б) $x'' + x^3 = -\sin t + \sin^3 t$;

Результаты просчетов сведены в таблицу.

Метод	Уравн.	Входн.данные	Результат
Стрельбы	(а)	S=0.5;N=64	Не работает
Стрельбы с параметром β_n	(а)	S=0.5;N=64	Кол.ит. = 59
Параллельной пристрелки	(б)	S=1.5;a=1;b=-1;N=64	Не работает
Пар.пристр. с пар. β_n	(б)	S=1.5;a=1;b=-1;N=64	N=256
Параллельной пристрелки	(б)	S=0.9;a=-1;b=-1;N=64	Не работает
Пар.пристр. с пар. β_n	(б)	S=0.9;a=-1;b=-1;N=64	N=1024

Из таблицы видно, что введение параметра β_n расширяет область сходимости.

Литература

1. Крюков Б.И. Вынужденные колебания существенно нелинейных систем.М.,Машиностроение,1984.
2. Urabe M/ Galerkin procedure for non-linear periodic systems. Arch. Rational Mech.Anal,1965,v.20,p.120-152.
3. Stokes A. On the approximation of non-linear oscilations. - J.Differ Equat.,1972,v.12,№3,p.535-558.

ОБ ОДНОМ НЕЛОКАЛЬНОМ СВЕРХЛИНЕЙНОМ ИТЕРАЦИОННОМ ПРОЦЕССЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Кот А.В., Мадорский В.М.

Брестский государственный университет

г. Брест, Бульвар Космонавтов, 12, ауд.615, кафедра ИиПМ, тел.23-01-65

Аннотация: Приводится гибридная стратегия сочетания метода минимальных ошибок с методом построенным на основе метода типа Ньютона-Рафсона для решения нелокальных нелинейных уравнений.

Ключевые слова: метод-гибрид, сверхлинейная сходимость.

Для решения уравнения

$$f(x) = 0, \; f(D \subset R^n \to R^n) \tag{1}$$

часто применяют следующий итерационный процесс [1]:

$$f'(x_n)\Delta y_n = -f(x_n); \tag{2}$$

$$y_n = x_n + \Delta y_n; \tag{3}$$

$$f'(x_n)\Delta x_n = -(f(x_n) + f(y_n)), \tag{4}$$

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x_n, \tag{5}$$

Процесс (2)-(5) как показано в работе [1], обладает следующими привлекательными свойствами: локальной кубической сходимостью и локальной устойчивостью. Основным недостатком процесса (2)-(4) является узкая область сходимости, при этом за пределами области сходимости процесс теряет все свои привлекательные свойства.

В связи с вышесказанным, возникает мысль о возможности расширить область сходимости процесса (2)-(4) либо за счет введения демпфирующего множителя β_n, либо за счет организации метода-гибрида, который состоит из метода, «работающего» достаточно хорошо вдали от решения, который при выполнении определенных условий, переходит либо в метод (2)-(4), либо в метод типа (2)-(4) с демпфированием [2].

В этом случае соотношения (3), (5) переходят в (6), (7):

$$y_n = x_n + \beta_n \Delta y_n, \tag{6}$$

$$x_{n+1} = x_n + \beta_n \Delta x_n, \tag{7}$$

Параметр β_n определяется в [2] формулами

$$\beta_{n+1} = \min\left(1, \frac{\|f(x_n)\|}{\|f(x_{n+1})\|}\beta_n\right), \ \beta_0 = 10^{-2} \div 10^{-4}, \tag{8}$$

Как показала практика решения существенно нелинейных задач, процесс (2), (6), (4), (7), хотя и является нелокальным, но область сходимости этого процесса не намного шире области сходимости процесса (2)-(4).

В связи с этим более привлекательным является идея создания метода-гибрида, состоящего из метода минимальных ошибок [3] или его нелокальной модификации и метода (2), (6), (4)-(7).

В разделе «Вычислительный эксперимент и его обсуждение» мы обсудим метод-гибрид.

Метод (2)-(4) или метод (2), (6), (4), (7) для своей реализации требует на каждом шаге вычислительного процесса дважды решать линейную систему, что требует порядка $\frac{4}{3}n^3$ арифметических операций (здесь n — размерность линейной системы), что примерно вдвое выше, чем в методе Ньютона. В связи с этим представляется привлекательным строить метод-гибрид на основе не демпфированного метода третьего порядка, а на основе метода типа Ньютона-Рафсона. При этом в качестве демпфирующих множителей принимаем итерационные параметры β_n, которые находим по правилу

$$\beta_{n+1} = \min\left(1, \frac{w_n}{\|f(x_{n+1})\|}\beta_n\right), \ \beta_0 = 0{,}01 \div 0{,}0001,$$

$$w_{n+1} = (1-\beta_n)w_n + \beta_{n+1}\frac{\|f(x_{n+1})\|}{\beta_n}, \ w_0 = \|f(x_0)\|.$$

В качестве стартового метода применяется метод

$$\beta_0 = 10^{-2} - 10^{-4}; \ x_{n+1} = x_n - \beta_n \frac{\|f'(x_n)\|^2 \overline{f'(x_n)} f(x)}{\|f'(x_n) f(x)\|^2}; \ \beta_n = \min\left(1; \frac{\|f(x_{n-1})\|}{\|f(x_n)\|}\beta_{n-1}\right).$$

Численный эксперимент и его обсуждение.

Рассматриваются две нелинейные системы

1. $f_i(x) = x_i + \sum_{j=1}^{n} x_j - n - 1 = 0; \ i = \overline{1, n-1}, \ f_n(x) = \prod_{i=1}^{n} x_i - 1 = 0.$

2. $f_i(x) = x_i + \sum_{j=1}^{n} x_j - n - 1 = 0; \quad i = \overline{1, n-2}, \quad f_n(x) = \prod_{i=1}^{n} x_i - 1 = 0,$

$f_{n-1}(x) = arctg\, x_1 + arctg\, x_n - 2arctg 1 = 0.$

Результаты расчетов сведены в таблицу.

Метод	Задача							
	№1, $x_1^0 = 10$; $\|f\| < 10^{-12}$				№2, $x_1^0 = 10$; $\|f\| < 10^{-12}$			
Размерность системы	10	20	30	40	10	20	30	40
Число итераций (метод-гибрид)	70	7	4	4	142	159	101	130
Число итераций (метод работы [3]), $\alpha = 10^{-4}$	1557	1549	10354	685	747	625	275	159

Литература

1. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М., Мир, 1975.
2. Воронин Е.В., Кот А.В., Лобов С.Д., Мадорский В.М. Решение нелинейных уравнений итерационными методами локально сходящимися с кубической скоростью. // Труды международной научной конференции SAATS-97 «Статистический и прикладной анализ временных рядов», Брест, 1997, стр. 234-240.
3. Фридман В.М. Итеративный процесс с минимальными ошибками для нелинейного операторного уравнения. ДАН СССР, т.139, стр. 1063-1066.

4. Мадорский В.М. Нелокальные итерационные процессы без обращения. // Труды международной научной конференции SAATS-97 «Статистический и прикладной анализ временных рядов», Брест, 1997, стр.249-257.

РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД ФУРЬЕ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ ТАБЛИЧНО ИЛИ ГРАФИЧЕСКИ

Горегляд Д. А.

Брестский политехнический институт,

студент 3 курса электронно-механического факультета

Написана программа на Паскале, которая вычисляет коэффициенты Фурье функции, заданной таблично или графически.

Программа, коэффициенты, Фурье, функция, табличная, графическая.

Разложение функции в ряд Фурье, или гармонический анализ, оказывается нужным во многих чисто практических вопросах машиноведения, электротехники и пр. Но в этих случаях очень редко приходится непосредственно пользоваться формулами Эйлера-Фурье [1,с.563]:

для вычисления коэффициентов разложения. Дело в том, что функция, которую

$$a_0 := \frac{1}{2\cdot\pi}\int_0^{2\cdot\pi} f(x)\,dx\ ,$$

$$a_n := \frac{1}{\pi}\int_0^{2\cdot\pi} f(x)\cdot\cos(n\cdot x)\,dx\ ,$$

$$b_n := \frac{1}{\pi}\int_0^{2\cdot\pi} f(x)\cdot\sin(n\cdot x)\,dx\ ,\quad n := 1, 2, 3, \ldots$$

нужно подвергнуть гармоническому анализу, обычно задается таблицей своих значений или графиком. В этих условиях для вычисления коэффициентов Фурье нужно обратиться к приближенным методам. На практике приходится пользоваться лишь немногими первыми членами тригонометрического разложения. Коэффициенты Фурье в большинстве случаев быстро убывают, а с ними быстро падает и влияние далеких гармоник.

Обычно дается (или снимается с графика) ряд равноотстоящих ординат, т.е. ряд значений функции y, отвечающих равноотстоящим значениям аргумента x. По этим ординатам коэффициенты Фурье можно приближенно вычислить,