t$ . Полученное при этом значение времени будет тем точнее выражать истинное значение, чем мельче будут отрезки пути  $\Delta x$ , на которые разбит весь путь. Если рассмотреть не сумму всех  $\Delta t$ , а предел этой суммы, в предположении, что все  $\Delta x$  стремятся к нулю, то этот предел даст точное значение искомого времени:

$$\tau = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{200}^{500-\Delta x} \frac{\Delta x}{0,05 \cdot x}$$

Подобные пределы сумм называются в математике *определенными интегралами* и обозначаются так:  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{200}^{500-\Delta x} \frac{\Delta x}{0,05 \cdot x} = \int_{200}^{500} \frac{dx}{0,05 \cdot x}$ . Численное значение этого интеграла равно 18,33 ч.

Рассмотрим другой пример – испарение агрессивной жидкости с поверхности почвы при постоянных теплоресурсах. Применяя закон действующих масс к этому процессу, заключаем, что количество агрессивной жидкости, испарившейся в единицу времени, прямо пропорционально количеству воды в почвенном монолите.

Пусть  $w_n$  – первоначальное количество жидкости в почвенном монолите и пусть за время  $\tau$  испарится количество жидкости, равное  $w$ , т. е. к моменту времени  $\tau$  в монолите останется  $w_n - w$  жидкости. Допустим, что в течение промежутка времени от  $\tau$  до  $\tau + \Delta \tau$  испарение протекает равномерно и количество испарившейся жидкости равно  $dw$ . Для этого промежутка времени, по приведенному выше закону, скорость испарения пропорциональна наличному количеству жидкости в монолите ( $w_n - w$ ), и так как эту скорость считаем постоянной, то количество испарившейся жидкости в этот промежуток времени будет равно  $E_o \cdot (w_n - w) d\tau$ , где  $E_o$  – некоторый множитель пропорциональности, в данном случае это испаряемость. Следовательно, имеем:

$$dw = E_o \cdot (w_n - w) d\tau \quad (3.39)$$

или

$$\frac{dw}{dw} = E_o \cdot (w_n - w) \quad (3.40)$$

Принятый за основу закон получил математическое выражение, и сейчас необходимо решить задачу, состоящую в нахождении функциональной связи между  $w$  и  $\tau$ , выраженной этим уравнением.

Для нахождения этой зависимости запишем уравнение (3.40) так:

$$d\tau = \frac{1}{E_o} \cdot \frac{dw}{(w_n - w)} \quad (3.41)$$

Легко убедиться, что

$$\tau = \frac{1}{E_o} \cdot \ln \frac{w_n}{(w_n - w)} \quad (3.42)$$

В самом деле, дифференцируя (3.42), получим

$$d\tau = \frac{1}{E_o} \cdot d \ln(w_n - w) = \frac{1}{E_o} \cdot \frac{d(w_n - w)}{(w_n - w)} = \frac{1}{E_o} \cdot \frac{dw}{(w_n - w)} \quad (3.43)$$

Таким образом, решение задачи свелось к решению математической задачи нахождения функции по заданному ее дифференциалу. Эта задача обратная той, которая ставится в дифференциальном исчислении по данной функции.

Рассмотренная выше задача о вычислении времени, в течение которого движущийся объект (агрессивная жидкость, радиационный пылевой поток) проходит определенный участок пути, привела нас к необходимости вычислить предел некоторой суммы при бесконечном возрастании числе слагаемых. Такие пределы сумм очень часто встречаются при решении многих экологических задач и приводят к определенным интегралам. Пусть при  $a \leq x \leq b$  задана непрерывная функция  $y = f(x)$ . Найдем площадь, ограниченную кривой  $y = f(x)$ , осью абсцисс и двумя ординатами  $x = a$  и  $x = b$ . Для этого разделим отрезок оси  $Ox$  от  $a$  до  $b$  на  $n$  равных элементарных отрезков (рис. 3.4); длину каждого из этих отрезков обозначим  $\Delta x$ ; построим ординаты в полученных точках деления.

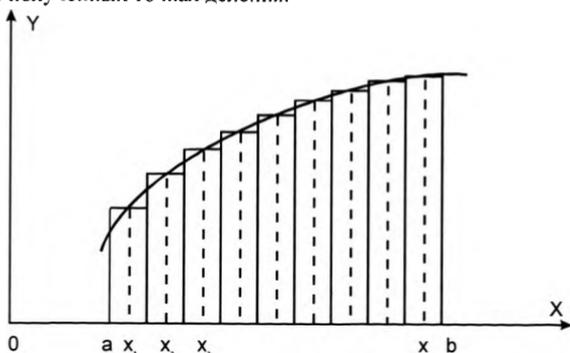


Рисунок 3.4 – К вычислению определенного интеграла

Тогда вычисляемая площадь представит собой сумму площадей криволинейных трапеций, основаниями которых являются ординаты точек деления, а все высоты равны  $\Delta x$ . Каждую из этих трапеций заменим прямоугольником, построенным на основании  $\Delta x$  с высотой, равной ординате, соответствующей произвольной точке промежутка  $\Delta x$ . (На рисунке эти ординаты обозначены пунктиром.) Если абсциссы точек, в которых построены ординаты, равны  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то высоты этих прямоугольников будут соответственно равны  $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ . Сумма площадей всех прямоугольников, которой приближенно заменили всю вычисляемую площадь, будет равна  $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$ . Погрешность при этом делении будет тем меньше,

чем меньше  $\Delta x$ , т. е. чем большее число отрезков будет взято. Естественно ожидать, что при безграничном возрастании  $n$  (числа отрезков) эта сумма будет стремиться к пределу, который будет равен площади, ограниченной кривой  $y = f(x)$ , осью абсцисс и ординатами в точках  $x = a$  и  $x = b$ . Выражение  $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$  стремится к некоторому пределу при  $n \rightarrow \infty$  характеризуемому определенным интегралом  $f(x)$  в пределах от  $a$  до  $b$ :

$$\int f(x) \cdot dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x. \quad (3.44)$$

С геометрической точки зрения интеграл выражает площадь, определенную кривой  $y = f(x)$ , осью  $Ox$  и двумя ординатами  $x = a$  и  $x = b$ . К вычислению определенных интегралов

приводит любая проблема, связанная с необходимостью вычислять предел суммы бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых.

Однако непосредственное вычисление определенного интеграла, основанное на его определении (3.44) как предела суммы бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых, обычно бывает весьма затруднительным. Поэтому для вычисления определенного интеграла применяют другой метод, основанный на зависимости, которая связывает неопределенный и определенный интегралы  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ , где  $F(a)$  и  $F(b)$  – первообразные от функции  $f(x)$ .

Решим задачу, которую уже решали при помощи неопределенных интегралов, приводя их к определенным:  $\frac{dw}{d\tau} = E_0 \cdot (w_H - w)$ . Отсюда  $d\tau = \frac{dw}{E_0 \cdot (w_H - w)}$ . Если значениям  $w_1$  и  $w_2$  соответствует значения  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , то, согласно последним выводам, можно написать:

$$\tau = \tau_2 - \tau_1 = \int_{w_1}^{w_2} \frac{dw}{E_0 \cdot (w_H - w)} = \frac{1}{E_0} \cdot \left( \ln \frac{1}{w_H - w} \right)_{w_1}^{w_2} = \frac{1}{E_0} \cdot \ln \frac{w_H - w_1}{w_H - w_2}. \quad (3.45)$$

Продолжим искать пути решения проблемы загрязнения среды. Известно, что скорость испарения зависит от величины текущей влажности воздуха.

Для испарения жидкости может быть использована зависимость:

$$\tau = \frac{1}{E_0} \cdot \ln \frac{w_H}{(w_H - w)},$$

где  $w_H$  – количество жидкости в начале расчетного периода;  $E_0$  – испаряемость.

После несложных преобразований получим

$$w = w_H \cdot (1 - \exp(-E_0 \cdot \tau)). \quad (3.46)$$

Дифференцируя функцию (3.46) по времени, находим скорость испарения ( $E$ )

$$E = \frac{dw}{d\tau} = w_H \cdot E_0 \cdot \exp(-E_0 \cdot \tau). \quad (3.47)$$

Исключая  $\exp(-E_0 \cdot \tau)$  находим:  $E = E_0 \cdot (w_H - w)$ .

В первом случае скорость испарения выражена через продолжительность процесса, а во втором – через количество испарившейся жидкости.

Определим среднюю скорость испарения для обоих случаев, пользуясь формулой для среднего значения функции на промежутке  $[a, b]$ ,

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = (b - a) \cdot f(c). \quad (3.48)$$

Соответственно получаем:

$$\begin{aligned} E_{\tau} &= \frac{1}{\tau_k - \tau_H} \cdot \int_{\tau_H}^{\tau_k} w_H \cdot E_0 \cdot \exp(-E_0 \cdot \tau) \cdot d\tau = \\ &= \frac{w_H \cdot (\exp(-E_0 \cdot \tau_k) - \exp(-E_0 \cdot \tau_H))}{\tau_k - \tau_H} = \frac{E_H - E_K}{\ln E_H - \ln E_K} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} E_w &= \frac{1}{w_1 - w_0} \cdot \int_{w_0}^{w_1} E_0 \cdot (w_H - w) \cdot dw = \\ &= \frac{E_0 \cdot (w_1 - w_0) \cdot (2 \cdot w_H - w_1 - w_0)}{2 \cdot (w_1 - w_0)} = \frac{w_0 + w_1}{2} \end{aligned}$$

Как видим, среднее значение изменяющейся величины зависит от выбора аргумента.

Причина этого, на первый взгляд, странного факта такова: среднее значение функции есть предельное значение среднего арифметического из значений  $y$ , взятых через равные промежутки аргумента  $x$ .

В самом деле, если между  $a = w_0$  и  $b = w_n$  восстановить числа  $w_1, w_2, \dots, w_{n-1}$  так, что  $w_1 - w_0 = w_2 - w_1 = \dots = w_n - w_{n-1} = \frac{b-a}{n}$ , то среднее арифметическое значений  $y_0 = \phi(w_0), y_1 = \phi(w_1), \dots, y_{n-1} = \phi(w_{n-1})$ , будет равно:

$$\begin{aligned} & \frac{\phi(w_0) + \phi(w_1) + \dots + \phi(w_{n-1})}{n} = \\ & = \frac{\phi(w_0) \cdot (w_1 - w_0) + \phi(w_1) \cdot (w_2 - w_1) + \dots + \phi(w_{n-1}) \cdot (w_n - w_{n-1})}{n \cdot \frac{b-a}{n}} = \\ & = \frac{\sum_{i=1}^n \phi(w_i) \cdot (w_{i+1} - w_i)}{b-a}. \end{aligned}$$

Заменяв аргумент  $w$  и введя другой аргумент  $\tau$ , через равные промежутки времени  $\tau$  изменения функция  $y$  будет принимать уже не те значения, причем может оказаться, что например, интервал, где  $y$  принимает сравнительно большие значения, относительно удлинится, и тогда среднее значение функции будет большим, чем в первом случае.

С математической точки зрения подходящей заменой независимой переменной можно получить в качестве среднего значения любое значение функции  $y$  в промежутке  $(a, b)$ .

Средняя теплота испарения ( $L$ ) зависит от температуры ( $t$ ) и выражается формулой:

$$L = 0,0597 - 0,0006 \cdot t.$$

Рассмотрим и общие принципы составления дифференциальных уравнений для решения проблемы, связанной с попаданием в водоем синильной кислоты.

Необходимо установить закон изменения концентрации синильной кислоты в воде при постоянном её поступлении в количестве от 155 до 630 мг/мин, если известно, что оно должно длиться 60 мин, в течение которых брались пробы воды через равные интервалы времени. Эта задача трудноразрешима без знания свойств дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

Дифференциальное уравнение  $M(x, y) \cdot dx + N(x, y) \cdot dy \equiv dF(x, y)$  будет уравнением в полных дифференциалах, если существует такая функция  $F(x, y)$ , что

$$M(x, y) \cdot dx + N(x, y) \cdot dy \equiv dF(x, y). \quad (3.49)$$

т. е. условие  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$  является необходимым и достаточным для того, чтобы дифференциальное уравнение стало уравнением в полных дифференциалах.

Общий интеграл уравнения (3.49) имеет вид  $F(x, y) = C$ .

Функция  $F(x, y)$  может быть найдена двумя способами:

$$1) \text{ по формуле } F(x, y) = \int_{x_0}^x M(\xi, y_0) \cdot d\xi + \int_{y_0}^y N(x_0, \eta) \cdot d\eta,$$

где  $x_0$  и  $y_0$  произвольны. Они выбираются так, чтобы  $M$  и  $N$  остались конечными при  $x=a$  и  $y=b$ . Обычно  $a$  и  $b$  берутся равными 0 или 1;

$$2) \text{ по формуле } \int M(x, y) \cdot dx + \int N(x, y) \cdot dy = C.$$

Иначе, общее решение может быть найдено по формулам:

$$\int M(x, y) \cdot dx + \int \left( N(x, y) - \int \frac{\partial M(x, y)}{\partial y} \cdot dx \right) \cdot dy = C_1$$

или

$$\int N(x, y) \cdot dy + \int \left( M(x, y) - \int \frac{\partial N(x, y)}{\partial x} \cdot dy \right) \cdot dx = C_2.$$

Итак, если количество синильной кислоты в воде  $q$ , а ее концентрация  $\frac{q}{V} = \xi$ , где  $V$  – объем воды, то поступающая кислота определяется в количестве, пропорциональном ее наличному содержанию в воде. При этом концентрация кислоты повышается в результате постоянного ее поступления.

В итоге этих двух взаимосвязанных процессов находим, что изменение концентрации кислоты в воде по времени описывается уравнением

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\rho}{V} - k \cdot \xi, \quad (3.50)$$

где  $k$  – постоянная скорость поступления;  $\rho$  – количество поступающей кислоты, мг/мин.

Если кислота не прибавляется,  $\rho = 0$ , то уравнение (3.50) сводится к равенству

$\frac{d\xi}{dt} = -k \cdot \xi$ , тогда как при отсутствии поступления  $k = 0$  и уравнение (3.50) примет вид

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\rho}{V}.$$

Уравнение (3.50) имеет интегрирующий множитель  $\exp\left(\int k \cdot dt\right) = \exp(k \cdot t)$ , так что, умножая на него обе стороны равенства (3.50), имеем

$$\exp(k \cdot t) \cdot \frac{d\xi}{dt} + k \cdot \xi \cdot \exp(k \cdot t) = \frac{\rho}{V} \cdot \exp(k \cdot t),$$

и так как в левой части равенства полный дифференциал  $\xi \exp(k \cdot t)$ , то дифференциальное уравнение процесса  $\frac{d}{dt}(\xi \cdot \exp(k \cdot t)) = \frac{\rho}{V} \cdot \exp(k \cdot t)$ , откуда

$$\int d(\xi \cdot \exp(k \cdot t)) = \frac{\rho}{V} \cdot \int \exp(k \cdot t) \cdot dt.$$

Интегрируя последнее равенство, находим

$$\xi \cdot \exp(k \cdot t) = \frac{\rho}{V} \cdot \exp(k \cdot t) + C, \quad (3.51)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования.

Начальное условие: при  $t=0$   $\xi=0$ , поэтому  $0 = \frac{\rho}{V} + C$ , откуда  $C = -\frac{\rho}{k \cdot V}$ .

Следовательно,  $\xi \cdot \exp(k \cdot t) = \frac{\rho}{V} \cdot \exp(k \cdot t) - \frac{\rho}{k \cdot V}$  и после деления на  $\exp(k \cdot t)$ :

$$\xi = \frac{\rho}{V} \cdot (1 - \exp(-k \cdot t)). \quad (3.52)$$

Согласно полученному закону изменения концентрации при объеме воды  $V = 100,6 \text{ м}^3$  требуется, что бы интенсивность поступления синильной кислоты была не менее  $\rho = 30 \text{ г/мин}$ .

#### 4. МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ БАЗИСНЫХ МОДЕЛЕЙ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ

##### 4.1. Базисные модели загрязнения окружающей среды

Основной компонент отрицательного воздействия антропогенной активности – загрязнение всех областей окружающей среды: воздуха, воды и почвы. Поскольку все три геосферы в процессе эволюции установили тесные взаимосвязи, то при разрушительном воздействии на одну из них опасности разрушения подвергаются и другие. В связи с этим, например сжигание конечного продукта очистки канализационных вод нельзя считать решением задачи борьбы с загрязнением, так как такая технология лишь переносит антропогенную нагрузку с воды на атмосферу. Ограниченность в средствах и уникальность экологических систем исключают возможность активного эксперимента, поэтому важное значение для прогнозирования и оценки состояния природной среды приобретают построение и использование соответствующих математических моделей.

Модели, используемые для указанной цели, можно классифицировать в зависимости от изучаемого пространственного (и связанного с ним временного интервала осреднения) масштаба антропогенного влияния: локальные, региональные, глобальные.

Локальные модели распространения загрязняющих веществ используются в случаях, когда изучаемые масштабы распространения загрязнений составляют несколько километров. Обычно они применяются с целью определения «зоны влияния» отдельных источников загрязнения. Типичные величины концентраций загрязняющих веществ достаточно велики и представляют опасность, в частности, для здоровья человека.

Региональные модели используются, когда изучаемый масштаб загрязнения составляет величину от нескольких десятков до сотен километров. Характерные времена осреднения – от месяца до года. Глобальные модели оперируют масштабами от нескольких тысяч километров до масштабов всей планеты, типичное временное осреднение – несколько лет.

Проанализируем особенности моделирования загрязнения в регионе. Изменение концентрации  $Z_i$  загрязнения, генерируемого  $i$ -м регионом, происходит со скоростью, определяемой интенсивностью производства загрязнения  $Z_{kVG_i}$  и их разложения  $Z_{TV_i}$ :

$$\frac{dZ_i}{dt} = Z_{kVG_i} - Z_{TV_i}. \quad (4.1)$$

Будем считать, что скорость генерации загрязнения в каждом регионе пропорциональна средней плотности населения (коэффициент  $k_{Z_i}$ ) и зависит от объема фондов на душу населения  $V_{RG_i} = V_i/G_i$ :

$$Z_{kVG_i} = k_{Z_i} \cdot G_i \cdot Z_{VG_i}, \quad (4.2)$$

$$\text{где} \quad Z_{VG_i} = Z_{VG}^{\max} \cdot \left(1 - \exp\left(-\mathcal{E}_{ZG_i} \cdot V_{RG_i}\right)\right), \quad (4.3)$$

Темп разложения загрязнения аддитивно зависит от естественной скорости разложения  $Z_{Ti}$  и от скорости искусственной ассимиляции  $Z_{Vi}$ , которая определяется долей капитала  $U_{ZG_i}$  направляемой на интенсификацию процессов очистки:

$$Z_{TV_i} = Z_{Ti} + Z_{Vi}. \quad (4.4)$$

Естественная скорость уничтожения природой вредных отходов прямо пропорциональна времени разложения  $T_{Z_i}$ :

$$Z_{Vi} = \frac{Z_i}{T_{Z_i}}. \quad (4.5)$$

Увеличение скорости ассимиляции за счет вкладываемого капитала опишем зависимостью:

$$Z_{vi} = \frac{U_{ZGi} \cdot V_i}{G_{ZGi}}, \quad (4.6)$$

где  $G_{ZGi}$  – стоимость очистки единицы загрязнения.

Процесс генерации загрязнения в целом является более сложным, ибо необходимо детализировать причины возникновения загрязнения и учитывать случайность аварии. Кроме того, необходимо вводить зависимость способности биосферы к самоочищению от объема загрязнения, т. е. установить функциональную зависимость  $T_{Zi} = T_{Zi}(Z_i)$ .

Соответственно для воздуха имеем:

$$\frac{dB}{dt} = \sum (N_{Bj} \cdot Z_j + N_{Aj} \cdot b_{GCj} \cdot G_j) + \rho_b \cdot \frac{dT}{dt} - \frac{B}{T_B} + B_n, \quad (4.7)$$

где  $B$  – показатель замутненности атмосферы, измеряемый весом посторонних примесей в воздухе над единицей площади поверхности земли.

Как видим, изменение этого показателя определяется долей  $N_{Bj}$  общего загрязнения  $Z_j$ , попадающего из  $j$ -го региона в атмосферу; количеством отходов, производящих энергию предприятий (коэффициент  $N_{Aj}$ ), содержанием водяных паров в атмосфере  $\sum_{i=0}^m W_{iA}$ , скоростью ее естественного просветления  $T_B^{-1}$ . Скорость естественного просветления атмосферы обратно пропорциональна времени  $T_B$  оседания частиц пыли и дыма. Влияние паров воды на изменение прозрачности атмосферы, очевидно, проявляется через производную  $\frac{1}{(m+1)} \cdot \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^m W_{iA}$ , ко-

торую можно приближенно представить как функцию  $dT/dt$ :

$$\frac{1}{(m+1)} \cdot \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^m W_{iA} = \rho_b \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (4.8)$$

где  $B_n$  – отражает скорость загрязнения атмосферы в результате естественных процессов – выветривания, эрозии и т. п. ( $\sim 0,78 \text{ м км}^{-2} \cdot \text{год}^{-1}$ ).

При моделировании локальных загрязнений (озера, реки) определенное значение могут иметь модели глобальной циркуляции загрязняющих веществ в регионе, например тяжелых металлов и ряда микроэлементов. Они помогают в решении ряда задач.

Во-первых, они позволяют оценить глобальный фон (т. е. концентрации элементов в средах, обусловленных естественными источниками, такими, как выветривание почв, лесные пожары и др.). Вследствие этого глобальные модели могут дать представление о порядке величины концентраций ряда загрязняющих веществ (естественно, осредненных за большие промежутки времени, например за год, поскольку содержание многих веществ в воздухе над акваторией озера и в его воде в целом, по-видимому, пока еще слабо изменилось под влиянием хозяйственной деятельности).

Во-вторых, количественные оценки, характеризующие переход загрязняющих веществ из одной среды в другую, полученные при построении глобальных моделей, в ряде случаев можно использовать в качестве первого приближения и при построении региональных и локальных моделей циркуляции загрязняющих веществ.

В-третьих, глобальные модели можно применять для анализа, обобщения, сопоставления имеющейся весьма разнородной информации об антропогенном поступлении, содержании, поведении загрязняющих веществ в различных природных средах. Общим для региональных и глобальных моделей является необходимость учета вторичного загрязнения (вследствие миграции и химической трансформации загрязнителя), поскольку типична ситуация, когда опасность антропогенных поступлений определяется не столько загрязнением среды, куда непосредственно произведен выброс, сколько вторичным загрязнением других сред.

Итак, перенос и поступление загрязняющих веществ в озере осуществляются, в основном, в пределах водосборного бассейна. Поэтому оконтуривание рассматриваемого региона осуществляется на бассейновой гидрологической основе с включением примыкающих к бассейну озера территорий, с которых возможен перенос загрязняющих веществ воздушными потоками. Схема циркуляции загрязняющих веществ в регионе учитывает воздушный перенос, переход из атмосферы на подстилающую поверхность, перенос водными потоками и распространение в водной толще озера.

Очевидно, что решение указанной задачи требует учета процессов, имеющих широкий диапазон временных масштабов, и поэтому перспективным является иерархический принцип создания модели, когда она строится на основе простой балансовой системы уравнений, коэффициенты которой рассчитываются по более сложным моделям, учитывающим процессы более коротких временных масштабов. Результаты расчетов по моделям такого рода призваны «заменить» обычно недостающую экспериментальную информацию, необходимую при определении коэффициентов. Таким образом, математическая модель распространения загрязняющих веществ в регионе должна представлять некоторую иерархическую систему моделей, позволяющую не только учесть взаимодействие различных природных сред, но и рассматривать антропогенную составляющую и прогнозировать ее изменения при различных вариантах хозяйственной деятельности, планируемой в регионе.

Особенностью атмосферного переноса загрязняющих веществ в регионе является вынос загрязнителей на акваторию озера, который происходит в основном по долинам ручьев рек и береговой зоне, где расположены антропогенные источники. Тогда для оценки выноса количества загрязняющего вещества, переносимого от источника на акваторию, можно воспользоваться формулой

$$\frac{Q_s}{Q} = \frac{1}{2 \cdot \bar{u} \cdot \tau} \cdot \int_0^R \exp\left(-\frac{r}{\bar{u} \cdot \tau}\right) dr = \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{R}{\bar{u} \cdot \tau}\right), \quad (4.9)$$

где  $Q_s$  — количество загрязняющего вещества, выносимого на акваторию озера;  $R$  — расстояние от источника до озера;  $\bar{u}$  — средняя скорость переноса;  $\tau$  — время существования загрязняющего вещества в атмосфере;  $Q$  — мощность источника загрязнения.

Поскольку перенос по долине возможен как по направлению к озеру, так и от него, и эти события могут быть равновероятными, то в формуле (4.9) введен коэффициент  $\frac{1}{2}$ .

Для расчета рассеивания по акватории озера вынесенного загрязнителя используется модель, согласно которой поток загрязняющего вещества вычисляется отдельно для каждого румба (угловой сектор в  $45^\circ$ ). Для 2-го румба поток загрязняющего вещества на единицу площади и в единицу времени в точке на расстоянии  $r$  от точки выноса вычисляется по формуле

$$q(r) = \frac{8 \cdot f_i \cdot Q_s}{2 \cdot \pi \cdot r_0 \cdot r} \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right), \quad (4.10)$$

где  $f_i$  — повторяемость направлений переноса данного румба,  $r_0 = \bar{u} \cdot \tau$ . Осредняя вычисленное значение  $q(r)$  по площади и учитывая (4.10), приходим к формуле для расчета средней плотности выпадений

$$q = \frac{Q}{2} \cdot \exp\left(-\frac{R}{r_0}\right) \cdot \frac{1}{S} \int_S q(r) dS, \quad (4.11)$$

где  $S$  — площадь, по которой производится осреднение.

Параметром, подлежащим оценке в формуле (4.11), является,  $r_0 = \bar{u} \cdot \tau$ . Однако, осредненные по большим пространственным промежуткам, они дают слабое представление о зо-

нах влияния отдельных антропогенных источников. В задачах регионального масштаба учет зон влияния, хотя и в грубой форме, необходим. Здесь часто бывает достаточно оценок таких характеристик зоны влияния, как ее размер и масса загрязняющего вещества в ней.

Для расчета этих характеристик возможен следующий подход. Предполагается заданной форма факела распространения сточных вод. Эта форма обусловлена глубиной выпуска, орографией дна, условиями турбулентного перемешивания. Пусть  $S(r)$  – площадь части сферы радиуса  $r$ , пересекающей зону факела распространения выброса. Тогда поток  $q$  загрязняющего вещества через  $S(r)$  равен

$$q(r) = \bar{c}(r) \cdot \bar{u} \cdot S(r), \quad (4.12)$$

где  $\bar{c}(r)$  – средняя концентрация на расстоянии  $r$ ,  $\bar{u}$  – средняя скорость переноса. Предполагаем, что

$$q(r) = Q \cdot \exp\left(-\frac{r}{u \cdot \tau}\right), \quad (4.13)$$

где  $Q$  – масса загрязняющего вещества, сбрасываемая в единицу времени,  $\tau$  – время существования загрязняющего вещества в факеле (оно обусловлено процессами распада вещества и осаждения на дно).

Обозначим  $V_{cm}$  – объем сточных вод, сбрасываемых в единицу времени,  $k$  – кратность их разбавления (отношение концентраций в стоке к концентрации в воде) на расстоянии  $r$ , тогда из (4.12) и (4.13) следует, что

$$k = \frac{\bar{u} \cdot S(r)}{V_{cm}} \cdot \exp\left(\frac{r}{u \cdot \tau}\right). \quad (4.14)$$

Зона влияния обычно определяется максимальным, наперед заданным разбавлением. Значение этого разбавления выбирают в зависимости от предельно допустимой концентрации, от чувствительности метода измерения данного загрязнителя, его содержания в воде, обусловленного только естественными источниками, от варибельности концентраций. Обозначим это значение  $k_0$ , тогда  $R$  – размер зоны влияния – определится из уравнения

$$k_0 = \frac{\bar{u} \cdot S(R)}{V_{cm}} \cdot \exp\left(\frac{R}{u \tau}\right). \quad (4.15)$$

В частном случае при глубинном сбросе и большой глубине в районе сброса  $S(r) = \theta r^2$ , где  $\theta$  – угол рассеивания, определяемый условиями турбулентного перемешивания. Последнее условие имеет место для выпуска сточных вод. Сопоставление данных расчета  $k_0$  с данными проведенных экспериментов показывает совпадение их при  $\theta \approx 10^{-1}$  и  $\bar{u} \approx 10^{-2}$  м/с. Легко вычисляется и запас вещества  $M$  в зоне влияния:

$$M = \int_{r(R)}^{\infty} \frac{Q}{u \cdot S(r)} \cdot \exp\left(\frac{r}{u \cdot \tau}\right) dr. \quad (4.16)$$

где  $V(R)$  – зона влияния.

Не менее важным является и моделирование динамики антропогенных процессов в реках. Используем для описания динамики загрязнения на участках реки одну из наиболее распространенных математических моделей.

Введем следующие обозначения:  $i$  – номер района;  $n$  – номер периода года ( $n = 1$  – летний период,  $n = 2$  – зимний период);  $S_i$  – площадь поперечного сечения для  $i$ -го района;  $V_i$  – средняя скорость течения;  $Q_i$  – среднегодовой расход воды;  $D_i$  – протяженность  $i$ -го района.

Обозначим через  $\bar{X}_m$  – вектор концентрации загрязняющего вещества (фенол и его соединения –  $m = 2$  и нефтепродукты –  $m = 1$ );  $\bar{X}_{m,i}$  – концентрация загрязнителя  $m$  в  $i$ -м рай-

оне в момент времени  $t$ . Будем считать, что поступающие в какой-либо район загрязнения равномерно распределяются по всему этому району. Общее содержание загрязнителя в момент времени  $t$  равно

$$Z_{m,i}^t = X_{m,i}^t \cdot V_i, \quad (4.17)$$

где  $V_i$  – объем воды в  $i$ -м районе.

Обозначим через  $\bar{F}_m^t$  – вектор, характеризующий поступление загрязняющего вещества  $m$  в районы реки в момент времени  $t$ . При вычислении нужно использовать приведенный вектор сбросов  $\bar{q}_m^t$ , координаты которого рассчитывают следующим образом:

$$g_{m,i} = \frac{1}{V} \cdot F_{m,i}^t. \quad (4.18)$$

Введем в рассмотрение коэффициенты распада вещества за счет биохимического окисления  $\beta$  ( $\text{сут}^{-1}$ ), имеем

$$R_m^n = \exp(-k_n \cdot \beta_m^n), \quad (4.19)$$

где  $\beta_m^n$  – коэффициент распада вещества  $m$  за 1  $\text{сут}$  в продолжение периода  $n$ ;  $k_n$  – количество суток в периоде  $n$ ;  $R_m^n$  – коэффициент сохранения вещества  $m$  в период  $n$ .

Обозначив через  $Y_m^t$  концентрацию загрязняющего вещества  $m$  в донных отложениях и предполагая, что  $f(x,y)$  – функция взаимного обмена между  $\bar{X}^t$  и  $\bar{Y}^t$  – имеет вид

$$f_i = k_1 \cdot x_i - k_2 \cdot y_i, \quad (4.20)$$

где  $k_1$  – доля вещества, осаждающегося из 1  $\text{м}^3$  воды на 1  $\text{м}^2$  дна;  $k_2$  – доля вещества, поступающего с 1  $\text{м}^2$  поверхности донных отложений в 1  $\text{м}^3$  поверхностных вод, можно записать следующие соотношения для концентрации  $\bar{X}^{t+1}$ ,  $\bar{Y}^{t+1}$ :

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}^{t+1} &= (\bar{X}^t \cdot A + \bar{g} - f)R, \\ \bar{Y}^{t+1} &= (\bar{Y}^t + \bar{f} - k^* \cdot v_d \cdot y_{\text{дон}}^t) \cdot R_d, \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

где  $R_d$  – коэффициент сохранения загрязняющего вещества в донных отложениях,  $R_d = \exp(-k_d \cdot \beta_d)$ . Полагая  $\beta_d = k_d \cdot \beta$ , будем иметь

$$R_{m,d}^n = \exp(-k_n k_d \beta) \cdot (R_m^n)^{k_d}. \quad (4.22)$$

Очевидно,  $k_4 \leq 1$ .  $v_0$  – скорость перемещения частиц грунта в донных отложениях;  $v_0 = k_v \cdot v$ , где  $v$  – скорость течения реки. Величина  $v_0$  меньше, чем  $v$ , как минимум, на порядок;  $k^* = 1$ ;  $A$  – матрица перетоков, где  $a_{ij}$  – количество воды, перетекающей из  $i$ -го района в  $j$ -й за 1 временной шаг.

Рассмотрим решение этих проблем на конкретных объектах.

#### Расчет разбавления сточных вод в реках и озерах

Расчетный расход реки  $Q_{p-95\%} = 2,87 \text{ м}^3/\text{с}$ , средняя скорость потока  $v_{cp} = 0,35 \text{ м/с}$ , средняя глубина  $h_{cp} = 0,60 \text{ м}$ , среднее значение максимальных глубин на участке  $h_{maxcp} = 0,95 \text{ м}$ ; уклон дна реки  $I = 0,0002$ ; радиус кривизны русла  $r = 150 \text{ м}$ .

Основной формулой равномерного движения воды, с некоторым приближением применяемой для речных потоков, является формула Шези

$$v = C \cdot \sqrt{R \cdot I}, \quad (4.23)$$

где  $C$  – коэффициент Шези, который зависит от степени шероховатости и поперечных размеров русла.

Для русел, ширина которых значительно превосходит глубину, гидравлический радиус можно заменить средней глубиной, и тогда формула (4.23) будет иметь вид

$$v = C \cdot \sqrt{h_{\text{ср}} \cdot I}. \quad (4.24)$$

Значение  $C$  для рассматриваемого участка можно определить по измеренным величинам  $v$ ,  $h_{\text{ср}}$  и  $I$  используя следующее выражение

$$C = \frac{v}{\sqrt{h_{\text{ср}} \cdot I}}, \quad (4.25)$$

$$C = \frac{0,35}{\sqrt{0,60 \cdot 0,0002}} = 32,1 \text{ м}^{0,5} / \text{с}.$$

Коэффициент турбулентного обмена является параметром при расчете перемешивания в потоках и вычисляется по формуле

$$A = \frac{\gamma \cdot h_{\text{ср}} \cdot v_{\text{ср}}}{M \cdot C}, \quad \frac{\text{кг} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}, \quad (4.26)$$

где  $\gamma$  – объемный вес воды,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\gamma = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ ;  $M$  – функция коэффициента Шези, имеющая размерность  $\text{м}^{0,5}/\text{с}$ .

При  $10 \leq C \leq 60$

$$M = 0,7 \cdot C + 6, \quad (4.27)$$

при  $C > 60$

$$M = \text{const} = 48. \quad (4.28)$$

По формуле (4.27)

$$M = 0,7 \cdot 32,1 + 6 = 28,5 \text{ м}^{0,5}/\text{с}.$$

Подставляя известные значения в формулу (4.26), получим значение коэффициента турбулентного обмена

$$A = \frac{\gamma \cdot h_{\text{ср}} \cdot v_{\text{ср}}}{M \cdot C} = \frac{1000 \cdot 0,60 \cdot 0,35}{28,5 \cdot 32,1} = 0,22, \quad \frac{\text{кг} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}.$$

При расчетах разбавления необходимо вводить поправку на неравномерность распределения глубин, так как отклонение глубин от среднего значения приводит к увеличению кинематической неоднородности потока и ускорению процесса перемешивания. Этот фактор учитывается введением поправочного коэффициента  $K_A$  к коэффициенту турбулентного обмена  $A$ , и тогда  $A$  вычисляется по формуле

$$A = \frac{\gamma \cdot h_{\text{ср}} \cdot v_{\text{ср}}}{M \cdot C} \cdot K_A. \quad (4.29)$$

Поправка  $K_A$  определяется по таблице 4.1 в зависимости от неравномерности распределения глубины  $\theta$ , вычисленной по формуле

$$\theta = \frac{h_{\text{max ср}} - h_{\text{ср}}}{h_{\text{ср}}}, \quad (4.30)$$

где  $h_{\text{max ср}}$  и  $h_{\text{ср}}$  – соответственно максимальные и средние глубины на участке.

Таблица 4.1 – Значения поправки  $K_A$

Параметр	Значения поправки $K_A$											
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
$K_A$	1,0	1,05	1,2	1,4	1,6	1,9	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8	4,2

Таблица 4.1 получена для условий малых рек; при определении  $K_A$  для больших и средних рек рекомендуется использовать таблицу 4.2 при значениях  $\theta$  от 0 до 0,6, а при больших значениях  $\theta$  принимать  $K_A = 2$ . Для данного примера при  $\theta = (0,95 - 0,60)/0,60 = 0,58$  по таблице 4.1 интерполированием получено  $K_A = 2,14$ .

Таблица 4.2 – Зависимость  $M$  и  $N$  от  $C$

Параметр	Значение $M$ и $N$										
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$C, \text{ м}^{0,5}/\text{с}$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$M, \text{ м}^{0,5}/\text{с}$	13,0	16,5	20,0	23,5	27,0	30,5	34,0	37,5	41,0	44,5	48,0
$N$	13,3	25,2	40,8	53,3	82,6	103	139	172	209	249	294

Значение коэффициента турбулентного обмена по формуле (4.30) равно

$$A = \frac{\gamma \cdot h_{cp} \cdot v_{cp}}{M \cdot C} \cdot K_A = 0,22 \cdot 2,14 = 0,47 \text{ кг с/м}^2.$$

Коэффициент турбулентной диффузии используется при решении дифференциальных уравнений, описывающих процесс турбулентной диффузии, и выражается отношением

$$A_{\text{диф}} = \frac{g}{\gamma} \cdot A, \quad (4.32)$$

где  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $\gamma$  – объемный вес,  $\text{кг/м}^3$ .

При полученных значениях коэффициента турбулентного обмена для различных условий  $A$  и  $A_{\text{испр}}$  коэффициенты турбулентной диффузии будут соответственно равны:

$$A_{\text{диф}} = \frac{g}{\gamma} \cdot A = \frac{9,81}{1000} \cdot 0,22 = 0,00215 \text{ м}^2/\text{с},$$

$$A_{\text{диф}} = \frac{g}{\gamma} \cdot A_{\text{испр}} = \frac{9,81}{1000} \cdot 0,47 = 0,00461 \text{ м}^2/\text{с}.$$

В процессе разбавления сточных вод в реках важное значение имеет поперечное течение. Среднее значение поперечной составляющей скорости по вертикали вычисляют по формуле

$$v_{zcp} = 0,13 \cdot N \cdot \frac{h_{cp}}{r} \cdot v_{xcp}, \quad (4.32)$$

где  $N$  – безразмерное число, определенное по формуле (4.33) или таблице 4.2;

$$N = \frac{M \cdot C}{g}, \quad (4.33)$$

$h_{cp}$  – средняя глубина на участке, м;  $r$  – радиус кривизны русла – средняя величина на участке реки, расположенном непосредственно ниже места спуска сточных вод и включающем 1–2 закругления, м;  $v_{xcp}$  – средняя продольная скорость на вертикали, м/с.

Для данного примера по таблице 4.2 и формуле (4.32):

$$N = \frac{28,5 \cdot 32,1}{9,81} = 93,0,$$

$$v_{zcp} = 0,13 \cdot 93,0 \cdot \frac{0,60}{150} \cdot 0,35 = 0,02 \text{ м/с}.$$

Не менее очевидно, что ветер внесет какие-то коррективы в этот процесс, так как на поверхности озер (водохранилищ) течения развиваются под действием ветра, поэтому при оценке перемешивания сточных вод необходимо производить расчет ветровых течений.

При расчетах разбавления сточных вод в водоемах следует учитывать также изменчивость гидрологических величин и гидравлических элементов. Как показывают проведенные расчеты, учет изменчивости достаточно определяется изменчивостью ветра. Наиболее характерные условия разбавления при различной обеспеченности скорости ветра приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Условия расчета разбавления при различной обеспеченности ветра

Условия	Обеспеченность ветра,
Благоприятные	1
Средние	50
Неблагоприятные	90

Итак, глубина озера (в состоянии волнения)  $h_{cp} = 1,15 \text{ м}$ ; эффективный диаметр донных отложений  $d_s = 0,27 \text{ мм}$ ; скорость ветра на высоте 10 м от водной поверхности 1 %-ной обеспеченности  $\omega_{10} = 15 \text{ м/с}$ ; объемный вес воды  $\gamma = 1000 \text{ кг/м}^3$ ; высота волны  $h = 0,42 \text{ м}$ ; скорость волны  $c = 0,12 \text{ м/с}$ ; длина разгона  $L = 2 \text{ км}$ .

Повторяемость различных скоростей ветра на высоте 10 м над поверхностью суши имеется в справочной литературе. Переход на той же высоте над водной поверхностью осуществляется по специальным графикам, например А.П. Браславского, а при их отсутствии для перехода к скорости на высоте 2 м над водной поверхностью допускается принимать коэффициент  $K = 0,85$ .

Для вычисления средней скорости можно использовать зависимость

$$v_{\text{ср}} = K \cdot \omega_{10} \cdot \sqrt{3 + 10 \cdot h}, \quad (4.34)$$

где  $K$  – коэффициент, зависящий от коэффициента Шези  $C$ , определяется по графику, представленному на рисунке 4.1;  $\omega_{10}$  – скорость ветра на высоте 10 м заданной расчетной обеспеченности, м/с;  $h$  – высота волны (м) при известной длине разгона  $L$  км.

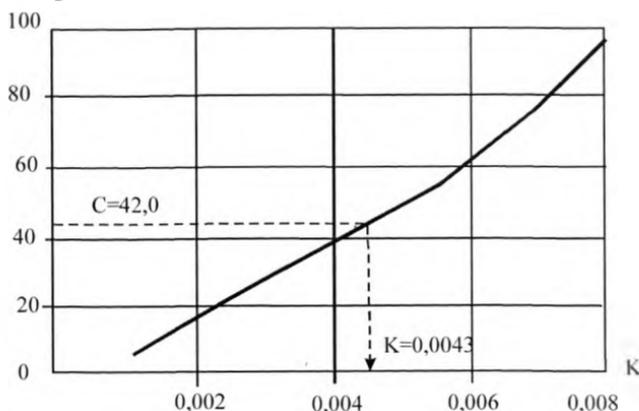


Рисунок 4.1 – Кривая зависимости  $K = f(C)$

Коэффициент Шези  $C$  вычисляется по формуле (4.25).

Эффективный диаметр  $d_3$  в условиях озер и водохранилищ определяется по интегральной кривой гранулометрического состава как диаметр, ограничивающий 10 % наиболее крупных частиц. Для данного примера при  $h_{cp}/d_3 = 1,15/0,27 = 4,2$  коэффициент  $C$  по формуле (4.25) равен  $C = 33 \cdot \left(\frac{1,15}{0,27}\right)^{\frac{1}{6}} = 42,0 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ . При полученном  $C$  по рисунку 4.1 определяем  $K = 0,0043$ .

Подставляя известные значения в формулу (4.34), получим

$$v_{\text{ср}} = 0,0043 \cdot 15 \cdot \sqrt{3 + 10 \cdot 0,42} = 0,17 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Коэффициент турбулентного обмена при слабом ветровом волнении для водоемов вычисляется по формуле

$$A = (\gamma \cdot h_{\text{ср}} \cdot v_{\text{ср}}) / (2 \cdot m \cdot C), \quad (4.35)$$

где  $m$  – параметр, определяемый в зависимости от  $C$ :

при  $C \leq 60$

$$m = M/2, \quad (4.36)$$

при  $C > 60$

$$m = \text{const} = 24. \quad (4.37)$$

Значение  $M$  находят по таблице 4.1.

При  $C = 42,0 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$  по таблице 4.1  $M = 35,0 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ , по формуле (4.36)

$$m = 35/2 = 17,5.$$

Подставим все известные величины в формулу (4.35), имеем

$$A = \frac{1000 \cdot 1,15 \cdot 0,17}{2 \cdot 17,5 \cdot 42,0} = 0,13 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{м}^2.$$

При наличии волнения влияние турбулентного перемешивания изменяется и формула (4.35), которая преобразуется следующим образом:

$$A = \frac{\gamma \cdot h^{\frac{2}{3}} \cdot d_3^{\frac{1}{3}}}{f_0 \cdot g} \cdot \sqrt{\left(\frac{c \cdot h}{\pi \cdot h_{cp}}\right)^2 + v_{cp}^2}, \quad (4.38)$$

где  $\gamma$  – объемный вес воды, кг/м<sup>3</sup>;  $h_{cp}$  – средняя глубина на участке, м;  $d_3$  – эффективный диаметр, мм;  $f_0$  – эмпирический коэффициент, приближенно принимаемый равным единице;  $c$  – скорость волны, м/с;  $h$  – высота волны, м;  $v_{cp}$  – средняя скорость течения.

По известным значениям величина  $A$  по формуле (4.38) равна

$$A = \frac{1000 \cdot 1,15^{2/3} \cdot 0,27^{1/3}}{1 \cdot 9,81} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,12 \cdot 0,42}{3,14 \cdot 1,15}\right)^2 + 0,17^2} = 12,3.$$

Как видно из полученных значений, на коэффициент турбулентного обмена большое влияние оказывает волнение.

*Расчет концентрации загрязняющего вещества в створе, где распределение его оказывается практически равномерным*

По типизации водотоков по условиям перемешивания река относится к типу III (мелкие водные сильно проточные) расход  $Q_{95\%} = 134$  м<sup>3</sup>/с и начальная концентрация загрязняющего вещества  $S_e = 5$  г/м<sup>3</sup>. Расход загрязненных вод  $Q_{CT} = 43,8$  м<sup>3</sup>/с с концентрацией загрязнения  $S_{CT} = 50$  г/м<sup>3</sup>.

Процесс перемешивания загрязняющего вещества в речном потоке в случае длительного его поступления при установившемся процессе оценивается уравнением баланса в следующем виде:

$$S_e \cdot Q + S_{CT} \cdot Q_{CT} = S_n \cdot (Q + Q_{CT}), \quad (4.39)$$

где  $Q$  – расход реки, м<sup>3</sup>/с, причем за расчетный расход принимается меженный расход, так как в период межени соотношение расходов реки и сточных вод наиболее неблагоприятно для разбавления.

Примущественно используются расходы 95%-ной обеспеченности;  $Q_{CT}$  – расход загрязненных вод, м<sup>3</sup>/с;  $S_{CT}$  – концентрация загрязняющего вещества в сточных водах перед выпуском в реку, мг/дм<sup>3</sup>; мг/м<sup>3</sup>; г/м<sup>3</sup>; % (приведенная размерность относится ко всем приведенным ниже видам концентраций);  $S_e$  – естественная или фоновая концентрация этого же вещества в речной воде;  $S_n$  – концентрация вещества в потоке ниже места выпуска сточных вод в створе достаточного перемешивания, т. е. там, где благодаря перемешиванию распределение вещества в сечении оказывается практически равномерным.

Баланс вещества может быть составлен для концентрации загрязняющего вещества превышении над фоном:

$$S_{прив} = S_{CT} - S_e. \quad (4.40)$$

Наиболее часто фоновая (естественная) концентрация очень мала по сравнению с  $S_{CT}$  и принимается  $S_e = 0$ , и тогда можно написать, что  $S_{прив} = S_{CT}$ .

Из формулы (4.39) величина  $S_n$  определяется по соотношению

$$S_n = \frac{S_e \cdot Q + S_{CT} \cdot Q_{CT}}{Q + Q_{CT}}. \quad (4.41)$$

В случае  $S_e = 0$  уравнение (4.41) переписывается в виде

$$S_n = \frac{S_{CT} \cdot Q_{CT}}{Q + Q_{CT}}. \quad (4.42)$$

Для данного примера концентрация в створе достаточного перемешивания по формуле (4.41) будет равна

$$S_n = \frac{5 \cdot 134 + 50 \cdot 43,8}{134 + 43,8} = 16,1 \text{ г/м}^3.$$

Определим расстояние в реке от места выпуска загрязняющего вещества до появления его при заданной концентрации загрязнения и местоположение створа достаточного перемешивания.

Расход воды в реке  $Q_{95\%} = 90 \text{ м}^3/\text{с}$ ; расход сбросных сточных вод  $Q_{\text{ст}} = 8,0 \text{ м}^3/\text{с}$ ; ширина реки  $B = 18 \text{ м}$ , средняя глубина  $h_{\text{ср}} = 2,6 \text{ м}$ , коэффициент Шези  $C = 30 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ . Коэффициент извилистости  $k_{\text{изв}} = 1,2$ ; естественная концентрация загрязняющего вещества в речной воде  $S_e = 0$ ; концентрация загрязняющего вещества в сточных водах перед выпуском в реку  $S_{\text{ст}} = 100\%$ ; максимальная концентрация при заданном значении разбавления  $S_{\text{max}} = 10\%$ .

За показатель разбавления принимается

$$\eta = \left( \frac{S_{\text{max}}}{S_{\text{ст}}} - \frac{S_n}{S_{\text{ст}}} \right), \quad (4.43)$$

где  $S_{\text{max}}$  – максимальная концентрация; остальные обозначения известны.

Для данного примера  $S_n$  по формуле (4.41) равна

$$S_n = \frac{S_e \cdot Q + S_{\text{ст}} \cdot Q_{\text{ст}}}{Q + Q_{\text{ст}}} = \frac{100 \cdot 8,0}{90 + 8,0} = 8,2\%.$$

Показатель разбавления равен

$$\eta = \left( \frac{10}{100} - \frac{8,2}{100} \right) = 0,02.$$

Расстояние  $L$ , на котором наблюдается заданное разбавление:

$$L = \frac{0,14 \cdot Q_{\text{ст}} \cdot \sqrt{\frac{N}{h}}}{\eta \cdot (Q + Q_{\text{ст}}) \cdot k_{\text{изв}}} \cdot B, \quad (4.44)$$

где  $\eta$  – коэффициент разбавления по формуле (4.43);  $\varphi$  – коэффициент извилистости;  $B$  – ширина реки, м;  $N$  – коэффициент по формуле (4.29) или таблице 4.1.

Величина  $\bar{h}$  вычисляется по формуле:

$$\bar{h} = \frac{h_{\text{ср}}}{B}. \quad (4.45)$$

Для данного примера  $\bar{h} = \frac{2,6}{18} = 0,14$ ;  $N = 82,6$ . Подставляя известные значения, определяем расстояние  $L$ , на котором максимальная концентрация разбавления  $S_{\text{max}} = 10\%$  от начальной концентрации

$$L = \frac{0,14 \cdot 8,0 \cdot \sqrt{\frac{82,6}{0,14}}}{0,02 \cdot (90 + 8,0) \cdot 1,2} \cdot 18 = 208 \text{ м}.$$

**Местоположение створа достаточного перемешивания:** Расход воды в реке  $Q_{90\%} = 0,84 \text{ м}^3/\text{с}$  при  $v_{\text{ср}} = 0,29 \text{ м/с}$ ; расход сбросных сточных вод  $Q_{\text{ст}} = 0,07 \text{ м}^3/\text{с}$  при  $v_{\text{ст}} = 0,09 \text{ м/с}$ ; средняя глубина  $h_{\text{ср}} = 0,73 \text{ м}$  и максимальная средняя глубина  $h_{\text{max ср}} = 0,89 \text{ м}$ , коэффициент извилистости  $k_{\text{изв}} = 0,67$ , коэффициент Шези  $C = 16,3 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ ; коэффициент загрязняющего вещества перед выпуском в реку  $S_{\text{ст}} = 100$  единиц, естественная концентрация этого же вещества в речной воде  $S_e = 0$ ;  $S_{\text{max}} = 10$ ; выпуск сточных вод производится у берега.

Коэффициент, учитывающий гидравлические условия, имеет вид

$$\alpha = k_{\text{изв}} \cdot \xi \cdot \sqrt{\frac{A \cdot \psi \cdot g}{Q_{\text{ст}}}}, \quad (4.46)$$

где  $k_{\text{изв}}$  – коэффициент извилистости реки;  $\xi$  – коэффициент зависит от места выпуска сточных вод; при выпуске в середине потока  $\xi = 1,5$ , у берега  $\xi = 1,0$ ;  $\psi$  – коэффициент, зависящий от соотношения скоростей

$$\psi = \frac{v_{\text{ст}}}{v_{\text{ср}}}, \quad (4.47)$$

где  $v_{\text{ст}}$  и  $v_{\text{ср}}$  – соответственно скорость сточных вод и потока;  $g = 9,81 \text{ м}^{0,5}/\text{с}^2$ ;  $\gamma$  – объемный вес,  $\text{кг/м}^3$ ;  $A$  – коэффициент турбулентного обмена по формуле (4.26).

Для вычисления  $\alpha$  предварительно вычисляется по формуле (4.47)  $\psi = \frac{0,09}{0,29} = 0,31$  и коэффициент турбулентного обмена  $A$  по формуле (4.26).

Величина  $M = 0,7 \cdot 16,3 + 6 = 17,4 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ ; для определения  $K_A$  вычисляется неравномерность распределения глубин по формуле (4.27)

$$\theta = \frac{h_{\max, \text{ср}} - h_{\text{ср}}}{h_{\text{ср}}} = \frac{0,89 - 0,73}{0,73} = 0,22.$$

По таблице 4.2 величина  $K_A = 1,24$ .

Величина коэффициента турбулентного обмена по формуле (4.26)

$$A = \frac{\gamma \cdot h_{\text{ср}} \cdot v_{\text{ср}}}{M \cdot C} \cdot K_A = \frac{1000 \cdot 0,73 \cdot 0,29}{17,4 \cdot 16,3} \cdot 1,24 = 0,75 \text{ кг-с/м}^2.$$

Величина  $\alpha$  по формуле (4.46) равна

$$\alpha = k_{\text{мзв}} \cdot \xi \cdot \sqrt{\frac{A \cdot \psi \cdot g}{Q_{\text{ср}}}} = 0,67 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{\frac{0,75 \cdot 0,31 \cdot \frac{9,81}{1000}}{0,07}} = 0,12.$$

Степень перемешивания  $P$  определяется по формуле

$$P = \frac{S_n}{S_{\max}}. \quad (4.48)$$

Величина  $S_n$  вычисляется по формуле (4.41)

$$S_n = \frac{S_e \cdot Q + S_{\text{ср}} \cdot Q_{\text{ср}}}{Q + Q_{\text{ср}}} = \frac{0 \cdot 0,84 + 100 \cdot 0,07}{0,84 + 0,07} = 7,69 \%.$$

Значение  $P$  равно

$$P = \frac{S_n}{S_{\max}} = \frac{7,69}{10} \cdot 100 \% = 77 \%.$$

Расстояние от створа достаточного перемешивания предложено определять по формуле

$$L_p = \left( \frac{2,3}{\alpha} \cdot \lg \frac{Q}{\left( \frac{100}{P} - 1 \right) \cdot Q_{\text{ср}}} \right)^3. \quad (4.49)$$

Для данного примера расчет производится для расхода в реке обеспеченностью 90 %, следовательно, и расстояние  $L_p = L_{90\%}$ . Подставляя известные значения, имеем:

$$L_{90\%} = \left( \frac{2,3}{0,12} \cdot \lg \frac{0,84}{\left( \frac{100}{77} - 1 \right) \cdot 0,07} \right)^3 = 29054 \text{ м}.$$

#### *Расчет распыливания облака загрязнения в речном потоке*

Ширина реки  $b = 27 \text{ м}$ , средняя глубина на участке  $h_{\text{ср}} = 2,42 \text{ м}$ , средняя скорость течения  $v_{\text{ср}} = 1,12 \text{ м/с}$ , коэффициент Шези  $C = 35,0 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$ ; начальная концентрация загрязнения  $S_{\text{ср}} = 100 \%$ ; начальная длина облака загрязнения  $l_0 = 200 \text{ м}$ .

Единовременно выпущенное загрязненное вещество повышенной концентрации загрязняет речные воды по всей ширине  $B$  на участке длиной  $l_0$ , которая и является начальной зоной загрязнения. По пути движения наблюдается увеличение облака загрязнения и уменьшение его концентрации вследствие турбулентного перемешивания и влияния различных скоростей в поперечном сечении потока. Начальный объем загрязненных масс  $V_0$  можно вычислить по формуле

$$V_0 = h \cdot B \cdot l_0. \quad (4.50)$$

За какое-либо время  $t$  (с) от момента выпуска загрязненного вещества объем загрязненной части потока увеличится и определится по формуле

$$V = h \cdot B \cdot (l_0 + j \cdot v_{\text{ср}} \cdot t), \quad (4.51)$$

где  $v_{\text{ср}}$  – средняя скорость течения, м/с;  $j$  – параметр, зависящий от коэффициента Шези  $C$ , определяемый по таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Величина параметра  $j$ 

$C$	$J$	$C$	$J$
15	0,838	50	0,419
20	0,688	60	0,380
25	0,598	70	0,358
30	0,540	80	0,313
40	0,468	90	0,270

За момент времени  $t$  длина области загрязнения находится по формуле

$$l = l_0 + j \cdot v_{cp} \cdot t. \quad (4.52)$$

Длина пути, пройденного центром облака загрязнения от момента  $t=0$  до момента  $t$ ,

$$L = v_{cp} \cdot t. \quad (4.53)$$

Формула (4.52) будет иметь вид

$$l = l_0 + j \cdot L. \quad (4.54)$$

Средняя концентрация загрязняющего вещества  $S_{cp}$  для всего объема загрязненной части потока  $V$  определяется из условия неразрывности

$$V \cdot S_{cp} = V_0 \cdot S_{ct}. \quad (4.55)$$

Величина  $S_{cp}$  будет равна

$$S_{cp} = \frac{V_0 \cdot S_{ct}}{V} = \frac{h \cdot B \cdot l_0 \cdot S_{ct}}{h \cdot B \cdot (l_0 + j \cdot L)} = \frac{l_0 \cdot S_{ct}}{l_0 + j \cdot L} = \frac{l_0}{l} \cdot S_{ct}. \quad (4.56)$$

Максимальная концентрация  $S_{max}$  в облаке загрязнения может быть получена при учете распределения концентрации по длине  $l$ , а приблизительно рекомендуется принять  $S_{max} = 3S_{cp}$ .

Задача состоит в том, чтобы рассчитать среднюю концентрацию на определенных заданных расстояниях от места пуска, где начальная концентрация была  $S_0$ . Задаем расстоянием  $L_1 = 2000$  м;  $L_2 = 5000$  м и  $L_3 = 10000$  м. Расчет следует провести по приведенным выше формулам в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Вычисление средней концентрации

Длина пути облака загрязнения, $L$ , м	Начальная		$C$ , $м^{0.5}/с$	$j$	$j \cdot L$	$l = l_0 + j \cdot L$	$l_0/l$	$S_{cp} = l_0 \cdot S_{ct} / l$ , %	Средняя скорость $v_{cp}$ , м/с	Время $t = L/v_{cp}$
	концентрация $S_{ct}$ , %	длина облака загрязнения $l_0$ , м								
2000	100	200	35,0	0,504	2000	1208	0,166	16,6	1,12	30 мин
5000	100	200	35,0	0,504	5000	2720	0,074	7,4	1,12	1 ч 14 мин
10000	100	200	35,0	0,504	10000	5240	0,038	3,8	1,12	2 ч 29 мин

#### Расчет загрязнения водоемов взвешенными частицами

Средняя скорость  $v = 0,35$  м/с; коэффициент Шези  $C = 35,0$   $м^{0.5}/с$ ; средняя глубина на участке  $h_{cp} = 3,5$  м; гидравлическая крупность частиц  $u = 0,02$  м/с; расстояние от места выпуска сточных вод  $L = 100$  м, концентрация взвешенных веществ перед выпуском в реку  $S_{ct} = 100$   $г/м^3$ ; объемный вес наносов  $\gamma_n = 1,47$   $г/см^3$ .

Рассматриваются условия, при которых в период штиля в водоеме наблюдается слабое устойчивое течение, переносящее загрязненные воды в одном направлении. В сточных водах имеются растворенные и взвешенные частицы.

Предварительно производится расчет разбавления растворенных загрязнителей и по плану определяется осевая линия загрязнения от места выпуска сточных вод. Дальнейшие

расчеты осаждения взвешенных веществ производятся в направлении этой оси  $L$ . Прежде чем рассчитать концентрацию взвешенного вещества  $S$  вдоль оси  $L$ , следует рассчитать концентрацию транспортирующей способности потока по отношению к загрязняющим веществам  $S_{тр}$  по формуле

$$S_{тр} = 150 \cdot \eta^2 \cdot \frac{N \cdot v_{ср}^2}{h_{ср}} \cdot \Gamma \quad (4.57)$$

где  $\eta$  – параметр, определяемый по формуле

$$\eta = \frac{3 \cdot C - M}{3 \cdot C} \quad (4.58)$$

где  $C$  – коэффициент Шези;  $M$  – параметр по формулам (4.27);  $N$  – параметр по формуле (4.29) или таблице 4.1;  $v_{ср}$  – средняя скорость течения;  $h_{ср}$  – средняя глубина.

Величина  $\Gamma$  (табл. 4.6) в формуле (4.57) называется гидромеханическим параметром взвешенных частиц и зависит от коэффициента Шези и безразмерного числа  $G$ , определяемого в зависимости от гидравлической крупности  $u$  и средней скорости  $v_{ср}$  по формуле

$$G = \frac{u}{v_{ср}} \quad (4.59)$$

Таблица 4.6 – Значение параметра  $\Gamma = f(G, C)$

G	C				
	20	30	40	50	60
0,0001	0,998	0,995	0,960	0,986	0,980
0,0010	0,960	0,934	0,900	0,860	0,816
0,0020	0,927	0,874	0,812	0,742	0,669
0,0050	0,827	0,716	0,601	0,486	0,387
0,0100	0,687	0,520	0,373	0,259	0,177
0,0200	0,479	0,290	0,169	0,099	0,066
0,0300	0,337	0,168	0,084	0,044	0,026
0,0400	0,254	0,110	0,052	0,026	0,015
0,0600	0,141	0,049	0,0188	0,0089	0,0045
0,0800	0,079	0,0231	0,0084	0,0033	0,0015
0,10	0,044	0,0123	0,0038	0,00143	0,00056

По формуле (4.27) имеем:

$$M = 0,7 \cdot C + 6 = 0,7 \cdot 26,5 + 6 = 24,6 \text{ м}^{0,5}/\text{с};$$

$$\eta = \frac{3 \cdot C - M}{3 \cdot C} = \frac{3 \cdot 26,5 - 24,6}{3 \cdot 26,5} = 0,69;$$

$$N = \frac{M \cdot C}{g} = \frac{24,6 \cdot 26,5}{9,81} = 66,5;$$

$$G = \frac{u}{v_{ср}} = \frac{0,02}{0,35} = 0,057.$$

По значениям  $C = 26,5 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$  и  $G = 0,057$  по таблице 4.6 интерполяцией получен гидромеханический параметр  $\Gamma = 0,093$ . Величина  $S_{тр}$  по формуле (4.57) равна

$$S_{тр} = 150 \cdot \eta^2 \cdot \frac{N \cdot v_{ср}^2}{h_{ср}} \cdot \Gamma = 150 \cdot 0,69^2 \cdot \frac{66,5 \cdot 0,35^2}{3,5} \cdot 0,093 = 15,46 \text{ г}/\text{м}^3.$$

Концентрацию взвешенных веществ  $S$  на расстоянии  $L$  от места выпуска вычисляют по формуле

$$S = S_{тр} + (S_{ст} - S_{тр}) \cdot \exp\left(-\frac{u+k}{h_{ср} \cdot v_{ср}} \cdot L\right), \quad (4.60)$$

где  $S_{ст}$  – концентрация взвешенных веществ перед выпуском в реку,  $\text{г}/\text{м}^3$ ;  $v_{ср}$  – средняя скорость течения,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $h_{ср}$  – средняя глубина по оси  $L$  на рассматриваемом участке зоны загрязнения,  $\text{м}$ ;  $u$  – гидравлическая крупность – скорость равномерного падения твердых частиц в неподвижной воде,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $L$  – расстояние от места выпуска,  $\text{м}$ ;  $S_{тр}$  – концентрация,  $\text{г}/\text{м}^3$ , отвечающая транспортирующей способности потока по отношению к загрязняющим взвешенным веществам и определяемая по формуле (4.57);  $k$  – параметр, вычисляемый по формуле

$$k = \frac{u \cdot \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (4.61)$$

для данного примера  $k = \frac{u \cdot \Gamma}{1 - \Gamma} = \frac{0,02 \cdot 0,093}{1 - 0,093} = 0,002$ .

Концентрация  $S$  на заданном расстоянии  $L = 100$  м по формуле (4.60) равна

$$S = S_{тр} + (S_{ст} - S_{тр}) \cdot \exp\left(-\frac{u + k}{h_{ср} \cdot v_{ср}} \cdot L\right) =$$

$$= 15,46 + (100 - 15,46) \cdot \exp\left(-\frac{0,02 + 0,002}{3,5 \cdot 0,35} \cdot 100\right) = 1,43.$$

Расчет целесообразно выполнять до того расстояния  $L$ , на котором концентрация веществ снижается до 0,10 от начальной, т.е. где  $S/S_{ст} \approx 0,10$ . При очень значительной концентрации  $S_{ст}$  это отношение может быть снижено до 0,05; 0,01 и т. д.

В данном примере расстояние  $L = 100$  м удовлетворяет указанному условию.

Расход наносов на начальной вертикали вычисляется по формуле

$$r_{нач} = h_{ср} \cdot v_{ср} \cdot S_{ст}, \quad (4.62)$$

где  $r$  – в г/(м·с).

Расход наносов на конечной вертикали, где концентрация вещества снизится до значения  $S$ , вычисляется по формуле

$$r_{кон} = h_{ср} \cdot v_{ср} \cdot S. \quad (4.63)$$

Количество взвешенных веществ, которое осаждается внутри зоны на метровую ширину полосы в 1с

$$r_{акк} = r_{нач} - r_{кон}, \quad (4.64)$$

И тогда –

$$r_{акк} = r_{нач} - r_{кон} = 3,5 \cdot 0,35 \cdot 100 - 3,5 \cdot 0,35 \cdot 0 = 122,5 \text{ г/(м·с)}.$$

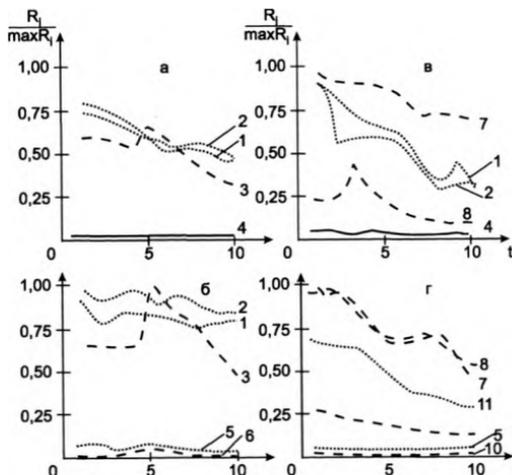


Рисунок 4.2 – Нормированные на свои максимальные значения концентрации нефти и фенола по сезонам года и районам: а – район устья; б и в – средние районы; г – район верховья; 1 – концентрация фенола на дне реки зимой; 2 – концентрация фенола на поверхности реки зимой; 3 – концентрация нефти на поверхности и дне реки зимой; 4 – концентрация нефти и фенола на поверхности и дне реки летом; 5 – концентрация фенола на дне и поверхности реки летом; 6 – концентрация нефти на поверхности реки зимой; 7 – концентрация нефти на поверхности реки зимой; 8 – концентрация нефти на дне реки зимой; 9 – концентрация нефти на поверхности реки летом; 10 – концентрация нефти на дне реки летом; 11 – концентрация фенола на дне и поверхности реки зимой

Среднее количество осаждающихся частиц на всем рассматриваемом участке  $L$  за одну сутки определяется зависимостью

$$\alpha_{\text{cp}} = \frac{r_{\text{анк}}}{L} \cdot 86400, \text{ г/(м}^2\text{-сут)}. \quad (4.65)$$

$$\alpha_{\text{cp}} = \frac{r_{\text{анк}}}{L} \cdot 86400 = \frac{122,5}{100} \cdot 86400 = 105840 \text{ г/(м}^2\text{-сут)}.$$

Для перевода величины осажденных веществ в высоту слоя следует полученную  $\alpha_{\text{cp}}$  разделить на объемный вес отложений  $\gamma$ . С учетом размерности получим

$$h_{\text{слоя}} = \frac{\alpha_{\text{cp}}}{\gamma} = \frac{105840}{1.47} \cdot 10^{-6} = 0,07 \text{ м}.$$

На рисунке 4.2 приведены прогнозные графики динамики загрязнения модельной реки нефтью и фенолом полученные с использованием вышеописанных математических моделей.

#### 4.2. Базисные модели уровня режима речных потоков, паводков и паводков

Прогноз изменения уровня воды с соответствующим изменением расхода воды в каком-либо сечении реки сегодня очень актуален. Это проблема участвовавших катастрофических наводнений и паводков большинства рек как европейского, так и азиатского регионов.

Рассмотрим сначала самый простой случай стационарного, т. е. неизменного во времени течения в речном русле. Вследствие постоянства уровня в каждом сечении  $\left(\frac{d\xi}{dt} = 0\right)$  уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = p. \quad (4.66)$$

Положим для простоты, что боковой сток отсутствует. Это означает, что расход не меняется вдоль русла  $\frac{\partial q}{\partial x} = 0$ .

Таким образом, равновесие интегральных сил (ускорений) стационарного течения в равномерном потоке сводится к уравнению:

$$q \cdot S \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} = -B \cdot K \cdot \frac{q \cdot |q|}{S^2}. \quad (4.67)$$

Сила горизонтального градиента давления уравновешивается силой сопротивления, которое оказывается течению ложем реки.

Так как уровень почти всегда понижается в направлении течения  $\frac{\partial \xi}{\partial x} \leq 0$ , а расход всегда положителен, можно это выражение записать так:

$$q \cdot S \cdot i = B \cdot K \cdot \frac{q^2}{S^2}, \quad (4.68)$$

или

$$q^2 = \frac{i}{K} \cdot q \cdot \frac{S^3}{B}, \quad (4.69)$$

где  $i = \left| \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|$ .

Если теперь вспомнить, что  $S/B=H$ , а  $q/S=u$  ( $H$  – средняя глубина,  $u$  – средняя скорость течения), то выражение примет вид:

$$u^2 = \frac{i}{K} \cdot q \cdot H \quad \text{или} \quad u = \sqrt{i/K} \cdot \sqrt{q \cdot H}, \quad (4.70)$$

где  $\sqrt{i/K}$  – безразмерная комбинация безразмерных величин, характеризующих две главные силы течения,  $\sqrt{q \cdot H}$  – лагранжева скорость распространения длинных волн, а кроме того, это мера (с множителем  $\sqrt{2}$ ) скорости истечения из сосуда с отверстием на глубине  $H$  под свободной поверхностью.

Полученное уравнение в любой из форм (4.66) – (4.70) является важнейшим соотношением гидравлики открытых водотоков. На него опираются основные принципы гидродинамической науки, оно определяет сущность важнейших ее понятий, таких как кривая расхода, модуль расхода. Это естественно, так как равновесие сил давления и сопротивления выражает основной закон течения в русле. Нужно лишь помнить те условия, при которых этот закон соблюдается точно, т. е. предположения, использованные при его выводе.

Уравнение (4.70) указывает на наличие прямой связи расхода с уровнем свободной поверхности в данном сечении: как средняя глубина  $H$ , так и сечение  $S$  зависят только от  $\xi$ , так что при постоянном уклоне функция  $q(\xi)$  или  $\xi(q)$  должна быть прямой и однозначной.

На рисунке 4.3 показан пример функции  $q(\xi)$ , построенной по данным одновременных измерений расхода и уровня. Это и есть кривая расходов. Незначительный разброс экспериментальных точек вокруг кривой косвенно подтверждает постоянство уклона (по крайней мере, отношения  $i/K$ ) при различной высоте уровня. К тому же этот разброс может происходить и от фактических ошибок измерения.

Воспользовавшись функцией  $\xi(q)$ , можно в любом из них найти ожидаемую высоту уровня. Задача прогноза будет уже вполне решена, если определить «время добегания» повышенных паводковых расхода и уровня до каждого из этих пунктов. А это, несомненно, можно сделать, пронаблюдая несколько половодий по всей длине реки.

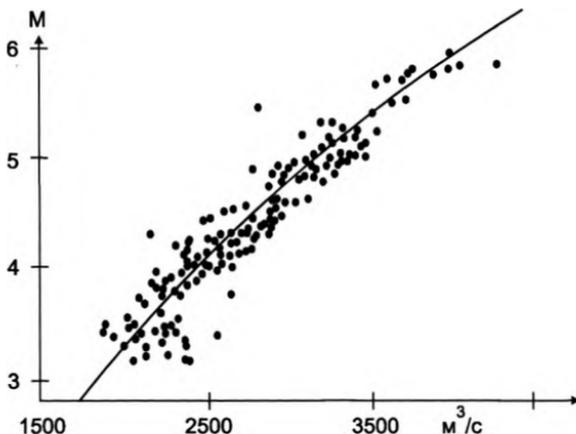


Рисунок 4.3 – Кривая расходов – функция  $q(\xi)$

Однако все эти рассуждения и полученные соотношения опирались на предположение о неизменности потока во времени. Когда это условие нарушается, то происходит следующее (рис. 4.4).

В передней части волны паводка продольный уклон свободной поверхности несколько больше среднего стационарного уклона. Значит, больше движущая поток сила, т. е. горизонтальный градиент давления. Это приводит к тому, что наибольший паводковый расход не совпадает в пространстве и во времени с пиком уровня – гребнем волны, а несколько опере-

жает его. Как нетрудно убедиться по кривым  $q(t)$  и  $\xi(t)$  на рисунке 4.4, в фазе роста уровня расход будет больше, чем при той же его высоте на фазе спада.

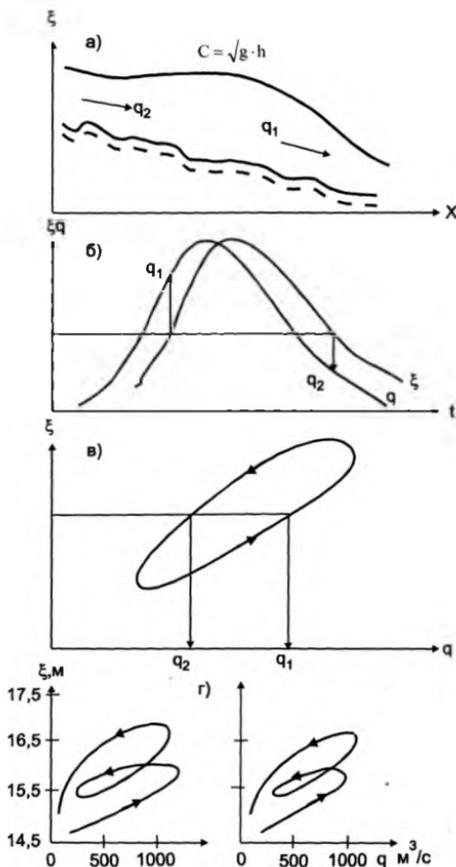


Рисунок 4.4 – Прохождение паводка по реке: а) продольный профиль дна и свободной поверхности; б) зависимость расхода и уровня от времени в некотором поперечном сечении; в) петлеобразная кривая расходов (расход  $q_1$  на фазе роста уровня (на переднем склоне волны) больше расхода  $q_2$  на фазе падения (на заднем склоне) при одной и той же высоте уровня); г) измеренные кривые расходов при искусственных пущах

Если измерить одновременно расход и уровень во время прохождения паводка или половодья, а затем построить кривую расходов по парам одновременно измененных значений  $q$  и  $\xi$ , то получится картина, показанная на рисунке 4.4. Экспериментальные точки образуют замкнутую кривую, располагаясь на ней в строгой последовательности по времени изменения: правая часть кривой соответствует фазе уровня и расхода, левая – фазе уменьшения. Таким образом, оказывается, что при нарушении условия стационарности нарушается и однозначность зависимости  $q(\xi)$ . Это вполне понятно и при взгляде на формулу (4.70): ведь если

для различных пар измерений  $q$  и  $\xi$  различным будет и уклон  $i$ , эти пары будут соответствовать просто различным кривым  $q(\xi)$ .

Одновременные измерения расхода и уровня в периоды резко нестационарных процессов на реках справедливо считаются самыми важными, они-то и позволяют проверить теоретические формулы и решения, сопоставив с измерениями результаты расчета самого важного процесса в речном русле.

Явление неоднозначности связи зависимых величин известно как свойство гистерезиса и характерно для многих природных систем.

Для течения в открытом русле нелинейность содержится уже в уравнении Шези:

$$q = S \cdot \sqrt{\frac{i}{K}} = \sqrt{g \cdot H}. \quad (4.71)$$

$S = B \cdot H$ , поэтому расход пропорционален большей, чем первая, степени глубины (или высоты уровня:  $H = h + \xi$ ), которая еще умножается на  $i = |\partial \xi / \partial x|$ . При увеличении расхода возрастает  $S$  за счет повышения уровня  $\xi$ . Вместе с тем увеличивается и  $H = S/B$ , а значит, и скорость движения волны  $\sqrt{g \cdot H}$ . Последнее обстоятельство имеет еще и то следствие, что пик волны паводка, т. е. гребень волны, где  $\xi$  имеет наибольшие значения, стремится догнать переднюю подошву, увеличивая крутизну переднего склона и уменьшая крутизну заднего. В результате разница уклонов на фазе подъема и спада еще больше возрастает.

Таким образом, присущая движению нелинейность определяет внутренние обратные связи в нем, т. е. влияние движения самого на себя. Это настолько усложняет характер протекания всех процессов, связи величин, что количественно выразить их можно только на языке дифференциальных уравнений.

Рассмотрим особенности базисных уровенных моделей и озерно-водоемных систем. Эта проблема является очень важной как с позиции понижения уровней, т. е. обмеления (регрессии) водоемов, озер и морей, так и их повышения (трансгрессии), т. е. затопления суши.

Динамико-стохастическая модель многолетних колебаний уровня естественного водоема описывается уравнением:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{V^+(t)}{F(t)} - \frac{V^-(t)}{F(t)} - e(t), \quad (4.72)$$

где  $h$  – уровень относительно равновесной отметки, принимаемой за нулевую,  $V^+(t)$  и  $V^-(t)$  – расходы речного притока и стока из озера соответственно;  $e(t)$  – разность слоев испарения с поверхности водоема и осадков на него за единицу времени  $t$ ,  $F(t)$  – площадь зеркала водоема.

В ряде случаев уравнение 4.72 допускает линеаризацию относительно  $h$ :

$$\frac{dh(t)}{dt} = -\alpha \cdot h(t) + \frac{V^+(t) - \langle V^- \rangle}{a} - e(t), \quad (4.73)$$

где  $\alpha$  – параметр инерционности водоема,  $\langle V^- \rangle$  – средняя величина оттока из водоема,  $a$  – площадь зеркала водоема, отвечающая отметке уровня тяготения.

В качестве моделей случайных процессов  $V^+(t)$  и  $e(t)$  можно использовать процессы авторегрессии первого порядка:

$$\frac{dV^+(t)}{dt} = -r_1 \cdot V^+(t) + W_1(t); \quad (4.74)$$

$$\frac{de(t)}{dt} = -r_2 \cdot e(t) + W_2(t), \quad (4.75)$$

где  $W_r$  и  $W_e$  – взаимокоррелируемые белые шумы.

Решение системы уравнений (4.74) и (4.75) линейных стохастических дифференциальных уравнений позволяет получить все необходимые зависимости. Расчет условного математического ожидания уровня  $\langle h(t) \rangle$  (т. е. математического ожидания уровня при заданных в начальный момент времени значениях уровня, притока и испарения) проводится по формуле

$$\langle h(t) \rangle = C_1 \cdot \exp(-\alpha \cdot t) + C_2 \cdot \exp(-\gamma_r \cdot t) + C_3 \cdot \exp(-\gamma_e \cdot t), \quad (4.76)$$

где  $C_1, C_2, C_3$  – постоянные, которые находятся из начальных условий:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= h_0 + \frac{V_0}{\alpha - \gamma_r} - \frac{e_0}{\alpha - \gamma_e}; \\ C_2 &= \frac{V_0}{\alpha - \gamma_r}; \\ C_3 &= \frac{e_0}{\alpha - \gamma_e}. \end{aligned} \right\} \quad (4.77)$$

где  $h_0, V_0, e_0$  – начальные значения уровня, слоев речного притока и испарения в отклонениях от средних соответственно;  $\gamma_r = -\ln r_r$ ,  $\gamma_e = -\ln r_e$ ,  $r_r$  и  $r_e$  – коэффициенты корреляции между значениями  $V(t)$  и  $V(t+1)$ ,  $e(t)$  и  $e(t+1)$  соответственно;  $\alpha$  – параметр инерционности водоема.

#### 4.3. Базисные модели катастрофических изменений в развитии процессов и систем и редких событий

Высокая цена ошибочных решений при прогнозировании экологических процессов обуславливает необходимость обращения к методологии системно-информационного анализа сложных процессов и систем и базирования исследований не на классических моделях, а на моделях, сформированных на рандомизации параметров закона Пуассона или использующих аппарат производящих функций, принцип максимума неопределенности и лагранжевые вероятностные распределения.

Принципиальным отличием скачков в развитии экологических систем от скачков в большинстве эргономических и экономических систем является неопределенность и искаженность массовой информации о прогнозируемых условиях функционирования систем. В связи с этим системно-информационный анализ, особенно региональных экологических проблем, обуславливает необходимость учета фактора неопределенности и стохастичности как объективных свойств условий, сопутствующих всему процессу развития систем. Это неопределенность полноты, сложности и искаженности информации, обусловленная внутренними и внешними факторами, и неопределенность разнообразия природоохранных технологий и условий существования экосистем.

Построение математических моделей для таких систем требует использования вариационных принципов с разработкой методов построения экстремальных законов распределения их параметров в условиях ограниченной информации по тенденциям развития эколого-экономической, природоохранной, природовосстановительной, ресурсосберегающей и эргономической систем как высшего, так и низшего порядков.

В качестве количественной оценки качественных изменений экологических систем при скачкообразном ее переходе из  $i$ -го состояния в  $(i+1)$ -ое состояние целесообразно принять момент времени, начиная с которого последующий процесс эволюционного развития будет осуществляться по другой траектории с новыми начальными (исходными) данными.

Моделирование ступенчатых процессов (скачков) возможно на детерминистической или стохастической основе.

Детерминистическая модель ступенчатых процессов может базироваться на следующей функции:

$$z = \sum_{i=0}^{\pi} a_i \cdot n \cdot (t - t_i), \text{ при } n \cdot (t - t_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } (t - t_i) > 0 \\ 0, & \text{если } (t - t_i) \leq 0 \end{cases} \quad (4.78)$$

где  $z$  – мера, определяющая уровень процесса;  $a_i$  – величина скачка меры  $z$ , связанная с появлением  $i$ -ой «разладки» эволюционного процесса развития системы;  $t$  – момент реализации  $i$ -го скачка.

Фактически реализация модели требует отыскания двух функций  $a_i = f_1(i)$  и  $t = f_2(j)$ , одна из которых возрастающая  $f_1(i)$ , а вторая  $f_2(j)$  – убывающая, т. е. по мере развития индустриального общества величина техногенных скачков возрастает. Однако эти модели не в полной мере учитывают случайные факторы объективно присущие геосистемам.

Исходя из принципа максимума неопределенности, наиболее приближенной к истинной системе будет модель двухмерного показательного распределения Гумбеля

$$f(z, t) = \frac{1}{x_0 \cdot t_0} \cdot \exp\left[\frac{z}{z_0} - \frac{t}{t_0}\right] \cdot \left[1 + P \cdot \left(2 \cdot \exp\frac{z}{z_0} - 1\right) \cdot \left(2 \cdot \exp\frac{t}{t_0} - 1\right)\right], \quad (4.79)$$

где  $z_0$  и  $t_0$  – средние величины скачков и периодичность их появления;  $p$  – параметр закона распределения и  $p = 4r_{zt}$ ;  $r_{zt}$  – коэффициент корреляции.

Наиболее простой моделирующий алгоритм для локальных, относительно однородных геосистем, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} z &= z_0 \ln \alpha_1; & t &= t_0 \cdot \ln \frac{2k}{\sqrt{(1+k)^2 - 4k\alpha_2} - 1 + a} \\ k &= p \cdot \left(2 \cdot \exp\frac{z}{z_0} - 1\right); & \alpha_1 &= F(z); & \alpha_2 &= F_{2z}(t/z) \end{aligned} \right\} \quad (4.80)$$

Следует указать и на возможность использования метода «псевдосостояний» учитывая, что состояние геосистем с немарковскими потоками переходов заменяют эквивалентной группой фиктивных состояний с марковскими потоками переходов, а это позволяет использовать аппарат теории марковских процессов.

Взяв за основу переходов поток Эрланга и имея в виду, что геосистеме любой сложности можно поставить в соответствие не более двух состояний ( $S_1$  – геосистема выполняет свои функциональные задачи и  $S_2$  – геосистема переходит в противоположное состояние) со сложным характером процессов формирования жизненных циклов, имеем

$$\left. \begin{aligned} P_n &= v_2 (v_2 + n \cdot v_1)^{n-1} \cdot \exp(-v_2 - n \cdot v_1); \\ v &= \frac{2}{v_1^2}; & \lambda &= \frac{v}{m_1} \end{aligned} \right\}, \quad (4.81)$$

где  $v_1$  – коэффициент вариации временного пребывания системы в состоянии  $S$ ;  $\lambda$  – интенсивность перехода.

Наиболее используемой моделью редких событий является распределение Пуассона.

Известно, что случайная величина  $r$  имеет распределение Пуассона, если

$$P_n = P\{r = n\} = \frac{v^n e^{-v}}{n!}, n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.82)$$

где  $P_n$  – вероятность значения  $n$ ;  $n$  – число редких событий, происходящих в каждой большой группе;  $v$  – среднее число редких событий на каждую большую группу;  $n!$  – факториал.

Это распределение определяется единственным параметром  $l$  средним значением случайной величины  $r$ .

Высокая цена ошибочных решений при прогнозировании явлений природы, техногенных процессов предъявляют свои требования к совершенствованию математического аппарата и методов моделирования редких событий и экстремальных значений случайных величин. Сегодня часто приходится сталкиваться с редкими событиями, которые не могут быть точно предсказаны с помощью распределения Пуассона. Более достоверные прогнозы редких событий требует модификаций пуассонового распределения.

Например, распределению

$$P\{r = n\} = C_{k+n-1}^k p^k (1-p)^n, \quad (4.83)$$

подчиняются экологические и катастрофические процессы, формируемые факторами, состоящими из нескольких несовместимых групп, внутри которых распределение случайно, но с различной вероятностью встречаемости.

Для описания демографических и популяционных процессов применению нецентрального отрицательного биномиального распределения

$$P_n = \exp(-\lambda p) p^n (1-p)^k L_n^k(-\lambda(1-p)), n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.84)$$

$$L_n^k(x) = \left[ \frac{(k+1)_n}{n! F_1(-n; k+1; x)} \right], \quad (4.85)$$

где  ${}_1F_1(-n; k+1; x)$  – вырожденная гипергеометрическая функция Куммера.

#### 4.4. Базисные модели освоения и использования территорий

Для описания общих закономерностей развития народного хозяйства используют математические модели развития. В зависимости от особенностей экономического развития страны тенденции изменения экономических и демографических показателей могут быть описаны тремя группами моделей.

Первую группу называют законами динамики с различными порядками констант скорости. Общий вид такой модели можно записать следующим образом:

$$\frac{dy}{d\tau} = K_{m+1} \cdot y^m, \quad (4.86)$$

где  $y$  – прогнозируемый показатель;  $\tau$  – время;  $K_{m+1}$  – константа в уравнении скорости роста;  $m$  – порядок скорости роста.

При отсутствии роста  $K = 0$ ,  $\frac{dy}{d\tau} = 0$ ;  $y = \text{const}$ . Для линейного типа  $m = 0$  и  $y = K(\tau - \tau_0) + y_0$ . Для экспоненциального типа  $m = 1$ , а  $y = y_0 \cdot \exp(\tau_K - \tau_0)$ . Для гиперболического типа

$m = 2$ ,  $y = \frac{K}{\tau_K - \tau_0}$ , где  $\tau_K$  – конечный момент времени прогнозирования.

Уравнениями линейного типа можно описать потребности народного хозяйства в сельскохозяйственной продукции и другие процессы. Однако ряд показателей более точно может быть описан нелинейными моделями, например показатели демографической деятельности могут описываться экспоненциальными законами.

Вторую группу количественных закономерностей изменения экономических и демографических показателей называют параболическими законами роста.

Общий вид математической зависимости для первой и второй группы можно записать в виде:

$$\frac{d^n y}{d\tau^n} = K \cdot y^m, \quad (4.87)$$

где  $n$  – порядок ускорения роста;  $K$  – коэффициент пропорциональности;  $m$  – порядок константы скорости роста.

Для второй группы зависимостей при  $m = 0$ :

$$\frac{dy}{d\tau} = 0: \quad y = const; \quad (4.88)$$

– линейный закон изменения прогнозируемого показателя:

$$\frac{dy}{d\tau} = \alpha, \quad (4.89)$$

где  $\alpha$  – скорость роста.

$$y = \alpha \cdot (\tau - \tau_0); \quad (4.90)$$

– квадратический закон изменения прогнозируемой величины:

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} = \alpha, \quad y = \alpha \cdot (\tau - \tau_0)^2 + y_0. \quad (4.91)$$

Общая формула для этих законов:

$$y = \alpha_n \cdot (\tau - \tau_0)^n + y_0, \quad (4.92)$$

где  $\alpha_n$  – скорость или ускорение соответствующего порядка;  $\tau_0$  – начальные моменты времени;  $y_0$  – значение показателя в начальный момент;  $n$  – порядок ускорения роста.

Вторая группа закономерностей изменения экономических демографических показателей может быть использована для описания тех же величин, которые описываются закономерностями первой группы. Ту или иную группу зависимости выбирают, исходя из конкретных условий расчетов и физического смысла прогнозируемого показателя.

В третью группу можно выделить закономерности роста с насыщением. Существуют два основных вида таких кривых: кривая асимптотического роста и логистическая функция (или закон Робертсона).

Математический закон асимптотического роста выражают уравнением:

$$\frac{dy}{d\tau} = K_1 \cdot (A_1 - y), \quad (4.93)$$

где  $A_1$  – уровень насыщения (ордината асимптоты).

Уровень изменения  $y$  во времени можно записать так:

$$y = A_1 - (A_1 - y_0) \cdot \exp(-K_1 \cdot (\tau - \tau_0)), \quad (4.94)$$

где  $y_0$  и  $K$  – параметры.

Логистическую функцию находят из уравнения:

$$\frac{dy}{d\tau} = K_2 \cdot y \cdot (A_2 - y), \quad (4.95)$$

где  $A_2$  – уровень насыщения;  $K_2 y$  – фактор ускорения;  $(A_2 - y)$  – фактор торможения;  $K_2$  – параметр.

Уравнение изменения  $y$  во времени в этом случае можно записать как:

$$y = \frac{A_2}{1 + b \cdot \exp(-A_2 \cdot K_2 \cdot (\tau - \tau_0))}. \quad (4.96)$$

Третья группа зависимостей может аппроксимировать экономические и демографические показатели в странах, где развитие начинается ограничиваться теми или иными факторами. Такой тип развития характерен для развитых стран.

Использование некоторых законов роста можно продемонстрировать на следующем примере:

– гиперболический закон численности населения земного шара:

$$P = \frac{206960}{2030 - \tau}, \quad (4.97)$$

где  $P$  – численность населения земного шара в определенный момент, млн чел.;  $\tau$  – календарное время (1600–2029 гг.).

Таким образом, зная законы изменения тенденций того или иного параметра (численность населения, объемов различных видов продукции) и удельные расходы воды на одного жителя и единицу продукции, можно определить перспективный объем необходимых водных ресурсов во всем мире, каждой стране, рассматриваемом регионе или бассейне. Вид функций зависит от того, на каком этапе экономического развития находится регион или страна в целом.

## 5. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ И ПРОГНОЗОВ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ГЕОСИСТЕМ

Безопасность и риск – это взаимосвязанные понятия. Чем выше риск, тем меньше безопасность, и наоборот. Чтобы увеличить безопасность, необходимо снизить риск.

Методология анализа и управления риском и безопасностью должна учитывать широкий спектр экономических, социальных, технологических, экологических и других факторов. В настоящее время база знаний по этим факторам неполна, что и ведет к неопределенности. Значительная неопределенность имеется в идентификации опасностей и оценке соответствующих рисков. Например, неопределенность в оценке риска от аварий на промышленных объектах, по мнению различных групп экспертов, составляет один порядок величины при оценке ущерба и два порядка – при оценке вероятности. Еще большая неопределенность возникает на уровне системного анализа социально-экономической системы.

В качестве ключевых направлений по оценке последствий и прогнозированию риска можно выделить:

- создание баз данных в области надежности оборудования, описания и численного моделирования процессов гидродинамики тепло- и массопереноса, воздействия вредных веществ на организм человека и экосистемы и т. д.;
- совершенствование методов математического и имитационного моделирования в исследованиях процессов, определяющих формирование чрезвычайных экологических ситуаций и их последствия;
- исследование роли человеческого фактора с целью оценки его вклада в общий риск любой функционирующей технически сложной системы;
- разработку критериев, характеризующих риск крупных аварий и их социальные, экономические и экологические последствия;
- комплексную оценку и прогнозирование риск-ситуаций с учетом природных катастроф и катаклизмов.

Проведенный анализ наиболее известных в практике методов прогнозирования процессов и состояния систем (объектов) показал, что, по существу, все они сводятся к четырем основным методам: экстраполяции, экспертных оценок, морфологического расчленения и моделирования.

*Метод экстраполяции* основывается на переносе развития событий, происходивших в недалеком прошлом, на будущее (экстраполяции динамических рядов). Сюда также могут быть отнесены метод прогнозирования по параметрам, метод огибающих кривых и различные модификации, возникающие в связи с особенностями полиномов, применяемых при экстраполяции (спрямлении кривых). Однако эти методы неприменимы при использовании источников информации, не содержащих числовых параметров.

*Метод экспертных оценок* основан на выяснении мнения экспертов по тем или иным вопросам, относящимся к проблеме прогнозирования. Его разновидностями являются метод мозговых атак, метод ассоциаций, метод «проб и ошибок», метод сценария событий, метод щелей, метод сенектических оценок Гардона и др. Широкое распространение получила модификация, называемая методом Делфи, в которой предложен интересный способ обработки результатов опроса, базирующийся на корректировании «копозиционных мнений» экспертов.

*Метод морфологического расчленения* основан на расчленении проблемы на «цели» прогнозирования, каждой из которых присваивают определенный «вес». Расчленение проводят до тех пор, пока не станет возможным конкретное решение задач, вытекающих из целей прогнозирования. По этому же принципу (расчленения) построены система Паттерн, метод

горизонтальных и вертикальных матричных решений, метод Цвиги и др. Слабым звеном в методе морфологического расчленения является определение веса целей.

*Метод моделирования* основан на целесообразном абстрагировании при исследовании процесса развития события в будущем. Различают следующие разновидности этого метода: логические, информационные и математические модели, аналогии и т. д. Математическое моделирование является наиболее общим и вместе с тем достаточно строгим методом прогнозирования.

Рассмотрим детально основные теоретические аспекты прогнозирования экологической надежности систем (объектов).

Экологическая надежность определяет способность системы выполнять характерные для нее функции экологического аспекта с сохранением основных параметров при антропогенных воздействиях на нее. Основные параметры надежности должны определяться соотношением в геосистеме самовосстанавливающихся и не восстанавливающихся элементов (цепей), их структурно-функциональной связанностью (последовательное, параллельное, наложенное, с последствием и др.), степенью их управляемости, продолжительностью эксплуатационных циклов и наличием слабых звеньев (степенью контролируемости и прогнозируемости).

С математической точки зрения параметрическая функция экологической надежности есть вероятность того, что за время функционирования геосистемы  $T$  параметры ее состояния и состояния объекта (среды) не выйдут за допустимые пределы, т. е.  $P = \exp(\bar{Z}_n)$ , ( $R_{n1} < \bar{Z}_n < R_{n2}$ ), где  $R_{ni}$  – допустимые пределы, являющиеся координатами поверхности предельных экологических состояний системы (объекта) и среды.

Если базировать экологическую надежность на обобщенных сопротивляемости (живучести)  $R$  и нагрузке  $P$ , то вероятность экологической надежности геосистемы можно выразить соотношением

$$P_i = P(R - R) > 0, \text{ при } P_i + Q = 1, \quad (5.1)$$

где  $Q$  – вероятный риск.

Соответственно непараметрическая функция будет иметь вид

$$F(t) = n' \cdot (1 - \bar{h}_j), \quad (5.2)$$

где  $\bar{h}_j$  – оценка функции максимального правдоподобия;  $t$  – время функционирования геосистемы;  $n$  – число независимых нецензурируемых (неконтролируемых) и цензурируемых подсистем.

В общем, экологическая надежность должна аспектироваться относительно функций эколого-социальных последствий ( $F_1$ ) и экологической безопасности ( $F_2$ ), определяющих параметры и степень экологических нарушений среды обитания ( $\Pi_1$ ) и изменения социально-экономических условий проживания ( $\Pi_2$ ).

Количественное определение этих параметров предлагается осуществлять через самые различные критерии: среднюю продолжительность жизни населения как в целом, так и по возрастным и социальным группам; уровни обеспеченности комфортности и т. д. Но независимо от системы определяющих критериев понятие «отказ» для систем всегда будет случайным событием, вызывающим разного рода эколого-социальные и экономические последствия как материально осязаемые, так и ценностно не осязаемые.

Так как параметры экологической надежности – всегда случайные величины, то их количественную оценку необходимо определять с позиций теории вероятности и выбросов (флуктуации) случайных функций.

Однако специфичность отказов (социально-экономические последствия для общества и экологические – для агроценозов и биогеосистем) требует разработки новых методов статистического анализа данных, ибо они формируют специфическую группу – данные типа времени жизни. Наиболее целесообразно использовать суммарные статистики на базе теории векторов с анализом покомпонентных воздействий и внутренних и внешних свойств систем, которые позволяют учесть накопленную меру воздействий ( $K_j$ ) и их сдвиг во времени ( $\tau_j$ ).

Необходимо также отметить, что структурная сложность и неоднородность природных объектов позволяют создать только формализованные методы прогноза и оценки их состояний, ибо в принципе любое изменение абиотических параметров вызывает изменения всех систем. При этом степень допустимости (недопустимости) изменений их состояния имеет всегда внеэкономическую компоненту, связанную с уникальностью, т. е. оценка изменений состояния природных объектов и соответственно антропогенизирующих систем должна проводиться на основе теории полезности, включающей как материально осязаемые, так и неосязаемые полезности.

Отсюда функция экологической надежности ( $P_c$ ) должна охватывать три области: собственно систему ( $P_1$ ), ее элементы ( $P_2$ ) и процессы ( $P_3$ ), т. е.  $P_c = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ . При этом, если не наступает катастрофического разрушения системы,  $P_1$  определяет вероятность ее функционирования в пределах допустимого,  $P_2$  – вероятность того, что основные элементы системы в течение определенного периода не выйдут за пределы допустимого, а  $P_3$  – вероятность того, что технология природопользования не вызовет катастрофических изменений основных элементов системы и среды.

Анализ единичных графиков функции экологической надежности [ $P_c(t)$ ], функции интенсивности нарушения элементов природной среды [ $\lambda(t)$ ] и функции «резервной» надежности [ $f(t)$ ], определяющей длительность периода до неблагоприятных изменений (рисунок 5.1), показывает, что интенсивность отказов в период формирования критического уровня экологической надежности, должна определяться уровнем начальной надежности и изменчивостью во времени внутренних процессов системы и внешних факторов. Итак, необходим достоверный учет созидательных антропогенных факторов (последствий условных значений ошибок и упущений) и непредвиденных геоклиматических и георегиональных факторов. Выбор же начальной «резервной» надежности является при этом чисто экономической задачей, так как она в итоге определяет стоимость создания экологически надежных систем.

Кроме того, очевидно, что оптимальный уровень экологической надежности можно обеспечить на двух направлениях: начальным «резервированием»; поэтапной реализацией природоохранных и природовосстановительных мероприятий.

С эколого-социальной точки зрения определение оптимального компромисса между приведенными затратами и экологической надежностью требует установления функции экологического ущерба вида

$$Y_i(S) = Y(a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_n), \quad (5.3)$$

где  $a_i$  – параметры, определяющие состояние системы воздействий, влияющих на вероятность появления экологических изменений;  $b_i$  – детерминированные величины, определяющие конструктивно-технологические и эколого-экономические характеристики.

Прогнозирование поведения любых гео-, био- и экосистем требует выделения и анализа четырех возможных и несовместимых состояний:  $S_0$  – нормального функционирования;  $S_1$  – некоторой допустимой перегрузки;  $S_2$  – потери способности к самовосстановлению;  $S_3$  – критического состояния.

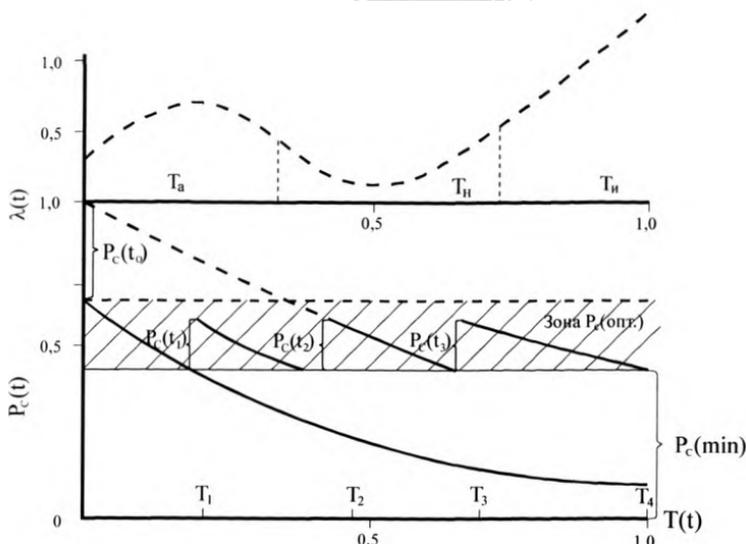


Рисунок 5.1 – Временные графики изменения экологической надежности  $[P_c(t)]$  и интенсивности нарушений  $[\lambda(t)]$ :  $T_a$  – начальный период воздействия (период эксплуатации системы);  $T_n$  – период оптимального функционирования;  $T_n$  – период формирования критического уровня экологической надежности;  $P_c(t)$  – экологическая надежность при начальном «резервировании»;  $P_c(T_1)$  – повышение надежности при поэтапной реализации природовосстановительных и природоохранных мероприятий;  $P_c^{\min}$  – минимально допустимая экологическая надежность

По принципу формирования возможных реальных состояний геосистемы ее поведение можно описать функцией  $S_i = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^m S_j^{r^i}$ , где  $i$  – состояние группы элементов типа  $r = 1, 2, \dots, m$ , находящихся под воздействием  $t = 1, 2, \dots, n$  – факторов, для которых характерно 7 прямых ( $S_0 \leftrightarrow S_1$ ) и 3 контингентных ( $S_0 \leftrightarrow S_2 \cdot S_3$ ) рисков.

Общий закон вероятности разрушения системы или отдельных ее элементов исходя из предельных состояний и способности к самовосстановлению и нормальному воспроизводству имеет вид

$$Q = F_o(T_{CP}) = \int_0^{1/\beta_2} \phi_1(S) \cdot \left[ \int_0^{\beta_1/\beta_2} \phi_2(r) dr \right] dS, \quad (5.4)$$

где  $\beta_1/\beta_2$  – суперпозиция функций;  $\beta_1 = f(r, S)$  и  $\beta_2 = \lambda(r, S)$ ;  $r$  – характеристика устойчивости системы к преобразованию;  $S$  – резерв экологической надежности;  $T_{CP}$  – период функционирования;  $F_o$  – функция экологической надежности;  $\phi_1(S)$  – плотность вероятности действующих антропогенных воздействий;  $\phi_2(r)$  – плотность вероятности критических (разрушающих) воздействий;  $f$  и  $\gamma$  – соответственно функции «резервной» надежности и интенсивности нарушений.

Проведенный анализ показывает, что функция экологической надежности вполне определена номенклатурой следующих критериев (признаков-свойств):  $\kappa_1$  – степень обратимости и взаимодействия природных и производственных процессов;  $\kappa_2$  – степень пригодности и качество выполнения социально-экологических функций;  $\kappa_3$  – направленность и интенсивность развития основных компонент;  $\kappa_4$  – величина критического воздействия (нагрузки) на от-

дельные компоненты;  $\kappa_5$  – реакция на систему мероприятий по предупреждению и (или) устранению негативных последствий;  $\kappa_6$  – степень воспроизводства природных (биосферных) ресурсов;  $\kappa_7$  – степень удовлетворения общественных потребностей в качестве природной среды;  $\kappa_8$  – показатель репродукционной продуктивности;  $\kappa_9$  – степень окультуренности ландшафтов;  $\kappa_{10}$  – степень изъятия биосферных ресурсов;  $\kappa_{11}$  – величина удельных капиталовложений;  $\kappa_{12}$  – степень совершенства технологических процессов (геохимической локально-региональной активности территории).

Дополнение к функции экологической надежности ( $F_0$ ) – функция эстетичности ( $P_3$ ), определяющая психолого-эстетические качества системы и среды ( $k_p^1$  – коэффициент натуральности облика;  $k_p^2$  – степени антропогенности элементов среды;  $k_p^3$  – степени композиционной значимости визуальных пространств;  $k_p^4$  – степени разнообразия территории по структуре и компонентам). Оптимальность диапазонов критериев экологической надежности ( $F_0$ ) и психолого-эстетических качеств системы и среды ( $P_3$ ) должна обеспечивать их биосферную совместимость.

Следует отметить, что оценку критерия эстетичности обычно предлагается производить относительно наилучшего ландшафта, который более определим, так как по отношению к понятию «наилучший» всегда существует и превосходная степень и тем более имеется неопределенность – для чего или кого (человека, флоры, фауны, рекреационных целей).

### 5.1. Прогноз оптимизации сроков реализации мероприятий по поддержанию экологической безопасности

Не менее актуальна и проблема оптимальных сроков реализации мероприятий, позволяющих перевести геосистему (объект) в желаемое состояние. Так как любые антропогенные системы (объекты) являются многоподсистемными, с непрерывным временем и непрерывными состояниями, то в основу определения оптимальных периодов должна ложиться теория восстановления с использованием функции предельного распределения возраста

$$\psi(y) = \frac{1}{E(t)} \cdot \int_0^y \exp\left(-\int_0^x \lambda(x) dx\right) dt, \quad (5.5)$$

где  $E(t)$  – математическое ожидание времени функционирования системы до критического уровня эконенадежности и  $E(t) = \int_0^{\infty} \tau \cdot f(\tau) d\tau$ ,  $\tau$  – время оптимального функционирования основных подсистем;  $\lambda(T)$  – средняя интенсивность формирования предкритических состояний системы.

Считая, что экологическая надежность системы в равной степени определяется экологической надежностью всех  $m$  компонент, то вероятность достижения ею критического уровня в промежутке от  $T$  до  $T+\Delta t$  равна  $\gamma = \lambda \cdot \Delta t + O(\Delta t)$ , где  $\lambda$  – постоянная величина, не зависящая от времени и числа компонент, определяющих требуемую экологическую надежность;  $O(\Delta t)$  – величина, имеющая порядок малости более высокий, чем  $\Delta t$ .

Тогда, приняв, что геосистема достигает критического уровня экологической надежности, если число определяющих компонент достигает  $K$ , можно описать соответствующие переходы состояний экосистемы следующим образом  $E_0 \rightarrow E_1 \rightarrow E_2 \rightarrow \dots \rightarrow E_{K-1} \rightarrow E_K \rightarrow E_n$ , где  $E_0$  – начальное состояние геосистемы;  $E_K$  – состояние геосистемы при критическом уровне эконенадежности;  $E_n$  – состояние геосистемы с критическими уровнями эконенадежности  $n$  компонент.

Переход геосистемы из состояния  $E_0$  в состояние  $E_n$  за время  $[0, T + \Delta_i]$  может осуществляться одним из двух взаимно исключающих друг друга способов:

- за время  $[0, T]$  имеет место переход  $E_0 \rightarrow E_n$ , а за время  $[T, T + \Delta_i]$  не было формирования компонент с критическими уровнями с вероятностью совместности этих событий  $P_n(T) \cdot [1 - (m - n) \cdot (\lambda \cdot \Delta_i + O(\Delta_i))]$ ;

- за время  $[0, T]$  имеет место переход  $E_0 \rightarrow E_{n-1}$ , а за время  $[T, T + \Delta_i] - E_{n-1} \rightarrow E_n$  с вероятностью совместности этих событий  $P_{n-1}(T) \cdot (m - n + 1) \cdot (\lambda \cdot \Delta_i + O(\Delta_i))$ .

Таким образом,

$$P_n(T + \Delta_i) = P_n(T) \cdot [1 - (m - n) \cdot (\lambda \cdot \Delta_i + O(\Delta_i))] + P_{n-1}(T) \cdot (m - n + 1) \cdot (\lambda \cdot \Delta_i + O(\Delta_i)) \quad (5.6)$$

и соответственно:

$$\frac{dP_n(T)}{dT} = -(m - n) \cdot \lambda \cdot P_n(T) + (m - n + 1) \cdot \lambda \cdot P_{n-1}(T) \quad (5.7)$$

С каждым из состояний  $E_n$  связано число определяющих компонент  $(m - n)$ , что позволяет отыскать математическое ожидание числа компонент с некритическим состоянием

$$A_k = \frac{K}{\sum_{i=0}^{k-1} \left[ \left( \frac{1}{m-i} \right) + \frac{\lambda}{\ell} \right]} \quad (5.8)$$

Если  $A_k > A_{k+v}$ , то это значит, что, реализуя природоохранно-восстановительные мероприятия при  $K$  критических компонентах, мы значительно увеличим период оптимального функционирования системы по сравнению с реализацией этих же мероприятий в период формирования  $(K+v)$  критических компонент.

Если  $A_k > A_{k+1}$ , то  $A_k > A_{k+v}$ , что соответственно и определяет число компонент, обуславливающих достижения системой критического уровня экологической надежности.

Отсюда период реализации природоохранно-восстановительных мероприятий будет оптимальным при достижении критического уровня одной компонентой геосистемы, когда

$$\frac{1}{m \cdot (m-1)} \geq \frac{\lambda}{\ell}, \text{ двух компонент, если } - \frac{1}{m \cdot (m-1)} < \frac{\lambda}{\ell} \leq \frac{3 \cdot m - 1}{m \cdot (m-1) \cdot (m-2)} \text{ и т. д.}$$

Заметим, что  $\frac{\lambda}{\ell} = \frac{E(\theta)}{E(\tau)}$ , где  $E(\theta)$  – математическое ожидание времени  $\tau$  оптимального

функционирования систем с компонентой, не достигшей критического уровня, а  $E(\tau)$  – математическое ожидание времени  $\theta$  необходимого для восстановления экологической надежности геосистемы. Исходя из среднестатистических значений для типовых агроландшафтных систем, имеем:  $E(\tau) = 15$  лет,  $E(\theta) = 3$  года и  $m = 12$ . Тогда  $m = 1$  расчетное соотношение  $1/132$ , для  $m = 2 - 1/40$ ,  $m = 3 - 1/25$ ,  $m = 4 - 1/8$ ,  $m = 5 - 1/4$  и  $m = 6 - 1/2$ .

Так как  $\lambda/\ell = 1/5$ , то оптимизационный период для повышения экологической надежности системы будет при достижении критического состояния любыми четырьмя компонен-

тами, так как  $\frac{1}{B} < \frac{\lambda}{\ell} = \frac{1}{5} < \frac{1}{4}$ . Однако на практике чаще всего осуществляют покомпонентное

восстановление экологической надежности геосистемы, что определяет необходимость исследований особенностей перехода систем не только в соседние (слабоизмененные) состояния  $(a_i \rightarrow a_{i+1})$ , но и в сильноизмененные (деградированные) состояния  $(a_i \rightarrow a_{i-k})$ .

## 5.2. Оценка изменения уровня экологической надёжности

Так как состояние среды по основным группам параметров может характеризоваться как «быстро меняющаяся среда» и «прогнозируемо-изменяющаяся среда», то оценка изменения уровня экологической надёжности может быть проведена с использованием кривых роста надёжности. Наиболее простой является экспоненциальная модель роста экологической надёжности вида

$$P_n = 1 - A \cdot \exp(-B \cdot (n-1)), \quad (5.9)$$

где  $P_n$  – вероятность оптимального функционирования геосистем после реализации мероприятий, устраняющих критическое состояние определяющей компоненты;  $A$  и  $B$  – расчётные параметры.

В общем случае эта модель представима в виде

$$P_N = P_\infty - \eta / N; \quad (5.10)$$

где  $P_N$  – вероятность оптимального функционирования геосистемы на  $N$  этапе восстановления экологической надёжности;  $P_x$  – расчётный уровень экологической надёжности, достижимый при  $N \rightarrow \infty$ ;  $\eta$  – расчётный параметр.

Для определения  $P_\infty$  и  $\eta$  можно воспользоваться методом наименьших квадратов.

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 &= \frac{C_1 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{n_i - d_i}{n_i} - N \cdot \sum_{i=1}^N \frac{n_i - d_i}{N \cdot n_i}}{N \cdot C_2 - C_1^2} \\ \hat{P}_\infty &= \frac{C_2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{n_i - d_i}{n_i} - C_1 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{n_i - d_i}{N \cdot n_i}}{N \cdot C_2 - C_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

где  $C_2 \approx \frac{\pi}{6} - \frac{1}{N+0,5} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{i^2}$ ;  $N$  – число этапов восстановления экологической надёжности;  $d_i$  – количество расчётных компонент.

При поэтапном восстановлении экологической надёжности модель роста имеет вид

$$P_n = 1 - \hat{q}_n - \hat{q}_0; \quad (5.12)$$

где  $\hat{q}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N d_{c_i}}{\sum_{i=1}^N (d_{c_i} + d_{y_i} + n_i)}$ ;  $\hat{q}_N = \left(1 - \hat{q}_0\right) \cdot \max_{S \geq i} \min_{r \leq i} \frac{d_{y_r} + \dots + d_{y_s}}{d_{y_r} + n_2 + \dots + d_{y_s} + n_s}$ ;  $d_{c_i}$  – количество

компонент с характерным снижением экологической надёжности по неопределённой причине;  $d_{y_i}$  – количество компонент с восстановленным уровнем экологической надёжности;  $n_i$  – количество подсистем, уровень экологической надёжности которых не достиг критического.

Учитывая, что каждая из данных моделей роста экологической надёжности имеет свои ограничения для геосистем с априорным распределением вероятностей неизвестных параметров, практический интерес представляют методы расчёта экологической надёжности, учитывающие лишь её основные закономерности. Это метод экспоненциального сглаживания, метод учёта возрастающего характера и метод максимального правдоподобия.

## 6. ОЦЕНКА ДОПУСТИМОСТИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ГЕОСИСТЕМ

Реализация комплекса мероприятий по выявлению экологических опасностей и мониторингу риска оптимального функционирования геосистем и объектов позволит в 10–15 раз сократить затраты на ликвидацию чрезвычайных экологических ситуаций по сравнению с величиной предотвращенного ущерба, а некоторых случаях полностью избежать их.

Следует отметить, что переход на нормирование допустимых рисков обеспечивает снижение на 40–50 % риска для населения, проживающего в районах, подверженных воздействию природных и техногенных опасностей.

Стандартная совокупность имеющихся мониторинговых данных обычно позволяет определять только точечные параметры критических ситуаций, но так как на практике чаще всего требуется знание не точечных, а интервальных оценок параметров, то возникает необходимость определения доверительных границ, степени и границ максимального риска (риска – ситуации) и их приемлемости. При этом под риском нужно понимать любое нарушение устойчивости геосистем, которое может проявиться при определённых условиях и иметь негативные последствия для всей геосистемы в целом либо её структурных составляющих и компонент.

Приемлемость определяет границы изменения показателей во времени и закономерности происходящих изменений с точки зрения экологических и социально-экономических последствий, всеохватность – объективность рисков и их обязательность (присутствие) для любого ранга управляемости функционированием систем, а неповторимость – невозможность формирования тождественных полей риска даже для близких ситуаций сходных систем, независимо от степени их идентичности.

Наиболее важным в определении приемлемости риска являются границы и тип изменчивости показателей. В целом следует различать детерминированную (с постоянным или меняющимся средним значением), стохастическую, импульсивно-разделяющуюся и циклическую изменчивость.

Так как уровень рискозащищённости характеризуется риском возникновения опасных природных и социальных катастроф и явлений, перерастания эколого-социальной проблемы в кризисную и катастрофическую и возникновение чрезвычайных ситуаций самого различного уровня, степенью воздействия на окружающую среду и социально-экономические условия при сохранении на макроуровне равновесных состояний геосистем различной природы, то уровень риска можно описать зависимостью вида:

$$R = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3, \quad (6.1)$$

где  $R_1$  – вероятность (частота) формирования опасных факторов;  $R_2$  – вероятность формирования определённых уровней действия факторов на различные объекты биосферы;  $R_3$  – вероятность того, что уровни действия сформировавшихся факторов обуславливают долгосрочные последствия и значимые социальные, экономические, экологические, эстетические и другие виды ущерба.

В качестве пороговых уровней рискозащищённости систем целесообразно оперировать предельно допустимым снижением уровня и качества жизни населения, за пределами которого возникает опасность проявления неконтролируемых процессов и кризисных ситуаций и предельно допустимым уровнем снижения затрат на поддержание и воспроизводство природно-экологического потенциала, за пределами которого возникает опасность необратимого разрушения элементов природной среды и нанесения ущерба здоровью нынешнего и особенно будущего поколений.

Отсюда приемлемый риск – это компромисс между реальным уровнем рисков (социально-экономических, технических и экологических) и возможностями их достижения, что и определяет необходимость выделения двух рисковых категорий – экологический вред (кризисная ситуация) и экологическая гибель (катастрофическая ситуация).

Всё это, с точки зрения рисковозащищённости и приемлемости риска, позволяет все гео- и агроэкосистемы отнести к одному из следующих типов: самоорганизующиеся и саморазвивающиеся как целостность, динамические, с целенаправленным развитием, с определённой стратегией развития, с детерминированным развитием, спонтанно развивающиеся, гомеостатические, адаптивные. Что касается разделения области риска, то целесообразно выделение безрисковой области и областей минимального, повышенного, критического, катастрофического и недопустимого рисков. При этом всё многообразие периодов жизнедеятельности геосистем с позиции рисковозащищённости можно представить на одной схеме (рис. 6.1).



Рисунок 6.1 – Схема периодов жизнедеятельности геосистем

Для устойчиво стабильного периода величина рисков настолько незначительна, что их целесообразно не учитывать, т. е. для геосистемы характерна полная рисковозащищённость. Устойчиво квазистабильному периоду характерны достаточно значительные риски только для отдельных факторов, элементов и процессов, а устойчиво переходному – уже качественные изменения риска, т. е. поле рисков геосистемы изменяет как свою структуру, так и элементный состав.

Для математического описания любых переходных периодов целесообразно использовать матрицу и коридор рисков.

Матрица риска имеет вид:

$$\begin{array}{c|cccc}
 & \Pi_1 & \Pi_2 & \dots & \Pi_i & \dots & \Pi_n \\
 t_1 & R_{11} & R_{21} & \dots & R_{i1} & \dots & \\
 t_2 & R_{12} & R_{22} & \dots & R_{i2} & \dots & R_{n2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 t_i & R_{1i} & R_{2i} & \dots & R_{ii} & \dots & R_{ni} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 t_k & R_{1k} & R_{2k} & \dots & R_{ik} & \dots & R_{nk}
 \end{array} \quad (6.2)$$

где  $\Pi_{1,n}$  – факторы жизнедеятельности геосистемы;  $t_{1,k}$  – расчетные моменты времени;  $R_{1,nk}$  – величина риска, а коридор риска, определяющий возможный диапазон изменения риска, при котором геосистема функционирует в устойчиво стабильном или устойчиво квазистабильном режиме, может быть описана в виде:

$$R_i^{j\min} < R_i^j < R_i^{j\max} \quad (6.3)$$

где  $R_{ij}^{\min, \max}$  – соответственно минимально и максимально допустимые значения приемлемого риска.

Матрицы и коридор риска позволяют описать все уровни структуры устойчивого переходного периода. Для первого уровня, где изменения отражаются только на величине рисков (номенклатура рисков постоянна), имеем:

$$\left. \begin{aligned} i &\in \text{Inpu}l = \text{const} \\ R_i^{j\min} &\leq R_i^j \leq R_i^{j\max} \end{aligned} \right\}, \quad (6.4)$$

Второй уровень характерен для случая, когда изменения отражаются и на величине рисков, и на их номенклатуре и

$$\left. \begin{aligned} i &\in I \text{ npu } I = \text{const} (I + \Delta i) \\ R_i^{j\min} - \xi_{\min} &\leq R_i^j \leq R_i^{j\max} + \xi_{\max} \end{aligned} \right\}, \quad (6.5)$$

где  $\xi_{\min}$  и  $\xi_{\max}$  – величины изменения минимального и максимального рисков в переходной период.

Третий уровень связан с такими изменениями, которые не только меняют систему элементарно-структурно, но и выводят её в другую область (поле) риска. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} i_a \in I_a &\rightarrow i_b \in I_b \\ R_{i_a}^{j\min} \leq R_{i_a}^j \leq R_{i_a}^{j\max} &\rightarrow R_{i_b}^{j\min} \leq R_{i_b}^j \leq R_{i_b}^{j\max} \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

где  $i_a$  и  $i_b$  – соответственно элемент  $[a, b]$  множества  $[I_a, I_b]$ ;  $R_{i_a}^j \leq R_{i_b}^j$  – соответственно риски геосистемы по показателям  $i_a, i_b$  в моменты  $I_a$  и  $I_b$ ;  $R_{i_a}^{j\min}$  и  $R_{i_a}^{j\max}$  – риски, соответствующие нижней и верхней границе, когда система находится в состоянии  $[a]$ ;  $R_{i_b}^{j\min}$  и  $R_{i_b}^{j\max}$  – риски, соответствующие нижней и верхней границе, когда геосистема находится в состоянии  $[b]$ . При этом состояние  $[b]$  определяет устойчивое, а  $[a]$  – слабоустойчивое поле рисков.

Для неустойчивого переходного периода характерно наличие различных подсистем с переходными процессами, которые не связаны между собой и разнонаправлены. Что касается устойчивого квазипереходного периода, то для него характерно наличие закономерной смены системциклов, а неустойчиво квазипереходного – случайная смена системциклов, что достаточно полно можно описать случайной выборкой из любого множества альтернатив.

Для неустойчиво стабильных и неустойчиво квазистабильных периодов характерно наличие перенасыщенной стабильности всей геосистемы или отдельных подсистем, т. е. геосистема или её подсистемы готовы к переходу в новое (другое стабильное) состояние, но период перехода строго не детерминирован.

Периоды жизнедеятельности геосистем, связанные с неустойчивостью, являются критическими и обладают большой неопределённостью и высокими рисками. Что касается множества факторов, влияющих на величину риска, то их целесообразно классифицировать по четырём категориям направленности воздействия – глобальные (фоновые), прямого воздействия, косвенного воздействия и внутрисистемные, и четырём категориям возможности реализации – природные, техногенные, постэкологические и социальные.

Самая неопределённая категория – это факторы косвенного воздействия, которые очень часто способны трансформироваться в факторы прямого воздействия и даже глобальные.

Каждая из категорий факторов специфически влияет на риск функционирования геосистем, формируя общую величину риска –  $R_{\text{общ}} = f(R_k, R_n, R_p, R_c)$ , где  $R_i$  – соответственно величины рисков, которые формируются соответствующими категориями факторов.

Общая модель изменения величины риска функционирования геосистем в квазистабильный период, который наиболее характерен для практики, можно представить в виде таком виде:  $R_k > R_n > R_p > R_c$  (рис. 6.2). Зная динамику источников риска, можно достаточно легко и достоверно прогнозировать степень критичности (категорию ситуации и уровень уязвимости) оптимального функционирования любой геосистемы.

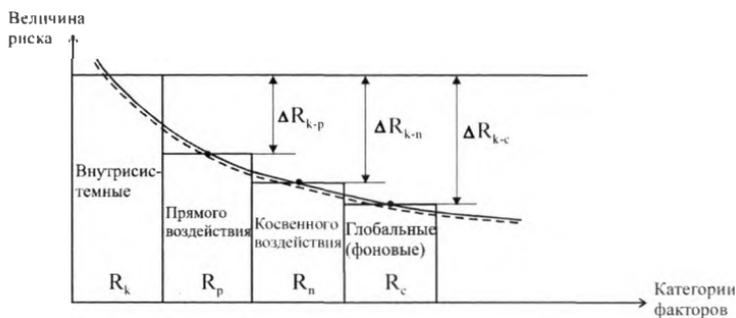


Рисунок 6.2 – Модель изменения величины риска как функция категории факторов в квазистабильный (наиболее желательный) период функционирования геосистем

В таблице 6.1 приведены наиболее типичные модели рискозащищённости (приемлемости риска) для геосистем и объектов.

Таблица 6.1 – Типичные модели рискозащищённости (приемлемости риска) для систем

Сформировавшаяся модель динамики рисков	Особенности условий функционирования геосистем	Категория ситуации и уровень уязвимости геосистем	
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_p > R_n^f$	Факторы прямого воздействия переходят критическую границу и изменяют условия функционирования	КРИТИЧЕСКАЯ	низкий
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_p > R_p^f$	Факторы косвенного воздействия переходят критическую границу, частично переходя в прямые, и изменяют условия функционирования		минимальный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_c > R_c^f$	Факторы фонового воздействия переходят критическую границу, частично в более низкие категории и изменяют условия функционирования		повышенный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_n > R_n^f$ $R_p > R_p^f$	Факторы прямого и косвенного воздействия переходят критическую границу, становятся трудноразличимыми и изменяют условия функционирования		средний
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_p > R_p^f$ $R_c > R_c^f$	Факторы косвенного и фонового воздействия переходят критическую границу, становятся трудноразличимыми и изменяют условия функционирования		сильный
$R_k > R_n > R_p > R_c$ $R_n > R_n^f$ $R_p > R_p^f$ $R_c > R_c^f$	Факторы прямого, косвенного и фонового воздействия переходят критическую границу, становятся трудноразличимыми и изменяют условия функционирования		недопустимый
$R_k > R_p > R_c$ $R_k > R_n$	Факторы прямого воздействия становятся более значимы, чем внутрисистемные	КАТАСТРОФИЧЕСКАЯ	минимальный
$R_k > R_n > R_p$ $R_k > R_c$	Факторы прямого и косвенного воздействия становятся более значимы, чем внутрисистемные		средний
$R_k > R_n > R_p > R_c$	Факторы прямого, косвенного и фонового воздействия становятся более значимы, чем внутрисистемные		Повышенный

Примечание:  $R_i^f$  – граничное значение рисков  $i$ -го воздействия.

Бесспорно, что, прогнозируя для конкретной геосистемы ее состояние и особенности функционирования в определенный период, недостаточно знать только категорию ситуации и уровень уязвимости (например, ситуация критическая, уровень уязвимости – минимальный). Не менее важно знать принципы оценки рисков функционирования, качественный и количественный анализ рисков, исходя из функциональной неопределенности гео- и агроландшафтных систем, и проблемы их минимизации.

Анализ исследований в области создания общей структуры принципов оценки надёжности (рисков) систем, сложных по структуре и связям, достоверность знаний о компонентах которой очень мала, показывает, что любая структура должна удовлетворять принципам относительной полноты и непересекаемости и соответственно оценка (анализ и синтез) рисков должна базироваться на трехуровневой системе принципов: первый – методологический (определяющий концептуальные положения), второй – методический (связанный со спецификой систем, надсистем, подсистем и конкретикой условий) и третий – операциональный (связанный с однозначностью и достоверностью информационных потоков).

Анализ концептуальных основ оптимизации решений экологических проблем позволил сформировать следующую значимую группу методологических принципов – объективность, корректность, ограниченность, системность, взаимозависимость, позитивность и однотипность.

Объективность риска означает, что при оценке необходимо обеспечить достоверность отражения структуры и характеристик геосистемы, при этом нужно полно, по мере возможности, учесть как качественные и количественные параметры переходных процессов, так и степень недоверности и неопределённости, объективно присущую будущему.

Корректность рисков означает, что при оценке должны выполняться такие формальные требования, как аддитивность, транзитивность, непропорциональность и интервальная монотонность, т. е.  $R_{\text{общ}} = R_1 + R_2$ ;  $R_{\text{общ}}^i < R_{\text{общ}}^{i+1} < R_{\text{общ}}^{i+2}$ ;  $R_i \notin R_{\text{общ}}^i$  где  $R_i$  – общие и частные риски.

Ограниченность рисков означает, что их формирование во многом зависит от наличия ресурсов однократного или многократного пользования (природные, социальные, трудовые, финансовые и информационные), а системность (комплексность) – что в своей совокупности они должны образовывать замкнутую систему иерархического типа: эмерджентные ↔ не-эмерджентные риски.

Взаимозависимость рисков означает, что формирование (возникновение) одних рисков непосредственно или через сложные опосредованные связи приводит к формированию других (например, экологические-социальные – экономические), а однотипность – что независимо от типа риска все они имеют противоречивую экономическую или внеэкономическую оценку, но обязательно – прямую.

Позитивность рисков означает, что интегральный показатель риска не должен быть выше уровня приемлемости, т. е. риски не должны приводить к катастрофической ситуации.

Основные методические принципы – разновосприимчивость, динамичность, согласованность и диссонансируемость исходят из предположений о том, что любое действие вносит в геосистему и соответственно в окружающую среду что-то специфическое, при этом даже при несинхронности отдельных проявлений реально однозначная характеристика предполагаемой динамики процессов.

Операциональные принципы определяют моделируемость и симплифицируемость рисков, т. е. возможность описания любой рискованной ситуации моделью с относительно простым информационно-вычислительным методом оценки риска.

Совокупность всех этих принципов позволяет любую рискологическую проблему рассматривать и трактовать как абстрактную систему, познание которой требует анализа со структурным или функциональным подходом и синтеза с эмерджентным или синергическим

подходом. На рисунках 6.3 и 6.4 приведены специфические особенности анализа и синтеза абстрактной системы рискологической ориентации.

Функциональный подход к анализу риска обуславливает возможности реализации одного из трёх принципиальных вариантов:

I вариант – риск представляют как неизвестное – «чёрный ящик», поведение которого полностью зависит от входных воздействий (факторов  $X_i$ ) и внутреннего состояния системы, т. е.  $X_i \in Y_i$ , что позволяет определить номенклатуру факторов ( $X_i$ ), параметров  $Y_i$  и функциональную связь между ними –  $Y = \phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , где  $Y$  – целевой параметр (риск);

II вариант – риск представляют как фактор (одно из входных воздействий ( $X_p$ )), который с другими факторами определяет состояние и поведение системы, что позволяет определить значимость влияния риска на состояние объекта и взаимосвязь фактора ( $X_p$ ) с параметрами ( $Y_i$ );

III вариант – риск представляют как параметр (одно из выходных реакций  $Y_p$ ), который наряду с другими определяет функционирование системы, что позволяет определить значимость риска для функционирования системы и взаимосвязь факторов ( $X_i$ ) с параметром ( $Y_p$ ).

Для анализа структурных составляющих абстрактной системы на разных уровнях целесообразно использовать структурный подход, который также может быть реализован по одному из следующих трёх вариантов:

I вариант – риск структурируют на уровни с неизменяющимися свойствами, что обеспечивает постоянство свойств структурных составляющих при переходе с низких на более высокие уровни ( $E_0 = E_1 = E_2$ , где  $E_0, E_1, E_2$  – соответственно свойство на уровне  $(j+1)$  и  $j$ );

II вариант – риск структурируют на уровни с аддитивно изменяющимися свойствами, что обеспечивает аддитивную зависимость свойств структурных составляющих низкого и высокого уровней ( $E_0 = E_1 + E_2$ );

III вариант – риск структурируют на уровни, связанные взаимоднозначной зависимостью ( $E_0 = f(E_1, E_2)$ ).

Что касается синтеза абстрактных систем, т. е. образования новых эмерджентных или неэмерджентных свойств в процессе взаимодействия систем (элементов), то он также может быть реализован по одному из трёх вариантов:

I вариант – взаимодействие (объединение) систем (элементов) приводит, как минимум, к образованию у одного свойства нового качества, т. е. свойство  $E_k$  системы  $C_0$  имеет новое качество (другие характеристики) по сравнению со свойствами  $E_1$  и  $E_2$  составляющих её систем (элементов);

II вариант – взаимодействие (объединение) систем (элементов) приводит, как минимум, к образованию нового свойства, принадлежащего тому же сингулярному классу систем, что и изучаемая система (объект), т. е. свойство  $E_k$  системы  $C_0$  не имеет аналогов у составляющих её систем (элементов)  $C_1$  и  $C_2$ , но оно принадлежит тому же сингулярному классу;

III вариант – взаимодействие (объединение) систем (элементов) приводит, как минимум, к образованию одного нового свойства, принадлежащего другому сингулярному классу, чем изучаемая система (объект), т. е. свойство  $E_k$  системы  $C_0$  не имеет аналогов у составляющих её систем (элементов)  $C_1$  и  $C_2$  и оно принадлежит другому сингулярному классу.

Все эти варианты чётко определены следующими свойствами эмерджентных систем:

- эмерджентные свойства несводимы к свойствам элементов, составляющих систему, так как они существуют только при взаимодействии элементов (систем);
- эмерджентных свойств у системы всегда меньше, чем неэмерджентных;
- появление хотя бы одного эмерджентного свойства у совокупности взаимодействующих элементов трансформирует это образование в систему;
- не всякое взаимодействие элементов приводит к образованию у их совокупности эмерджентных свойств.

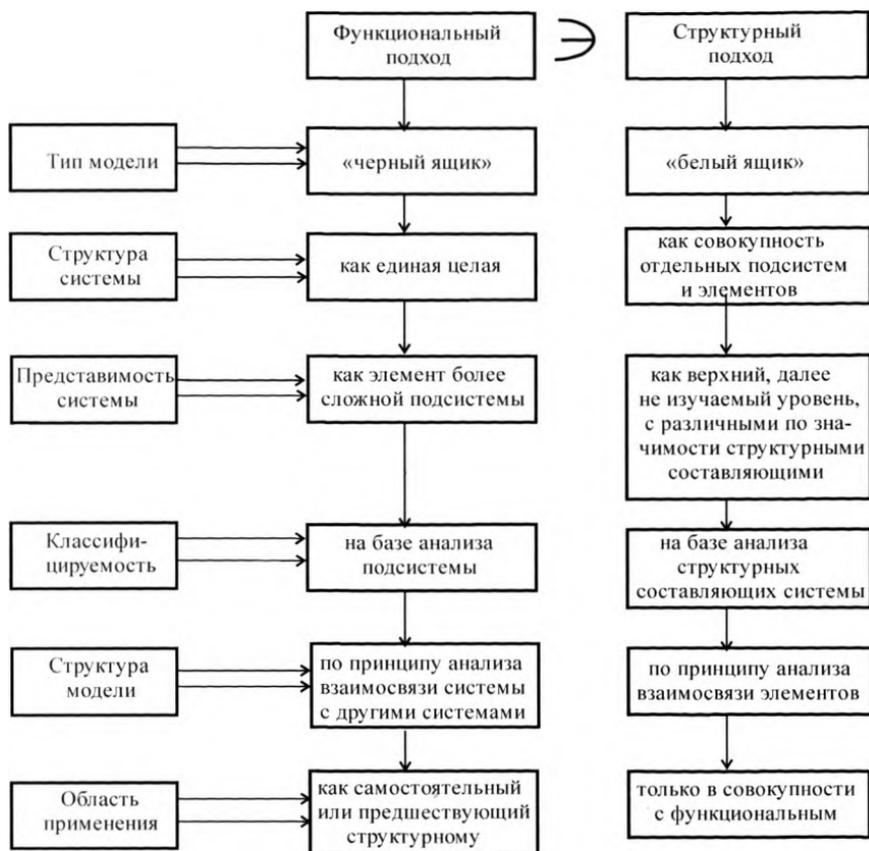


Рисунок 6.3 – Особенности анализа абстрактной системы рискологической ориентации

Отсюда: если взаимодействие приводит к изменению свойств структурных составляющих, то синтез абстрактных систем необходимо осуществлять на синергетическом подходе по аналогичным вариантам. Однако, независимо от подхода, все методы анализа риска и неопределённости можно подразделить на группы (рис. 6.5).

Анализ жизнеспособности систем в зависимости от периода её функционирования требует также выделять стратегический (в квазистабильный период) и тактический (в переходной период) риск. При этом учёт рисков в функционировании может быть слабым, только отдельных рискологических проблем и в интегральной форме, что и определяет кратко-, средне- и долгосрочную перспективы функционирования. Следовательно, принципиальная схема оценки риска и неопределённости должна иметь вид (рис. 6.6).

Для практики, бесспорно, важнее проблема не оценки риска и неопределённости функционирования, а выявления рискозащищённости систем как параметра, который характеризует вероятность сохранения работоспособности внутрисистемных связей и адаптационную способность структурных составляющих и компонент системы к формируемой «враждебной» среде, т. е. экстремальным внешним и внутренним воздействиям. Поэтому разработка научно-методологических основ оценки риска включает в себя блоки определения вероятности возникновения опасных природных и техногенных процессов и их негативных воздействий.

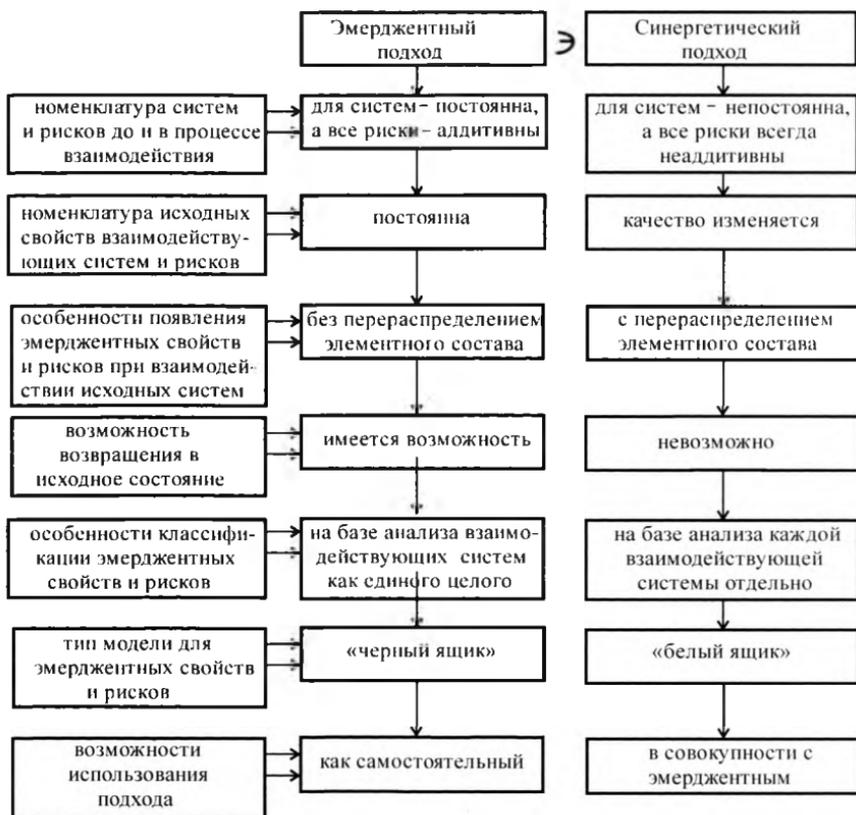


Рисунок 6.4 – Особенности синтеза абстрактной системы рискологической ориентации

Основными этапами определения риска в каждом блоке являются их идентификация, качественная и количественная оценки. В блоке оценки риска возникновения опасных природных и техногенных процессов на этапе идентификации определяется, какие риски способны дестабилизировать обстановку на объекте, в районе или регионе, создаются модели явления, с определенной степенью адекватности отражающие его физическую сущность и отвечающие запросам менеджмента; выявляются факторы, обуславливающие опасность возникновения явлений и их качественные и количественные характеристики. Для качественной оценки риска возникновения определяются эмпирические закономерности их временного распределения. Для количественной оценки риска возникновения предлагается обобщение данных с использованием теории вероятности и статистики, а также расчетов по математическим моделям процессов.

В блоке установления негативных последствий на этапе идентификации источников риска выявляются основные характеристики, обуславливающие негативное воздействие; зоны деструктивного воздействия (ноксосферы); состав и характеристики реципиентов, подвергающихся этому воздействию. При этом считается, что территориями негативных последствий являются не только зоны формирования и распространения опасного природного явления или тех-

ногенного процесса, но и зоны поражения при возможных вторичных чрезвычайных ситуациях, вызванных разрушениями опасных промышленных объектов, плотин, дамб и т. д.

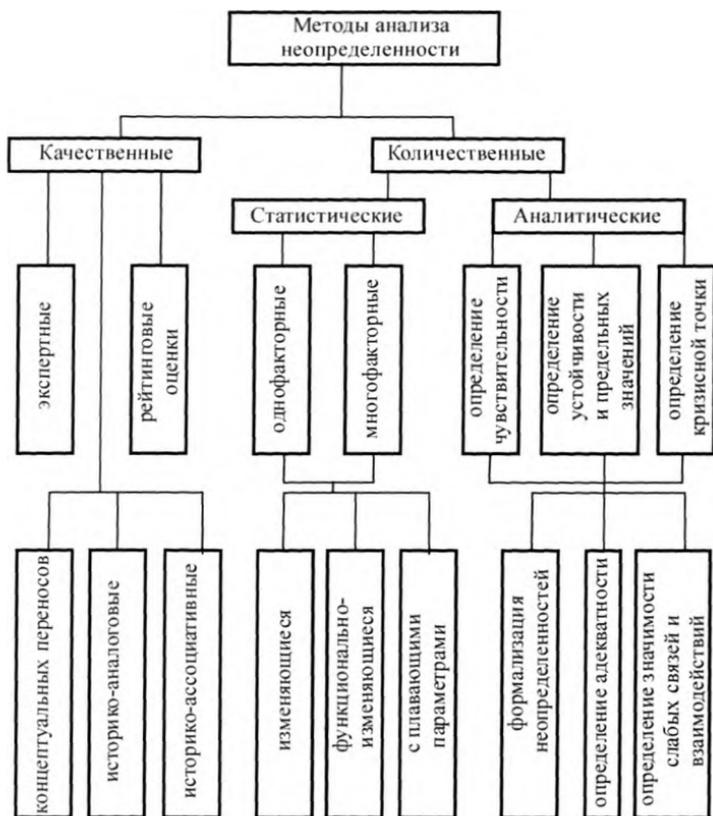


Рисунок 6.5 – Группирование методов анализа риска и неопределенности

Определение состава реципиентов, числа компонентов окружающей среды, населения, объектов социально-хозяйственного назначения осуществляется исходя из сценария развития рискованных ситуаций в зонах воздействия собственно опасных явлений и технологических процессов и зон вторичных чрезвычайных ситуаций, ими обусловленных. При этом определяются реципиенты, подвергавшиеся как прямому, так и опосредованному воздействию. Каждый реципиент рассматривается с позиций его значимости в системе «социум – природа – хозяйство», а также в сфере, к которой он относится (экосфера, социосфера, техносфера), с учетом причинно-следственных связей социального, экологического и экономического характера, оценивается его уязвимость и защищенность. Уязвимость каждого реципиента зависит от многих его внутренних свойств (адаптированность к опасным явлениям, адекватность реакций и т. д.). Степень защищенности населения, окружающей природной среды, хозяйственных объектов зависит от развитости систем, призванных обеспечивать безопасность жизнедеятельности. Уязвимость оценивается для каждого реципиента и системы, частью которой он является, для различных сценариев воздействия при развитии опасного природного или техногенного процесса.

Качественная оценка воздействий – это определение последствий опасного природного или техногенного процесса, выраженных в натуральных единицах. Поскольку реципиентами являются объекты (компоненты) систем различной природы (социосферы, биосферы, техносферы), классифицирующие критерии воздействия основываются на едином для всех объектов и систем свойстве – устойчивости, а классы воздействий определяют степень ее нарушения и соответствующие последствия. Выделяются классы воздействий в пределах допустимого риска (которые компоненты систем успевают ассимилировать благодаря срабатыванию функций самовосстановления и саморегуляции), а также критических и катастрофических (превосходящих предел устойчивости и вызывающих изменения вплоть до появления необратимых процессов, невозможных разрушений).



Рисунок 6.6 – Принципиальная схема оценки риска и неопределённости функционирования геосистем

Количественная (экономическая) оценка воздействия опасных природных и техногенных процессов – это монетарная оценка негативных последствий, описанных на этапе качественного их анализа в натуральных единицах измерения. Количественная оценка воздействия осуществляется для компонентов социо-, эко- и техносферы по рыночным ценам, учитывает потери, затраты на восстановление и убытки.

Интегральная оценка природного и техногенного риска – это комплексный учет риска возникновения и риска воздействия. Количественная интегральная оценка должна определять максимальный одновременный риск, суммарный риск в течение заданного многолетнего периода, ежегодный риск. Качественная интегральная оценка дает обобщенное представление о природном и техногенном риске на исследуемой территории. Для конкретной территории риск должен оцениваться периодически по мере строительства защитных сооружений и внедрения инновационных технологий, снижающих степень риска, увеличения или уменьшения хозяйственного освоения территории, оказывающих влияние на величину потенциального ущерба от опасных природных и техногенных явлений. Параллельно оценке риска должен осуществляться контроллинг, цель которого – выявление и недопущение несанкционированного размещения объектов в зонах возможного воздействия, контроль за вы-

полнением предписаний о необходимости проведения защитных мероприятий на объектах, располагаемых в импактных зонах.

Процесс оценки риска, в свою очередь, сопряжен с рисками, которые могут быть разделены на внутренние и внешние. Внутренние риски оценок риска могут быть обусловлены недостаточной изученностью процессов, несовершенством методологии оценки риска, недостаточностью информации о явлениях и реципиентах на конкретной территории (баз данных), низкой квалификацией специалистов, осуществляющих оценку. Внешние риски оценок риска обусловлены факторами различного характера – природного, экономического, социального, технического, институционального. Однако всегда центральным вопросом в проблеме безопасности является вопрос выбора между концепцией «абсолютной» безопасности и концепцией «приемлемого» риска. Несколько сложнее решение этой проблемы при недостаточном объеме или вообще при отсутствии априорной информации.

Так как малой выборке случайных величин  $X_1, \dots, X_n$  обычно соответствует эмпирическая функция распределения  $p_n(x)$  вида:

$$p_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_1^{(n)} \\ \frac{k}{n}, & x_k^{(n)} < x \leq x_{k+1}^{(n)}, \\ 1, & x > x_n^{(n)} \end{cases} \quad (6.7)$$

график которой представляет ступенчатую линию со скачками (быстрыми изменениями), кратными величине  $1/n$  в точках, определяемых членами вариационного ряда  $x_1^{(n)} \leq x_2^{(n)} \leq \dots \leq x_n^{(n)}$ , и по закону больших чисел эта функция сходится на вероятности к исходному теоретическому распределению, то определять математическое ожидание можно с использованием бутстреп-процедур, используя сглаженную функцию квантилей распределения оценки параметров типа

$$X_p = \sum_{k=0}^{n-1} C_k \cdot p^k, \quad (6.8)$$

коэффициенты, которой удовлетворяют эмпирической функции распределения.

Неоднозначность выбора коэффициентов ряда требует ввода принципа максимума неопределенности с использованием в качестве меры неопределенности – энтропии Шеннона.

Соответственно имеем:

$$H_\varepsilon = \int_0^1 \ln \left( \sum_{k=0}^{n-1} k \cdot C_k \cdot p^{k-1} \right) dp \rightarrow \frac{\max}{C_k}; \quad (6.9)$$

$$X_k^{(n)} \leq C_0 + C_1 \cdot \frac{k}{n} + C_2 \cdot \left( \frac{k}{n} \right)^2 + \dots + C_{n-2} \cdot \left( \frac{k}{n} \right)^{n-1} \leq X_{k+1}^{(n)}, \quad (6.10)$$

где  $H_\varepsilon$  – энтропия;  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Однако реализация таких возможностей зависит не только от свойств систем, но и в не меньшей мере и от свойств окружающей среды, которая, в свою очередь, на границах с системами располагает вполне определёнными своими внутренними степенями свободы ( $\ell_c$ ). Очевидно, что взаимодействие между системами и окружающей средой возможно только по сопряжённым степеням свободы ( $n$ ), которые могут быть определены как «внешние степени свободы» систем, зависящие от свойств окружающей среды. Отсутствие внешней или внутренней степени свободы указывает на внешнюю или внутреннюю изоляцию системы.

На рисунке 6.7 показаны схемы возможных взаимодействий систем и среды, которые и определяют особенности формирования динамики уровня их экологической надёжности.

Определяя через  $E_i$  меру изменений среды и системы, имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} dE_{cp} + dE_c = 0 & n = l_c = l; \\ dE_{cp} + dE_c \pm \Delta E = 0 & n \leq l; \quad n = 0' \end{cases} \quad (6.11)$$

где  $\Delta E$  – скачок меры изменений;  $E_{cp}$  – мера изменения среды;  $E_c$  – мера изменения системы.

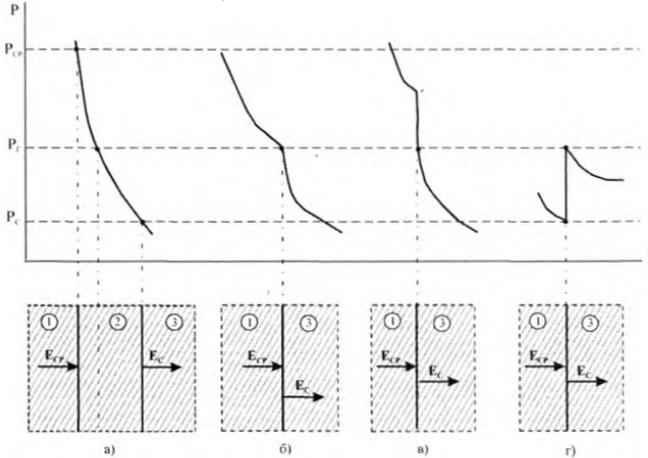


Рисунок 6.7 – Схемы взаимодействий геосистем и среды:

1 – среда; 2 – граница; 3 – система; а) – свойства среды и системы одинаковы (ненарушенные системы); б), в), и г) – свойства среды и системы различны (антропогенизированные и антропогенные системы).

Обобщая всевозможные схемы взаимодействий среды и систем, взаимозависимость между интенсивностью мер изменений среды ( $dE_{cp}$ ) и систем ( $dE_c$ ) можно представить следующим образом (рис. 6.8).

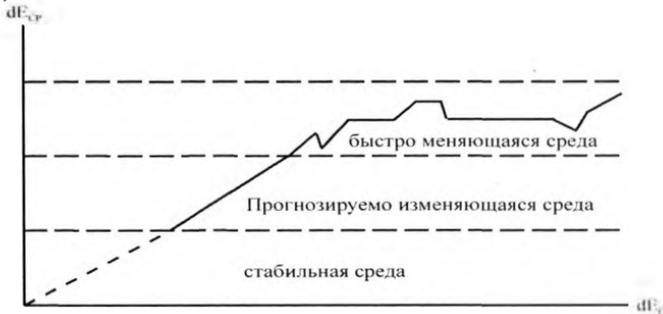


Рисунок 6.8 – Общая схема взаимодействий и взаимосвязей среды и систем

Так как сегодня состояние природной среды характеризуется как пограничное между прогнозируемой и быстро меняющейся, то любое решение, связанное с природопользованием и природообустройством, должно рассматриваться как многокритериальная компромиссная задача с оптимизацией по приемлемой наивысшей полезности, многоцелевому компромиссу или наибольшему значению меры согласованности.

## 7. ОПТИМИЗАЦИЯ В ОБЛАСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО МИНИМИЗАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ

Методик решений оптимизационных и прогнозно-оптимизационных задач сегодня множество. Однако анализ имеющихся исследований позволяет отметить, что любое решение по снижению воздействий объектов на природную среду необходимо рассматривать как многокритериальную компромиссную задачу с оптимизацией по приемлемой наивысшей полезности, многоцелевому компромиссу или наибольшему значению меры согласованности. Логическая схема решения задачи приведена на рисунке 7.1.

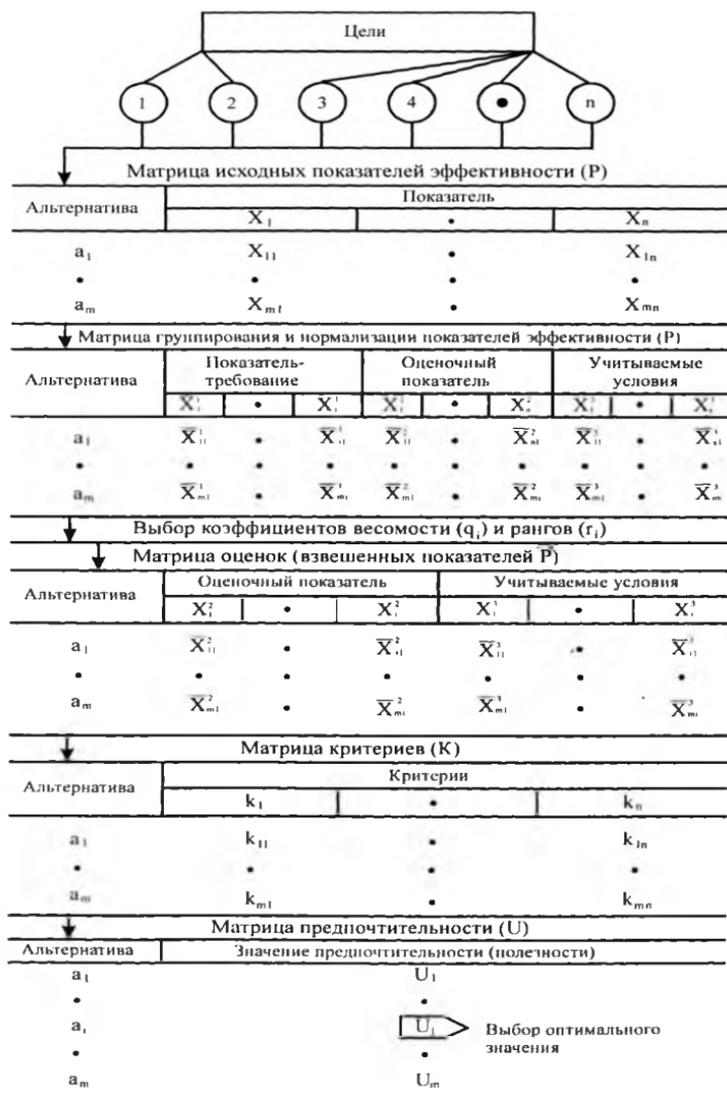


Рисунок 7.1 – Логическая схема реализации задачи по выбору оптимального решения

Как видно из схемы, выбор оптимального решения наиболее целесообразно осуществлять, используя группу критериев эффективности  $R_{ij}$  и предпочтительности  $U_{ij}$  (экономической, экологической, социально-природной, технолого-конструктивной и т. д.), а также многоцелевой выбор из множества целей, оптимизацию на множестве объектов, оптимизацию из множества целей, оптимизацию в динамике или на множестве условий, оптимизацию на множестве вариантов, многовекторную оптимизацию.

Следует отметить, что многоцелевой выбор требует четкого определения области и схемы компромисса анализируемых решений, их нормализации и учета приоритетности. При реализации любых технических задач всегда можно отыскать область возможных решений, в которой показатели эффективности (ПЭ) непротиворечивы, т. е. они согласуются, и поэтому оптимальное решение целесообразно искать только в области компромисса. Область компромисса определяется как подмножество решений, для которых невозможно улучшение без уменьшения уровня хотя бы одного показателя эффективности.

Выбор области компромисса целесообразно осуществлять путем исключения области согласия из области компромисса на основе ее собственных свойств. При этом нельзя забывать, что определение области компромиссных решений является только промежуточной задачей, а конечной целью – анализ всех конкурентоспособных вариантов и выбор единственного оптимального проектного решения. При этом выбор технических решений и сравнение их качества в области компромисса должен отвечать схеме-принципу оптимальности. Выбор схемы можно осуществлять на аналитическом или аналитико-эвристическом уровне. Наиболее широкую известность имеет принцип минимакса, позволяющий найти единственное рациональное решение, реализуемое в следующей эквивалентной форме

$$\text{opt}X = \min_{X \in X_0} \sum_{j=1}^n X_j^{\varepsilon} \quad S \in (S^0, \infty); \quad S^0 = \frac{\lg n}{\lg(1 + \varepsilon)}, \quad (7.1)$$

где  $X_0$  – область компромисса;  $\varepsilon$  – относительная точность показателя эффективности;  $j$  – количество возможных при реализации технических решений.

Для рассматриваемых задач наиболее применим принцип «справедливого» компромисса, основанного на абсолютной или относительной уступке, когда суммарный уровень снижения одного или нескольких показателей эффективности не должен превышать суммарного уровня прироста других показателей эффективности.

Если известна приоритетность показателя эффективности, то лучше реализуется оптимизационная модель типа

$$\text{opt}X \equiv \max_{X \in X^1} x, \quad (7.2)$$

где  $X^1 = \{X / X_j \geq X_j^2\}$ ,  $j \in (1, 2, \dots, n)$ .

Так как нередко показатели эффективности имеют различные масштабы измерения, то их нормализация обязательна и ее можно выполнять по множеству принципов. Однако наиболее справедливым и не ограничивающим значимости ни одного из показателей эффективности является «принцип идеального качества», когда в виде нормализующих компонент принимаются максимально возможные их отклонения для условий решаемой задачи –

$$X_j = \frac{X_j}{\max_{X \in Y} x_j - \min_{X \in Y} x_j}. \quad (7.3)$$

В качестве параметров предпочтительности наиболее целесообразно оперировать рядом предпочтительности  $X$ , а также векторами приоритетов  $\lambda_i$  и значимости  $q_i$ , определяемыми методом последовательной оптимизации. Однако следует отметить, что если минимакс целесообразен при расчетах на самое плохое, что может произойти, то критерий Сэ

виджа позволяет минимизировать убытки, а критерий Гурвица (риска) обеспечивает реализацию высшего выигрыша.

Наиболее достоверным критерием успеха является критерий Бернулли

$$K_i^j = \left\{ \frac{a_j}{\max \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}} \right\}, \quad i=1, \bar{m}; \quad j=1, \bar{n}, \quad (7.4)$$

где  $\bar{X}_{ij}$  – значение  $j$ -ого показателя для  $i$ -ого варианта, по которому реализуется принцип справедливой абсолютной уступки. Не менее существенной является проблема расположения (упорядочения) вариантов по предпочтительности. Когда нам необходимо наилучшим образом согласовать предлагаемые варианты с системой ценностей и в упорядочении вариантов присутствует частичный порядок  $a_k > a_e$ , тогда факт  $x_{kj} \geq x_{ej}$  оценивается при помощи  $q_j$ , а факт  $x_{kn} < x_{en}$  – при помощи  $q_n$ .

Отсюда оценка упорядочения вариантов  $\beta_q$  ( $q = 1, 2, \dots, m!$ ) должна определяться по зависимости

$$\beta_q = \sum_{k,e=1}^m \sum_{j \in I/k \neq e} q_j, \quad q_j = 1, 2, \dots, m!, \quad (7.5)$$

где  $C_{ke} = \{j / x_{kj} > x_{ej}\}$ ,  $k, e = 1, \bar{m}; k \neq e$ ;  $H_{ke} = \{j / x_{kj} < x_{ej}\}$ ,  $k, e = 1, \bar{m}; k \neq e$ ; а наиболее согласованным (наилучшим) упорядоченным будет являться  $m_0$ , для которого величина  $\beta_q$  наибольшая. При этом надо иметь в виду, что наиболее согласованное упорядочение тождественно ряду предпочтительности вариантов.

Упорядочение вариантов по предпочтительности осуществляется следующим образом: составляется исходная матрица ( $P$ ); преобразуется исходная матрица в расчетную ( $\bar{P}$ ); определяются величины значимости показателя эффективности ( $q_j$ ); строятся множества всевозможных перестановок ( $n$ ), а также согласующегося и несогласующегося частичного порядков; оценивается упорядочение вариантов перестановок ( $\beta_q$ ); строится ряд предпочтительности по ординальным и кардинальным показателям.

Не менее существенна и проблема направленного улучшения конкурентоспособных вариантов, которая решается на базе общей функции полезности, учитывающей как независимость по предпочтительности (НПР), так и независимость по полезности (НПО). Блок-схема общей функции полезности должна включать в себя: определение взвешенной нормированной матрицы ( $P_n$ ); определение идеального и негативно-идеального вариантов ( $a_u, a_n$ ); определение меры раздельности ( $L_i$ ) между  $i$ -ым и идеальным и негативно-идеальным вариантами; определение относительной близости ( $K_i$ )  $i$ -ых вариантов к идеальному; проверка выполнения свойств НПР и НПО; определение возможной формы общей функции полезности ( $U_x$ ); расчеты локальных значений общей функции полезности (аддитивности / мультипликативной) по вариантам ( $B_i$ ); реализацию процедуры улучшения конкурентоспособности выбранного варианта.

Рассмотрим особенности оптимизации экологической надежности геосистем. Анализ материалов обследования их технического состояния и функционирования позволяет отметить, что основными причинами их неудовлетворительного функционирования, а соответственно и низкой экологической надежности являются: проектные ошибки (18,9 %), низкое качество строительства (21,2 %), неудовлетворительная эксплуатация (38,6 %) и совокупность всех причин (21,3 %). При этом 26 % из них уже проявляются в период адаптации, 29 % – в период оптимального функционирования и 45 % – в период массового проявления отказов и формирования критического уровня экологической надежности.

Так как экологическая надежность может формироваться начальным резервированием либо ее поэтапным (при реконструкции) повышением через реализацию соответствующих природоохранным-восстановительных мероприятий, то с точки зрения системного анализа наиболее перспективным является решение данной задачи методом динамического программирования.

Исследования, проведенные для наиболее типичных объектов с использованием функциональных уравнений Беллмана, позволили выявить расчетные сроки реконструкции агроландшафтных систем, обеспечивающих получение максимального эффекта (в годах): первая реконструкция – 18; вторая – 33; третья – 48; четвертая – 67; пятая – 83.

Как видим, оптимальный межреконструкционный срок службы агроландшафтных системы 15–18 лет при максимальном сроке эксплуатации до 30–33 лет. Для этих расчетных интервалов и будем оптимизировать экологическую надежность и капитальные вложения.

Функция экологической надежности любой системы и степени антропогенизации определяется тремя областями ( $\sum_{i=1}^3 P_i$ ), четырьмя состояниями функционирования ( $\sum_{j=1}^4 S_j$ ), десятью факторными рисками ( $\bar{S}_{0-10}$ ) и множеством реальных состояний основных групп элементов, поэтому для ее оптимизации может быть использована зависимость вида

$$C_{\text{общ}}^{\text{ном}} = A_0 + \mathcal{E}_m \cdot \sum_{i=0}^t [(1+\alpha)^i]^{-1}, \quad (7.5)$$

учитывающая как начальные капитальные вложения, так и затраты на обеспечение требуемой эконадежности основной группы элементов и системы в целом. Здесь:  $A_0$  – единовременные капитальные затраты;  $\mathcal{E}_t$  – текущие годовые расходы по поддержанию работоспособности системы с требуемой степенью экологической надежности;  $[(1+\alpha)^i]^{-1}$  – коэффициент отдаления затрат;  $\alpha$  – нормативный коэффициент эффективности;  $t$  – период сравнения.

Тогда экономический эффект от повышения уровня эконадежности, независимо от способа ее реализации, может быть определен зависимостью вида

$$\mathcal{E}_0 = k_y \cdot E_n \cdot t \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) - (C_2 - C_1), \quad (7.6)$$

где  $\lambda_1$  – предел увеличения стоимости системы при увеличении расчетного периода и повышении уровня экологической надежности в  $m$  раз;  $\lambda_2$  – показатель этапности реализации природоохранным-восстановительных мероприятий за срок службы системы  $T_0$ ;  $E_n$  – нормативный коэффициент приведения затрат;  $k_y$  – удельные капитальные вложения;  $C_1$  и  $C_2$  – соответственно повариантная стоимость основных групп элементов системы, обуславливающих ее экологическую надежность в целом.

Отметим, что период оптимальной экологической надежности определяется периодом оптимального функционирования ( $T_k$ ).

Графики зависимости удельного экономического эффекта от повышения расчетного периода и уровня экологической надежности системы приведены на рисунке 7.2.

Анализ графика показывает, что повышение расчетного периода и уровня экологической надежности наиболее целесообразно до периода формирования критического уровня экологической надежности ( $T_k$ ) при оптимизации по минимально допустимому уровню экологической надежности и в конце начального (адаптационного) периода эксплуатации – при оптимизации по начальному резервированию.

Тогда степень экономически целесообразного увеличения стоимости системы или основных групп ее элементов определится соотношением  $-\ell_{\mu}^{*k} = \frac{L_1}{L_2} + \frac{\mathcal{E}_0}{C_0}$ , а степень увеличения приведенных затрат на повышение расчетного периода или уровня экологической надежности ( $b_{\mu}^{*k}$ ) и соответствующий им экономический эффект ( $\mathcal{E}_0$ ) соотношениями  $b_{\mu}^{*k} = C/C_0$  и  $\mathcal{E}_0 = \ell_{\mu}^{*k} - b_{\mu}^{*k}$ , где  $C_0$  – затраты на повышение расчетного периода и уровня экологической надежности, приведенные к сроку реализации природоохранный-восстановительных работ;  $L_1$  и  $L_2$  – соответственно показатели допустимых затрат на строительство и повышение уровня экологической надежности основной группы элементов от сроков  $T_1$  и  $T_2$  до срока функционирования системы  $T_c$ .

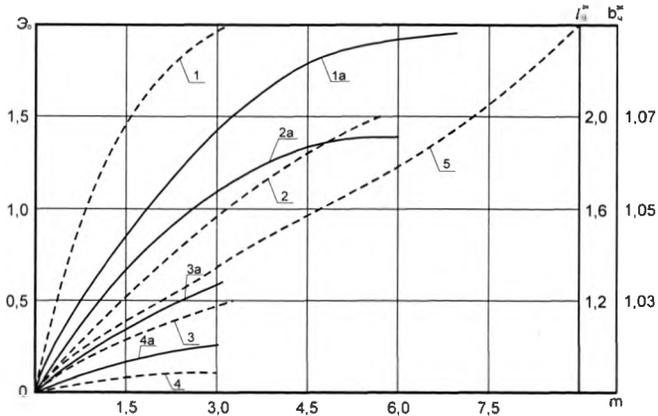


Рисунок 7.2 – Графики зависимости экономического эффекта от повышения экологической надежности при  $(C_1 - C_2) = 0$  (1а, 2а, 3а, 4а) и экономически допустимого увеличения приведенных затрат на него при  $E = 0,08$  (1, 2, 3, 4) и увеличения приведенных затрат на обеспечение оптимальной экологической надежности при увеличении расчетного периода и уровня (5): 1 – при  $T = 5$  и  $T_0 = 30$ ; 2 – при  $T = 10$  и  $T_0 = 30$ ; 3 – при  $T = 15$  и  $T_0 = 30$ ; 4 – при  $T = 30$  и  $T_0 = 30$  лет

Соответственно допустимые сроки на повышение расчетного периода и уровня экологической надежности на стадии строительства определяются показателем  $Y_M = L_1/L_2$ , а на стадии эксплуатации –  $k_0 = k_1 \cdot Y_M$ , где  $k_1$  – суммарные затраты на базовый вариант системы.

Тогда оптимальная степень повышения расчетного периода и уровня экологической надежности группы элементов системы на стадии строительства определится зависимостью

$$m_{opt} = \ln \left[ \sqrt{L_1} / \left( \sqrt{L_2} - 1,1^T - 1 \right) \right] \cdot (0,0953 \cdot T_1)^{-1}, \quad (7.7)$$

где  $T_1$  – продолжительность периода адаптации системы к сформировавшемуся экологическому состоянию среды.

Следовательно, период оптимального функционирования ( $T_{opt}$ ) и показатель технического совершенства системы ( $\alpha_k$ ) определяются соотношениями –

$$\left. \begin{aligned} T_{opt} &= \left[ \ln \left( \sqrt{L_1} / \sqrt{L_2} + (1+E)^{-T} - 1 \right) \cdot \left[ \ln(1+E) \right]^{-1} \right] \\ \alpha_k &= \left[ (1+E)^{T_2} - 1 \right] \cdot \left[ (1+E)^{T_2} - (1+E)^{T_2-T_1} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

Графическое представление этих характеристик и дает обобщенную диаграмму эконадежности и качества систем (рис. 7.3).

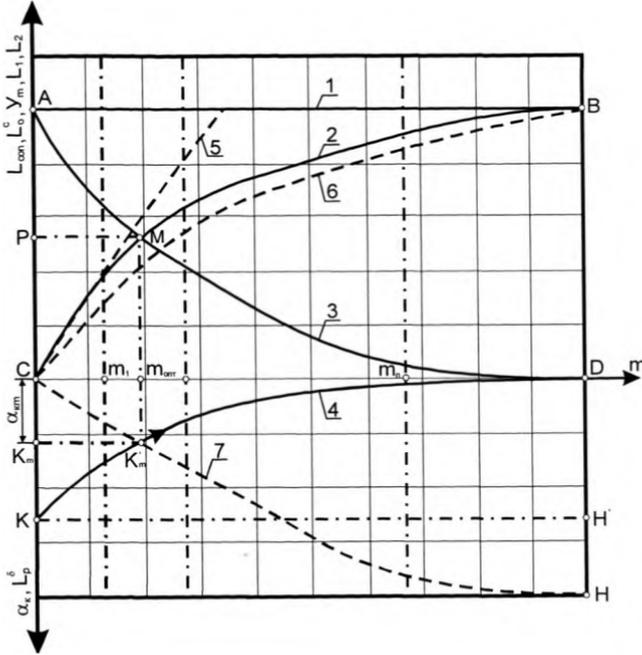


Рисунок 7.3 – Обобщенная диаграмма уровня экологической надежности и технического совершенства системы: 1 –  $L_1 = f_1(T, T_c)$ ; 2 –  $Y_m = f_2(m, T)$ ; 3 –  $L_2 = f_3(m, T)$ ; 4 –  $\alpha_k = f_4(m, T)$ ; 5 –  $L_c = f_5(m, T)$ ; 6 –  $L_c^0 = f_6(m, T)$ ; 7 –  $L_p^\delta = f_7(m, T)$

Анализ основных характеристик (1, 2, 3, 4) позволяет отметить следующее.

При повышении расчетного периода и уровня экологической надежности в период эксплуатации кривая 2 приближается к прямой 1, при этом  $m_{кр} \cdot T = T_c$ , т. е. при равенстве периода оптимального функционирования всей системы и основных групп элементов ( $T = T_c$ ) допустимая степень увеличения затрат ( $m_{оп}$ ) достигнет предельного уровня в точке В, где  $Y_m = L_1$ .

Повышение расчетного периода и уровня экологической надежности можно обеспечить и за счет повышения совершенства основных групп элементов, но при этом повышение расчетного периода и уровня экологической надежности в  $m$  раз обуславливает возрастание уровня технического совершенства, который асимптотически приближается к своему предельному значению в точке Д ( $\alpha_k = 1$ ). Это означает, что показатель затрат на природоохранные-восстановительные мероприятия в процессе функционирования системы уменьшается по мере увеличения периода оптимального функционирования. При небольшом расчетном периоде оптимального функционирования затраты на повышение расчетного периода и уровня экологической надежности незначительны (в точке А,  $L_1 = L_2$ ).

Точка Р характеризует равенство показателей затрат на повышение экологической надежности в процессе функционирования и обеспечения ее расчетного периода начальным резервированием.

Точка М пересечения линий 2 и 3, характеризующая оптимальность ( $Y_m = L_2$ ) периода функционирования с заданной степенью (уровнем) экологической надежности, определяет

соответственно и пределы экономической целесообразности повышения уровня экологической надежности начальным резервированием (если повышение расчетного периода экологической надежности основной группы элементов менее чем в  $m_{\text{опт}}$  раз) и поэтапной реализацией природоохранно-восстановительных мероприятий при других условиях.

Исходя из этого определение достигнутого показателя совершенства системы для любой степени (расчетного периода и уровня) можно производить графически, проектируя точку  $m_{\text{опт}}$  на кривую 4 ( $K_m^1$ ), а затем на ось ординат ( $K_m$ ).

Анализ дополнительных зависимостей (5, 6, 7) позволяет отметить, что повышение степени эконенадежности определяет возрастание сопутствующих капитальных вложений ( $L_c$ ), затрат в сопряженной области ( $L_c^0$ ) и уменьшения затрат на эксплуатационные службы ( $L_p^{\delta}$ ).

Эти показатели определяются соотношениями

$$L_c = (L_1 - 1)/(L_2 - 1); L_c^0 = L_1/L_2 \text{ и } L_p^{\delta} = Y_m \cdot (L_2 - 1)/(L_2 - 1). \quad (7.9)$$

Проводя через определенные значения  $m$ , вертикальные линии, можно определить значения определенных выше показателей и тем самым более полно и достоверно оценить эффективность мероприятий по повышению расчетного периода и уровня эконенадежности.

Проанализируем все эти показатели и расчетные зависимости для системы, характеризующейся следующим образом: проектный срок службы системы – 30 лет; период функционирования системы до формирования критического уровня экологической надежности по I варианту  $T_1 = 10$  лет и по II –  $T_2 = 15$  лет; удельные капитальные вложения  $C_1 = 4500$  \$/га и  $C_2 = 6000$  \$/га; норматив для приведения разновременных затрат  $E = 0,1$ . Запланируем увеличение расчетного периода функционирования с расчетным уровнем экологической надежности по I варианту до 15, 20, 25 и 30 лет и по II – до 20, 25 и 30 лет.

Анализ построенной диаграммы эффективности капитальных вложений в повышение экологической надежности систем позволяет отметить следующее:

- оптимальная степень увеличения срока функционирования начальным резервированием составляет  $m'_{\text{опт}} = 1,46$  и  $m''_{\text{опт}} = 1,38$ ;

- показатель допустимой степени повышения капвложений на строительство объекта  $Y'_m = 1,186$  и  $Y''_m = 1,162$ ;

- оптимальный показатель совершенства систем  $\alpha'_k = 0,809$  и  $\alpha''_k = 0,829$ ;

- оптимальный срок функционирования с расчетной экологической надежностью, исходя из условия минимизации начальных капитальных вложений  $T'_{\text{опт}} = 12,3$  года и  $T''_{\text{опт}} = 16,9$  года.

Следует отметить, что оптимизация в области принятия решений по минимизации последствий при недостаточном объеме априорной информации имеет специфические особенности. Общая блок-схема выбора оптимального варианта (стратегии) технической модели природопользования и природообустройства в условиях неопределенности представлена на рисунке 7.4.

Наиболее достоверным критерием успеха является критерий Бернулли

$$K_i^j = \left[ \frac{a_i}{\max \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \bar{X}_{ij}} \right], \quad i = 1, \bar{m}; \quad j = 1, \bar{n}, \quad (7.10)$$

где  $\bar{X}_{ij}$  – значение  $j$ -ого показателя для  $i$ -ого варианта, по которому реализуется принцип справедливой абсолютной уступки.

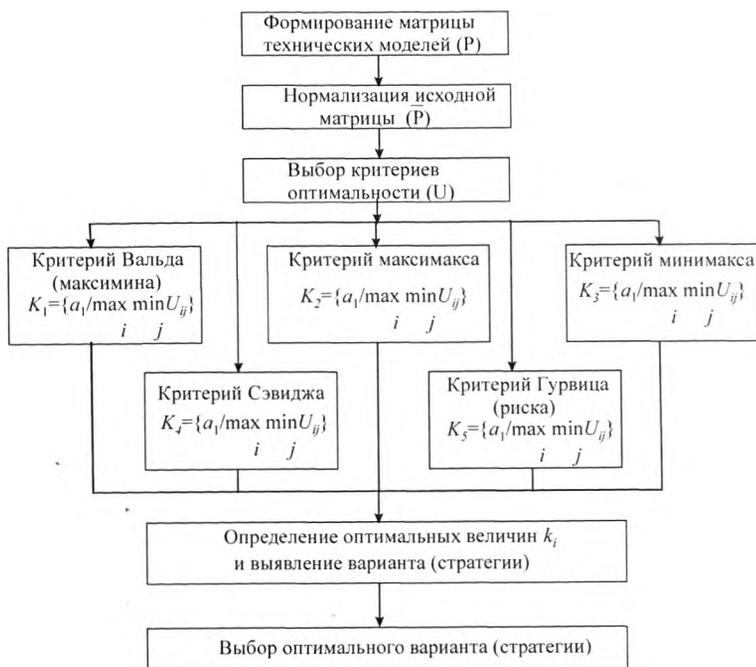


Рисунок 7.4 – Блок-схема выбора оптимального варианта (стратегии) технической модели в условиях неопределенности

В заключение рассмотрим особенности расчетов экономической эффективности мероприятий, направленных на недопущение или уменьшение воздействий на окружающую среду, а именно – очистки сточных вод химического комбината.

Расход сточных вод  $Q_{\text{ст}} = 1,5 \text{ м}^3/\text{с}$ ; на химическом комбинате осуществляется очистка по трем вариантам; в таблице 7.1 приведены сведения о капитальных затратах и эффекте от осуществления мероприятий.

Необходимо:

- определить технико-экономические показатели очистки и рассчитать затраты на очистку сточных вод различными методами;
- рассмотреть вопросы экономической эффективности водоохранных мероприятий;
- рассчитать срок окупаемости капитальных вложений водоохранных мероприятий.

Таблица 7.1 – Исходные данные

Варианты	Капитальные вложения, млн \$	Величина предотвращенного ущерба, $Y_{\text{п}}$ , млн \$	Сопутствующий эффект, $C_3$ , млн \$
I	17,0	4,5	1,5
II	20,0	4,5	1,6
III	41,6	4,5	1,6

Водоохранные мероприятия направлены на создание оптимальных условий для воспроизводства водных ресурсов, нарушенных хозяйственной деятельностью. В состав мероприятий входит: очистка сточных вод; использование сточных вод на сельскохозяйственных полях орошения (ЗПО); разработка технологических процессов, сокращающих количество сточных вод; интенсификация процессов самоочищения вод и т. д.

Методы очистки сточных вод делятся на различные виды.

*Механическая очистка* – применяется как предварительная, в результате которой выделяются нерастворимые органические и неорганические примеси. Техничко-экономические данные при механической очистке: капитальные затраты 5–15 цента/м<sup>3</sup>, текущие затраты 1–2 цента/м<sup>3</sup>, эффективность удаления взвешенных веществ 60–65 % и снижение биологической потребности в кислороде (БПК) – 20–25 %. Предел стоимости очистки на 1 м<sup>3</sup> зависит от степени загрязнения сточных вод.

*Физико-химическая очистка* – применяется для выделения из сточных вод ценных веществ: фенолов, радиоактивных веществ, ядовитых примесей. Капитальные затраты 50–150 цента/м<sup>3</sup>, текущие затраты 10–80 цента/м<sup>3</sup>; эффективность удаления взвешенных веществ 90 %, снижение БПК – 50–80 %.

*Химическая обработка* применяется как самостоятельный метод очистки, так и как предварительная подготовка к последующей очистке с использованием других методов. Основными способами являются: коагулирование, нейтрализация и окисление. Капитальные затраты 30–180 цента/м<sup>3</sup>, текущие затраты 8–70 цента/м<sup>3</sup>, содержание взвешенных веществ снижается на 85–90 %.

*Биохимическая очистка* имеет целью превращение органических загрязнений стоков в безвредные продукты окисления, что достигается введением бактерий и простейших микроорганизмов с добавлением азота, фосфора, калия. Капитальные затраты 20–45 цента/м<sup>3</sup>, текущие затраты 10–15 цента/м<sup>3</sup>, содержание взвешенных частиц и по БПК снижается на 90–95 %.

*Термические методы обезвреживания* применяются, если в стоках содержатся органические примеси и при высокой температуре они полностью окисляются. Капитальные затраты 4–13 цента/м<sup>3</sup>, текущие затраты 5–12 \$/м<sup>3</sup>.

*Метод подземного захоронения* применяется в тех случаях, когда очистка сточных вод требует значительных материальных затрат или не разработана методика их очистки. Отходы производственных стоков сбрасываются в подземные емкости, где гидрогеологические условия позволяют их изолировать. Экономическая эффективность метода подземного захоронения еще недостаточно определена, но известно, что стоимость закачки эмульсионной сточной воды в нагнетательные скважины составляет 2 цента/м<sup>3</sup>, а стоимость их очистки 14 цента/м<sup>3</sup>.

Сточные воды, прошедшие перечисленные способы очистки, все же не могут быть полностью очищены; в этом случае в целях повышения качества воды применяется иногда способ дополнительного разбавления сточных вод свежей водой.

Соотношение кратности разбавления зависит от типа воды: хозяйственно-бытовые – 1–10; условно чистые – 1–5; химически загрязненные – 1–30. Способ разбавления может применяться в редких случаях, так как это приводит к истощению водных источников.

Одним из видов очистки является централизованная доочистка производственных стоков совместно со стоками коммунального хозяйства.

Как было указано, водоохраным мероприятием является организация использования очищенных сточных вод на ЗПО. Почва служит естественным фильтром, проходя который сточные воды обезвреживаются. Капитальные затраты на организацию ЗПО составляют около 2 тыс. \$ на га (включая затраты на сельскохозяйственное освоение), текущие затраты – 150 \$/га, что приблизительно составляет затраты на обработку стоков в размере 5 цента/м<sup>3</sup>.

Величина затрат на почвенную очистку сточных вод на ЗПО зависит от ряда факторов (удаленности ЗПО от места загрязнения, способов подготовки и подачи стоковых вод, а также вида предприятий, сбрасывающих воды: хозяйственно-бытовых, пищевой, текстильной и химической промышленности).

Расчет стоимости различных видов обработки заданного расхода загрязненных вод производится с разделением их на капитальные и текущие (эксплуатационные) (табл. 7.2). Расчет капитальных затрат произведен с учетом годового стока и текущих затрат за сутки.

Таблица 7.2 – Расчет затрат на очистку сточных вод различными методами

Виды очистки	Расход сточных вод, $Q_{ст}$ , м <sup>3</sup> /с	Затраты				Общая стоимость в сутки, $S/м^3$
		капитальные		текущие		
		цент./м <sup>3</sup>	на $Q_{ст}$ , млн $S$	цент./м <sup>3</sup>	на $Q_{ст}$ , млн $S$	
Механическая	1,5	5–15	2,36–7,08	1–2	0,10–0,20	86,40–173
Физико-химическая	1,5	50–150	23,6–70,8	10–80	1,00–8,00	864–6912
Химическая	1,5	30–180	14,2–85,2	8–70	0,80–7,00	691–6048
Биологическая	1,5	25–45	11,8–21,2	10–15	1,00–1,50	864–1296

Как видно из полученных сумм затрат, стоимость очистки за сутки небольшого расхода сточных вод достаточно высока.

Экономическую эффективность водоохранных мероприятий  $\mathcal{E}_{в.м}$  определим по зависимости:

$$\mathcal{E}_{в.м} = B/P, \quad (7.11)$$

где  $B$  – совокупный эффект от водоохранных мероприятий;  $P$  – затраты на осуществление водоохранных мероприятий.

С учетом величин предотвращенного ущерба  $U_n$  – отражающая размер увеличения единовременных и текущих затрат нормального функционирования водоохранных мероприятий, сопутствующий эффект в отраслях народного хозяйства  $C_z$ , который определяется стоимостью дополнительно извлекаемых компонентов при тщательной очистке сточных вод или, например, чистым доходом от получаемой на ранее подтопленных землях сельскохозяйственной продукции. Формулу (7.11) можно записать в виде

$$\mathcal{E}_{в.м} = (U_n + C_z)/P. \quad (7.12)$$

Затраты на осуществление водоохранных мероприятий состоят из затрат на капитальные вложения и текущие затраты.

Определение размера капитальных вложений в создание водоохранных мероприятий производится по формуле:

$$K_{в.м} = K_{в.пр} + K_{в.сопр}, \quad (7.13)$$

где  $K_{в.м}$ ,  $K_{в.пр}$ ,  $K_{в.сопр}$  – соответственно общие, прямые и сопряженные капитальные вложения.

Объем прямых капитальных вложений вычисляют по формуле:

$$K_{в.пр} = U_{к.в} \cdot M \cdot K_p, \quad (7.14)$$

где  $U_{к.в}$  – норматив удельных капитальных вложений в осуществляемое мероприятие;  $M$  – мощность очистных сооружений;  $K_p$  – районный коэффициент изменения стоимости строительства очистных сооружений или выполненных работ.

Объем сопряженных капитальных вложений можно приближенно определить по формуле

$$K_{в.сопр} = C \cdot U_c + \mathcal{E} \cdot U_b + X \cdot U_x + 3 \cdot U_z, \quad (7.15)$$

где  $C$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $X$ ,  $3$  – соответственно количество сырья и материалов, электроэнергии, химикатов, земельных и водных ресурсов;  $U_c$ ,  $U_b$ ,  $U_x$ ,  $U_z$  – норматив удельных капитальных вложений соответственно на 1 т основных материалов, химикатов и 1 кВт·ч электроэнергии, а также оценки 1 га земельных ресурсов и 1 м<sup>3</sup> воды в источнике водоснабжения.

Текущие затраты на осуществление водоохранных мероприятий, необходимые для поддержания качества водных ресурсов, рассчитывают по формуле

$$C = C_m \cdot K_1 + T \cdot K_2 + \mathcal{E} \cdot K_3 + 3 \cdot K_4 + A \cdot K_5 + K_3 + P_d, \quad (7.16)$$

где  $C_m, T, Э$  – затраты на материалы, топливо и электроэнергию;  $З$  – зарплата и начисления на нее;  $A$  – амортизационные отчисления;  $P_3$  – увеличение затрат в другой отрасли, вызванное выбытием природных ресурсов (земельных, водных) в данном районе;  $P_d$  – дополнительные затраты;  $K_{1-5}$  – районные коэффициенты стоимости сырья, материалов, топлива, электроэнергии, зарплата, амортизации.

Для определения сроков окупаемости капитальных вложений при осуществлении водоохраных мероприятий  $T_{квм}$  используется формула:

$$T_{квм} = K_{в.м} / (V_{п} + C_{э}). \quad (7.17)$$

Рассмотрим три варианта определения срока окупаемости капитальных вложений на обработку сточных вод химического комбината с годовым производством продукции на 50 млн \$. Объем сточных вод 35 млн м<sup>3</sup>, в том числе более 4 млн м<sup>3</sup> химически загрязненных. Расход сточных вод

$$Q_{ст} = W / (31,5 \cdot 10^6) = 35 \cdot 10^6 / (31,5 \cdot 10^6) = 1,1 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Вариант I – использование ЗПО; вариант II – механическая очистка, а затем смешение со сточными водами коммунального хозяйства (в соотношении 1:10) и их совместная доочистка; вариант III – механическая и биохимическая очистка с последующим разбавлением свежей водой.

Подставляя в формулу (7.17) известные величины: затрат на капитальные вложения, стоимости предотвращенного ущерба и сопутствующего эффекта, выраженные в млн \$, получим срок окупаемости капитальных вложений

$$\text{I вариант } T_{квм} = 17,0 / (4,5 + 1,5) = 2,8 \text{ года};$$

$$\text{II вариант } T_{квм} = 20,0 / (4,5 + 1,5) = 3,3 \text{ года};$$

$$\text{III вариант } T_{квм} = 41,6 / (4,5 + 1,5) = 6,8 \text{ года}.$$

Как видим, вариант III имеет наибольший срок окупаемости капитальных вложений.

## 8. ОПТИМИЗАЦИЯ В ОБЛАСТИ РЕШЕНИЙ ПО ЛОКАЛИЗАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ

Активизирующиеся и активно проявляющиеся в последнее время негативные изменения в природных геосистемах требуют поиска методов локализационного управления ими.

Бесспорно, наиболее простым решением проблемы является случай локализации области распространения негативных процессов с использованием модели одной кривой  $L$ , удовлетворяющей следующим условиям:

- $x(0) = C_0$ ;  $x(t) = \omega(x)$ ;  $\omega(x) \in W(x)$ ;  $x(t) \notin X$  для любого  $t \geq 0$ ,
- существует  $\tau > 0$  такое, что  $x(t) = C_0$ . При этом кривая  $L$ , определенная вектор-функцией  $x(t)$ ,  $0 < t < \tau$ , содержит внутри себя  $x_0$  и  $x(t)$  и удовлетворяет заданной ориентации движения процесса,
- для любого  $(x) \in L$  происходит изменение  $v(x, \varphi) = 0$ .

Для заданных условий  $C_0$  – начало локализации,  $\omega(x, \varphi)$  – максимально возможная скорость локализации из заданной точки  $x$  в направлении  $\varphi$ .

Отсюда задача оптимального локализационного управления по устранению последствий может быть сформулирована в следующем виде: найти  $\min_{L \in \{L\}} F(L)$  при параметрах  $\{x_i\}$ ,  $C_0$ ,

$W(x)$ , где  $F$  – некоторый числовой критерий на множестве локализованных кривых  $\{L\}$ .

Собственно решение этой задачи требует:

- установить существование решения, т. е. вектор-функцию  $x(t)$ , удовлетворяющую указанным условиям,
- выделить некоторое подмножество, в котором могут содержаться большинство оптимальных по заданным функциям решений;
- в выделенном подмножестве найти оптимальное решение.

В качестве исходных целесообразно принять следующие параметры:  $n$  – число локализационных кривых;  $C_0, \dots, C_n$  – начальные точки локализационных кривых;  $\tau_1, \dots, \tau_n$  – начальные моменты локализации;  $W_1(x), \dots, W_n(x)$  – максимально допустимые скорости локализации;  $\{G\}$  – множество ориентированных графов с числом вершин  $n$ . И, бесспорно, решение проблемы локализационного управления требует принятия критерия оптимизации, в качестве которого могут быть приняты:

$F_n = \min_{L \in \{L\}} G$  – наименьшее число локализационных кривых;

$F_t = \min_{L \in \{L\}} \tau(L)$  – наименьшее время локализации;

$F_s = \min_{L \in \{L\}} S(L)$  – наименьшая площадь локализационного процесса.

Наиболее характерным для большинства процессов распространения любых веществ и потенциалов является переход по нормали (рис. 8.1), что определяет возможность поиска локализационных кривых с контурами равномерно расширяющейся окружности.

Расчетные параметры для данной схемы принимаем в виде:

$$\rho = \rho(\phi); \phi \in [\phi_1, \phi_2]; t \in [\tau^1, \tau^2]. \quad (8.1)$$

Тогда из условия, что для всех  $t$  все точки функции соответствующей  $L$  лежат на контуре процесса распространения  $Z(x, t) = 0$  имеем:

$$\rho(u) = t \cdot v(u); \frac{\partial z}{\partial t} + v_u(x, u) \cdot |grad Z| = 0. \quad (8.2)$$

После соответствующих преобразований получаем дифференциальное уравнение вида

$$\rho'(u) = \rho(\phi) \frac{\alpha + \beta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + 1}}{1 - \beta^2}, \quad (8.3)$$

где  $\alpha = \alpha(\phi) = \frac{v'(\phi)}{v(\phi)}$ ;  $\beta = \beta(\phi) = \frac{v(\phi)}{\omega}$ ;

с решением: 
$$\rho(\phi) = \rho(\phi_1) \exp\left(\int_{\phi_1}^{\phi} f(z) \cdot dz\right) = \rho_1 \cdot I^{F(\phi)}. \tag{8.4}$$

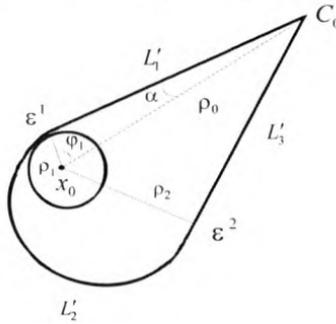


Рисунок 8.1 – Схема развития контуров кривых распространения негативных процессов и взаимосвязи основных параметров локализационных кривых

Очевидно, что особенности поиска оптимальной локализационной кривой будут связаны с выбором критерия оптимизации.

Для критерия  $F_n$  соответственно имеем, что число  $n$  заранее не фиксировано. Каждый граф из  $\{G\}$  может быть записан в виде схемы следования локализационных кривых:

$$(\delta_1, \dots, \delta_k, \dots) \text{ и } (\delta_1, \dots, \delta_k, \dots, \delta_{n-1}, \dots, \delta_n), \tag{8.5}$$

где  $\delta_i = 1$  соответствует движению по часовой, а  $\delta_i = -1$  – против часовой стрелки. Осуществляя индуктивное построение процесса распространения  $(y^s)'$  по определенным значениям ориентации  $\delta_{s+1} = 1$  получаем множество точек, лежащих на внешней границе локализационной кривой, принадлежащей множеству  $(\mathcal{E}^s)'$  и удовлетворяющей исходным четырем условиям.

Рассмотрим поиск локализационной кривой для случая равномерно расширяющегося контура проявления негативного процесса. На рисунке 8.2 показаны схемы контуров и границы множеств допустимости  $(\mathcal{E}^s)'$  процессов распространения большинства негативных процессов, а также наименьшее число локализационных кривых для сопряженных зон.

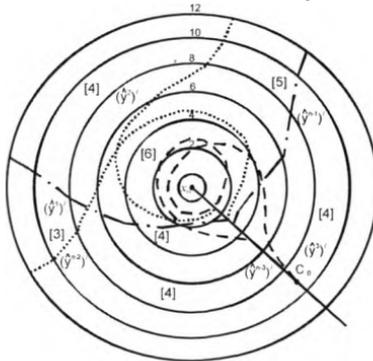


Рисунок 8.2 – Контуров процесса распространения  $x_i = 2, 4, 6$  и границы множеств допустимости  $(\mathcal{E}^s)'$  и  $(\mathcal{E}^{i-3})'$  для первой (1,1,...), второй (-1, -1,...) и третьей (1,1,...,-1,-1) схем следования и наименьшее число локализационных кривых

Так как  $(\mathcal{F}^S)'$  должна включать в себя только те точки, которые могут быть достигнуты при использовании не менее  $S$  локализационных кривых ( $L_1, L_2, L_3$ ), удовлетворяющих расчетной схеме следования, то оптимальное решение будет определяться достижением условия  $c_0 \in (\mathcal{F}^S)'$ , где  $P$  – число локализационных кривых и

$$P = \min(i(x) + j(x), i(c_0), j(c_0)); \quad (8.6)$$

$$i(c_0) = p_1; j(c_0) = p_2.$$

На рисунке 8.3 представлены локализационные кривые по принятым критериям оптимизации –  $F_n, F_\tau$  и  $F_s$ . Следует отметить, что число локализационных кривых для всех критериев оптимизации может быть от 4 до 6 (рис. 8.3). Однако это характерно только для типовых схем следования (1, 1, 1, ...) и (...-1, -1). Для схемы следования (1, 1, -1) число кривых не превышает 3, но для них существует общая обязательная площадь прохождения (на рис. 8.3 заштрихована).

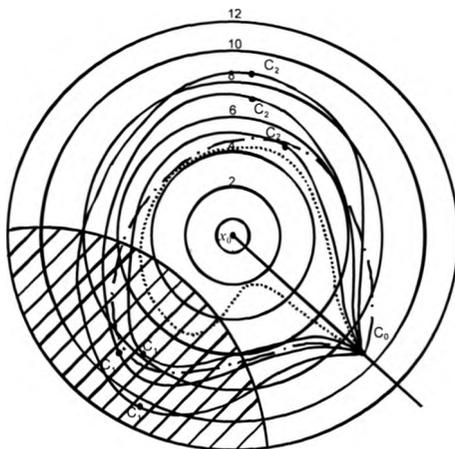


Рисунок 8.3 – Локализационные кривые по критериям оптимизации  $F_n$  (-),  $F_\tau$  (- -) и  $F_s$  (.....).

Для поиска локализационной кривой по критерию наименьшего времени локализации ( $F_\tau$  и фиксировано, схема следования  $(\delta_1, \dots, \delta_k, \dots, \delta_n)$ ) и для всех процессов распространения введя дополнительные ограничения

$$\left. \begin{aligned} T_s(x) &\leq \tau & \text{для} & \delta_i = 1; \\ \mathcal{F}_s(x) &\leq \tau & \text{для} & \delta_i = -1. \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

целесообразно использовать метод последовательных приближений, положив  $\tau = \max \tau_i$ . На рисунке 8.3 показана локализационная кривая  $F_\tau$  для случая  $L_i \in \{L\} - \tau^2 - \tau^1 < 0,5$ .

Что касается поиска локализационной кривой по критерию наименьшей площади локализуемого процесса ( $F_s$ ), то здесь условия по  $n$  и схеме следования аналогичны как и для  $F_\tau$ , но траектория поиска должна обладать свойством граничности, т.е.  $C_n \in \bigcup_{i=1}^n (y^i)'$  при  $C_{n-1} \in (\mathcal{F}^{n-1})'$ . Локализационная кривая по критерию  $F_s$  для схемы следования (1, 1, 1) показана на рисунке 8.3.

Но следует отметить, что не для всех процессов может быть принята схема распространения по нормали. Распространение некоторых процессов может быть описано только через элементарные источники, путем построения огибающей к элементарным множествам (рис. 8.4).

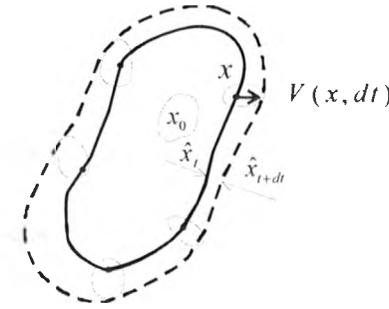


Рисунок 8.4 – Схемы развития контуров кривых распространения процессов по огибающим  $\kappa$  элементарным множествам.

Вместе с тем следует отметить, что для некоторых процессов локализационная кривая может не удовлетворять условиям замкнутости (рис. 8.5 а), начальная точка может не являться конечной точкой оптимальной локализаций иной кривой (рис. 8.5 б) или появляется угловая точка, связанная с взаимопроникновением контуров (рис. 8.5 в).

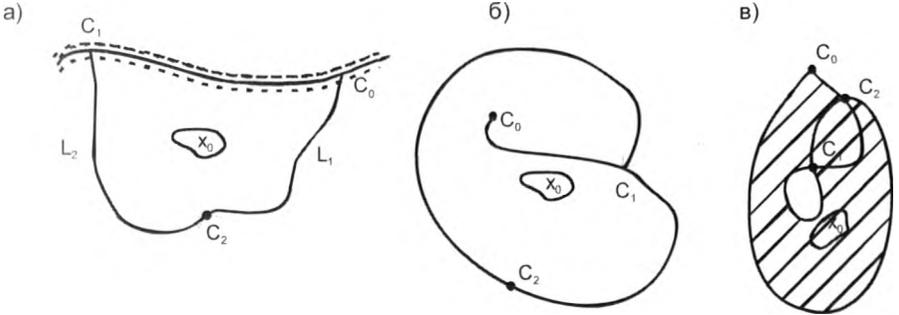


Рисунок 8.5 – Особые случаи поиска оптимальных локализационных кривых

Преодолеть эти проблемы можно, используя метод перехода между точками, позволяющий для любых двух точек плоскости  $x, y$ , определяя время перехода в виде:

$$T(x, y) = \min_{L \in \{L(x, y)\}} T_L(x, y), \tag{8.8}$$

где  $\{L(x, y)\}$  – множество гладких кривых, соединяющих точки  $x, y$ .

Поставив в соответствие каждому  $x$  множество точек

$$v(x, y) = \left\{ y \left( \rho(x, y) \leq \frac{1}{\tau(x, y)} \right) \right\}, \tag{8.9}$$

методами динамического программирования определяется траектория локализационной кривой, для которой выполняется равенство

$$T(L, x, y) = T(x, y). \tag{8.10}$$

Рассмотрим задачу локализационного управления процессом распространения загрязнения подземных вод локальным источником загрязнения (очистные сооружения животноводческого комплекса в аварийном состоянии). В качестве критерия оптимизации примем наименьшее время локализации ( $F_*$ ). Условия формирования локализационной кривой – кон-

туры равномерно расширяющейся окружности без граничных условий с переходом процесса по нормали.

$$\text{Имеем: } \tau^1 = \rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \omega^2}; \sin \phi = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \omega^2}}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\omega}.$$

$$\text{Для } \phi > \phi_1 \quad \rho(\phi) = a \cdot \ell^{y\phi}, \text{ где } y = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - 1}}; a = \frac{\rho_1}{\ell^{\phi_1}}.$$

Критерий оптимизации определяет необходимость выполнения неравенства  $-\rho(2\pi) \leq \rho_0$ .

Тогда для  $V(x) = 1$ ,  $\omega = 4$ ,  $\rho_0 = 100$  соответственно имеем:

$$\tau^1 = \rho_1 = 2,4; \phi_1 = 1,33; \alpha = 0,24; y = 0,258; a = 1,74;$$

$$\tau^2 = \rho(\varphi_2) = 7,7; \varphi_2 = 5,76; \rho_2 = 4,9; \tau^1 \approx 8,9.$$

Расчеты показывают, что для равномерно расширяющегося, со скоростью 1 м/сутки, источника загрязнения при скорости окружения 4 м/сутки локализовать его в зоне шириной до 100 м удастся только на 9-е сутки.

Для решения многих задач в области рационального природопользования часто необходима оптимизация функций последствий на всех этапах процессов до тех пор, пока последующий этап не станет оптимальным в полном смысле этого слова. Неоценимую роль может оказать динамическое программирование, которое не ограничивает тип целевой функции и позволяет учитывать стохастический характер исследуемых процессов.

Конечная цель решения заключается в том, чтобы для всего процесса найти такие условия его регулирования, при которых целевая функция достигает требуемого экстремального значения. Весь процесс подразделяется на ряд этапов, например временных рядов (рис. 8.6). Решение начинается не с начала процесса, а с последнего этапа, в начале которого (т. е. в конце предпоследнего этапа) для каждого возможного состояния системы определяют так называемые оптимальные параметры  $R$ , представляющие собой условия, дающие требуемое экстремальное значение  $K^n$  частной критериальной функции (далее – критерий) на последнем этапе.

Для рассмотрения предпоследнего этапа необходимо вновь определить для каждого возможного состояния системы в начале этапа условные оптимальные параметры управления на нем. Однако теперь это обусловленное оптимальное управление определяется не только значением критерия лишь для предпоследнего этапа, а суммой значений критерия на обоих последних этапах, например, следующим образом: исследуем процесс управления (регулирования) на предпоследнем этапе исходя из того, что система в начале предпоследнего этапа была в состоянии  $S_2$ .

Используем, например, условия управления  $R_3$ , которые дают на предпоследнем этапе значение частного критерия  $K^{n-1}$  и способствуют тому, что в конце предпоследнего этапа (т. е. в начале последнего этапа) система находится в состоянии  $S_1$ . Но для этого состояния уже найдены оптимальные параметры управления на последнем этапе  $R_2$  и известны его частные значения критерия  $K^n$ . Если сумма частных критериев  $K_3^{n-1} + K_2^n$  имеет наибольшее значение из всех возможных, то исследованные условия управления  $R_3$  на предпоследнем этапе являются условно оптимальными для состояния  $S_2$  в начале этого этапа. Аналогично определим на предпоследнем этапе условные оптимальные параметры управления на последних двух этапах процесса для всех возможных состояний  $S_0, \dots, S_4$ .

Точно так же поступаем и на третьем от конца этапе, и на последующих этапах вплоть до самого начала процесса. На каждом этапе выбираем из всех возможных состояний системы в начале этапа такие условные оптимальные параметры управления, которые дают требуемое экстремальное значение суммы частного критерия на данном этапе и суммарного критерия на всех оставшихся этапах процесса. Условия оптимальности управления на пре-

дыдущих этапах соответствуют прежним на оставшихся этапах (на рисунке 8.6 этот условный оптимальный процесс управления показан пунктирными линиями).

Затем следует вторая часть расчета (на рисунке 8.6 жирная ломаная линия: по известному (или выбранному) состоянию системы в начале процесса, например  $S_2$ , определим (теперь в направлении от начала к концу процесса) из всех уже рассчитанных условных процессов управления на отдельных этапах абсолютно оптимальный для всего процесса, что дает требуемое экстремальное значение суммарного критерия оптимальности для всего процесса. Эта вторая часть решения осуществляется по схеме рисунка 8.6 механически. Для некоторых других начальных состояний, например  $S_3$ , существует больше равноценных вариантов с одним и тем же суммарным значением критерия.

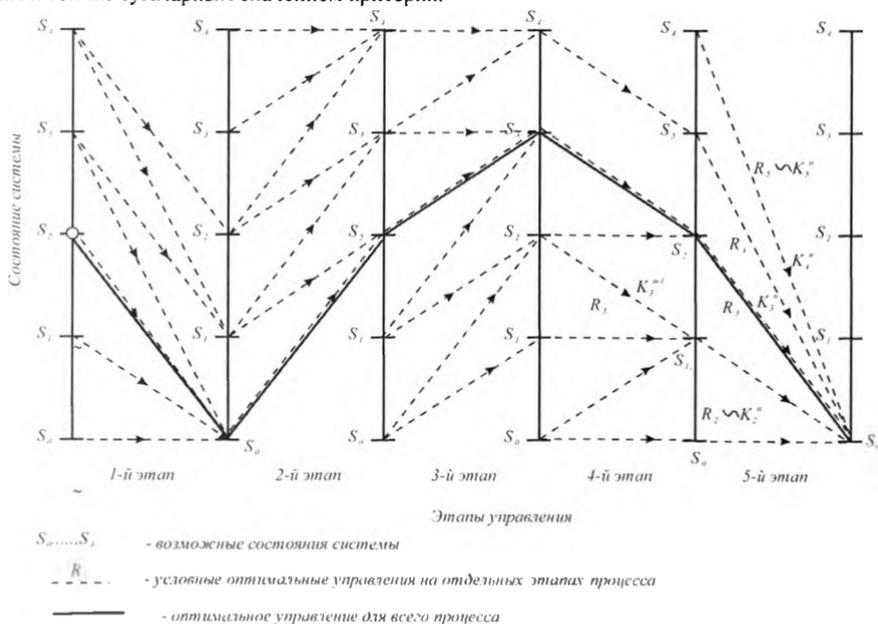


Рисунок 8.6 – Схема оптимизации пятиэтапного процесса с помощью динамического программирования

В соответствии с этим методом при определении оптимальных условий управления на определенном этапе нет необходимости принимать во внимание все возможные следствия выбранных условий управления для всех оставшихся этапов процесса, но необходимо учитывать выбранные оптимальные условия для этих этапов. Таким образом, число вариантов управления, которые необходимо сравнивать при оптимизации, соответственно сокращается. Например, весьма непродолжительный процесс, состоящий из 20 этапов, причем на каждом этапе система может иметь не более 10 различных состояний, имеет  $10^{20}$  возможных вариантов управления.

Применяя указанный метод, можно сократить число вариантов таким образом, что показатель степени становится простым множителем. Таким образом, остается сравнить лишь  $10 \cdot 20 = 200$  вариантов управления, что нетрудно сделать.

Изложенный метод можно выразить с помощью принципа оптимальности, который упрощенно записывается следующим образом:

$$R_i^{OPT} \approx \max K_i^n = \max [K_i + K_{i+1}^{n,OPT}], \quad (8.11)$$

где  $R_i^{OPT}$  – оптимальные условия управления  $i$ -м этапе;  $\max K_i$  – максимальное значение суммарного критерия оптимальности с  $i$ -го до  $n$ -го этапа (т. е. до конца процесса);  $K_i$  – частное значение критерия оптимальности на  $i$ -м этапе процесса;  $K_{i+1}^{n,OPT}$  – суммарное значение критерия оптимальности с этапа  $(i+1)$  до  $n$ -го этапа при оптимальном управлении на этих этапах.

Принцип оптимальности можно сформулировать следующим образом: оптимальные условия управления  $R_i^{OPT}$  на  $i$ -м этапе процесса – это такое управление, при котором достигает максимума сумма частного критерия оптимальности  $K_{i+1}^{n,OPT}$  на оставшихся этапах процесса при уже определенном оптимальном управлении, т. е. каждая часть оптимальной траектории оптимизирует критерий для соответствующих начальных и конечных точек.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Жизнедеятельность человеческого общества достигла сегодня такого уровня, когда обеспечение безопасности, самосохранение, выживание как отдельного человека, так и мирового сообщества в целом превращается в проблему, необходимость решения которой не составляет сомнений.

Интенсификация использования природных ресурсов, связанная с развитием производительных сил, нередко приводит к резкому ухудшению состояния окружающей среды в регионе. Вследствие быстрых по своему характеру изменений, которые связаны с развитием человеческой цивилизации, постоянно увеличивается риск возникновения катастроф экологического и техногенного характера, стихийных бедствий и социальных конфликтов.

Все это позволяет рассматривать безопасность как одну из главных целей деятельности общества и государства и одну из важнейших характеристик, определяющих общечеловеческую ценность и значимость общественных отношений.

Сегодня Российская Федерация находится на стадии экономического развития с учетом охраны природы с эколого-экономическим принципом природопользования. Следовательно, оптимизация природопользования и природообустройства предполагает синтез знаний и мониторинговой информации по конкретным направлениям решаемых проблем, прогнозную оценку состояния компонентов природной среды и аналитические проработки с позиции сохранения равновесия и обеспечения экологической безопасности среды проживания как человека, так и других биологических сообществ и представителей.

Знание математических методов и опыт разработки математических моделей биосферы, геосистем, агроэкосистем и отдельных ареалов для решения задач, связанных с оценкой воздействия природопользования и природообустройства на окружающую среду, являются сегодня первостепенными в подготовке специалистов высокой квалификации.

\*\*\*

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Бурлибаев, М.Ж. Проблемы оптимизации природопользования и природообустройства в математических моделях и методах / М.Ж. Бурлибаев, А.А. Волчек, П.В. Шведовский. – Алматы : Каганат, 2003. – 532 с

Волчек, А.А. Математические методы в природообустройстве : учеб. пособие для студентов высших учебных заведений / А.А. Волчек, П.С. Пойта, П.В. Шведовский. – Минск : Изд. центр Белорус. гос. ун-та, 2003. – 340 с.

Волчек, А.А. Математические модели в природопользовании : учеб. пособие для студентов высших учебных заведений / А.А. Волчек, П.В. Шведовский, Л. В. Образцов. – Минск : Изд. центр Белорус. гос. ун-та, 2002. – 282 с.

Логинов, В.Ф. Практика применения статистических методов при анализе и прогнозе природных процессов / В.Ф. Логинов, А.А. Волчек, П.В. Шведовский. – Брест : Изд-во Брест. гос. техн. ун-та, 2004. – 301 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
1. Концептуальные основы и пути оптимизации решения проблем эколого-адаптационного природопользования и природообустройства .....	6
2. Общая классификация воздействий и дифференциации территорий по оценке последствий .....	30
3. Перевод экологических проблем на язык математики .....	37
4. Методика разработки базисных моделей экологических проблем .....	56
4.1. Базисные модели загрязнения окружающей среды .....	56
4.2. Базисные модели уровня режима речных потоков, паводий и паводков .....	70
4.3. Базисные модели катастрофических изменений в развитии процессов и систем и редких событий .....	74
4.4. Базисные модели освоения и использования территорий .....	76
5. Методика оценки и прогнозов экологической надежности геосистем .....	79
5.1. Прогноз оптимизации сроков реализации мероприятий по поддержанию экологической безопасности .....	83
5.2. Оценка изменения уровня экологической надежности .....	85
6. Оценка допустимости неопределенности оптимального функционирования геосистем .....	86
7. Оптимизация в области принятия решений по минимизации последствий .....	98
8. Оптимизация в области решений по локализации последствий .....	109
Заключение .....	116
Рекомендуемая литература .....	116

*Учебное издание*

Волчек Александр Александрович,  
Мажайский Юрий Анатольевич,  
Шведовский Петр Владимирович,  
Гальченко Светлана Васильевна

ОЦЕНКА И ПРОГНОЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ  
И ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

*Учебное пособие*

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 12.02.15. Формат 60x84 1/8. Бумага офсетная  
Гарнитура Таймс. Печ. л. 14,87. Тираж 500 экз. Заказ №

Отпечатано в типографии «OneBook» ООО «Сам Полиграфист»  
129090, г. Москва, Протопоповский пер., д. 6. [www.onebook.ru](http://www.onebook.ru)