

Литература

1. Новиков В. М. Раствор полиакриламида — эффективный теплоноситель. — Промышленность Белоруссии, 1971, № 10.
2. Новиков В. М., Зинович З. К., Строкач П. П. Исследование деструкции полимеров в сильно разбавленных водных растворах. — Химия и химическая технология, 1978, № 13.

М. В. КРАВЦОВ, В. М. КРУК

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСЧЕТОВ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Силу гидравлического сопротивления как при равномерном течении жидкостей в напорных круглоцилиндрических трубах, так и при свободном равномерном движении отдельных сферических тел в жидкостях определяют по формуле

$$F = \psi S \frac{\rho V^2}{2}, \quad (1)$$

где ψ — коэффициент сопротивления (для случая течения жидкостей в трубах $\psi = \frac{Idq}{2V^2}$, для случая осаждения сферических тел $\psi = \frac{4d\Delta\rho q}{\rho V^2}$); S — площадь внутренней поверхности трубы или средняя площадь шара; ρ — плотность жидкости; V — средняя скорость равномерного течения жидкостей или скорость осаждения шара; $I = \frac{h_l}{l}$ — гидравлический уклон (h_l — потери напора на участке трубы длиной l); d — диаметр трубы или шара; $\Delta\rho$ — разность плотностей шара и жидкости; q — ускорение силы тяжести.

В настоящее время для расчета значений коэффициента сопротивления рекомендуется [1, 2] использовать трехчленную формулу в виде

$$\psi = \frac{A}{Re} + \frac{B}{\sqrt{Re}} + C_d, \quad (2)$$

где $Re = \frac{Vd\rho}{\mu}$; μ — динамический коэффициент вязкости; A , B и C_d — постоянные коэффициенты.

В случае свободного равномерного падения тел в жидкостях требуется знать скорость движения. Расчетная зависимость для скорости может быть получена путем решения уравнения (2), которое, однако, является уравнением четвертой степени относительно скорости. Точность расчетов выражения (1) обеспечивает следующая формула:

$$\psi = \frac{A}{Re} + \frac{B_0}{\sqrt[3]{Re^2\psi}} + C_d, \quad (3)$$

где A , B_0 и C_d — постоянные коэффициенты.

Уравнение (3) квадратное относительно скорости, и его решение дает расчетную зависимость для скорости в виде

$$V = - \frac{A\mu}{2\rho(K + C_d d)} + \sqrt{\left[\frac{A\mu}{2\rho(K + C_d d)} \right]^2 + \frac{4d^2\Delta\rho g}{3\rho(K + C_d d)}}, \quad (4)$$

где $K = B_0 / \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho\Delta\rho g}{\mu^2}}$.

Эта формула может быть применена для расчета скорости свободного осаждения одиночных частиц зернистых материалов (при условии рассмотрения статистической средней скорости в качестве стандартной скорости и среднего размера двух соседних сит в качестве стандартного диаметра частиц). При этом число опытных измерений, которые необходимо произвести для получения устойчивого значения среднестатистической скорости, определяется опытным путем.

Естественно, что в природе монодисперсных и тем более с частицами одинаковой формы (например, сферической) зернистых материалов не встречается. В технике же имеют дело или с природными полидисперсными зернистыми материалами с окатанной формой естественных наносов, или с искусственно приготавливаемыми зернистыми материалами с угловатой формой частиц. Путем сортировки на ситах, гидравлических классификаторах и т. п. из общей массы зернистого материала можно выделить фракцию с примерно одинаковыми размерами частиц. В общей массе зернистого материала нет частиц с абсолютно равными размерами. Кроме того, даже при самой тщательной сортировке получают фракцию с частицами разных размеров и формы. Это значит, что тщательно отсортированную фракцию зернистого материала при близких размерах ячеек двух сит можно считать монодисперсной лишь приближенно.

Если каждую из частиц этой фракции рассматривать отдельно, то геометрические и гидродинамические параметры, характеризующие данную частицу, будут разными.

Пусть, например, мы имеем тщательно отсортированную фракцию зернистого материала с помощью двух сит с размерами ячеек d_1 и d_2 . В этом случае размер частиц будем считать равным $1/2(d_1 + d_2)$.

Докажем, что свойства частиц, составляющих выделенную фракцию, можно характеризовать среднестатистическими параметрами.

Обозначим геометрический или гидродинамический параметр, характеризующий какое-либо индивидуальное свойство частицы, через X . Далее многократным квартованием выделим из общей массы фракции две части. Ясно, что частицы зернистого материала в обеих частях будут отличаться по параметру X . Пусть под X понимается или один из геометрических коэффициентов формы, или скорость осаждения одиночной частицы и т. д. Выделим из обеих частей фракции по одной частице и определим для них значение параметра X . Разница ΔX между найденными значениями X будет равна

$$\Delta X_1 = X_1^I - X_1^{II}, \quad (5)$$

где X_1^I и X_1^{II} — значения параметра для одиночных частиц из разных объемов фракции.

Далее из обеих частей выделим по две, три, четыре и т. д. частицы и найдем для них среднеарифметические значения параметра X для обоих объемов фракции: $X_{1-2}^I, X_{1-3}^I, X_{1-4}^I, X_{1-5}^I$ и т. д.; $X_{1-2}^{II}, X_{1-3}^{II}, X_{1-4}^{II}, X_{1-5}^{II}$ и т. д.

Опытным путем легко убедиться, что разница между найденными среднеарифметическими значениями параметра X стремится к нулю при стремлении числа частиц к бесконечности, т. е.

$$\Delta X_n = X_{1-n}^I - X_{1-n}^{II} \rightarrow 0 \quad \text{при } n \rightarrow \infty. \quad (6)$$

Пробными опытными испытаниями нами установлено, что для получения очень малого значения ΔX_n достаточно взять 50—75 частиц.

После набора ряда опытных значений ψ и Re постоянные коэффициенты A, B, B_0 и C_d в формулах (2) и (3) можно определить методом наименьших квадратов с использованием программ расчетов на ЭВМ.

Если уравнение линейно относительно определяемых коэффициентов, то, подставляя в него найденные опытными путем значения X и Y , можно получить ряд линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= aA_1 + bB_1 + cC_1 + \dots, \\ Y_2 &= aA_2 + bB_2 + cC_2 + \dots, \\ Y_3 &= aA_3 + bB_3 + cC_3 + \dots, \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $Y_1, Y_2, Y_3 \dots$ — опытные значения исследуемой функции; A, B, C — величины независимой переменной; a, b, c — постоянные коэффициенты.

Уравнения (7) будут справедливыми в том случае, если формула совершенно точно отражает опытную зависимость. В действительности между значениями, вычисленными по формуле, и опытными данными существует некоторое различие, т. е. разность между правой и левой частями уравнений (7) равна величине отклонения Δ между вычисленными и экспериментальными значениями Y при данной величине X . Общий вид уравнения:

$$\Delta_i = aA_i + bB_i + cC_i + \dots + Y_i. \quad (8)$$

Относительные отклонения $\bar{\Delta}_i = \Delta_i/y_i$ будут равны

$$\bar{\Delta}_i = aA_i/Y_i + bB_i/Y_i + cC_i/Y_i + \dots + 1. \quad (9)$$

Для ряда условных уравнений (7) можно записать

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Delta}_1 &= aA_1/Y_1 + bB_1/Y_1 + cC_1/Y_1 + \dots + 1, \\ \bar{\Delta}_2 &= aA_2/Y_2 + bB_2/Y_2 + cC_2/Y_2 + \dots + 1, \\ \bar{\Delta}_3 &= aA_3/Y_3 + bB_3/Y_3 + cC_3/Y_3 + \dots + 1, \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Формула будет наиболее точно отражать экспериментальную зависимость, если сумма квадратов отклонений минимальна:

$$S = \bar{\Delta}_1^2 + \bar{\Delta}_2^2 + \bar{\Delta}_3^2 + \dots + \bar{\Delta}_n^2 = \min. \quad (11)$$

Минимальное значение S будет соответствовать превращению в нуль частных производных по величине постоянных коэффициентов a, b, c и т. д. Эти условия даются нормальными уравнениями вида

$$\left. \begin{aligned} a\Sigma A^2/Y^2 + b\Sigma AB/Y^2 + c\Sigma AC/Y^2 + \dots + \Sigma A/Y &= 0, \\ a\Sigma BA/Y^2 + b\Sigma B^2/Y^2 + c\Sigma BC/Y^2 + \dots + \Sigma B/Y &= 0, \\ a\Sigma CA/Y^2 + b\Sigma CB/Y^2 + c\Sigma C^2/Y^2 + \dots + \Sigma C/Y &= 0, \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Очевидно, что число нормальных уравнений в (12) должно быть равно числу неизвестных искомых коэффициентов в формуле. Совместное решение системы уравнений (12) дает значение коэффициентов формулы, наиболее точно описывающей совокупность опытных данных.

Пусть, например, имеем уравнение вида

$$Y = a + bX + cX^2, \quad (13)$$

где a, b, c — постоянные коэффициенты, значения которых надо определить по ряду заданных значений исследуемой функции y и независимой переменной X . Система уравнений (12) для заданного уравнения (13) ($A = 1; B = X_1; X_2; X_3; C = X_1^2; X_2^2; X_3^2$) будет выглядеть так:

$$\left. \begin{aligned} a\Sigma 1/Y^2 + b\Sigma X/Y^2 + c\Sigma X^2/Y^2 - \Sigma 1/Y &= 0, \\ a\Sigma X/Y^2 + b\Sigma X^2/Y^2 + c\Sigma X^3/Y^2 - \Sigma X/Y &= 0, \\ a\Sigma X^2/Y^2 + b\Sigma X^3/Y^2 + c\Sigma X^4/Y^2 - \Sigma X^2/Y &= 0. \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решение системы уравнений (14) относительно постоянных коэффициентов a, b и c может быть осуществлено с помощью ЭВМ.

Рассмотрим особенности разработанных нами программ практических расчетов на ЭВМ «Наири-2» с использованием формул (2) и (3).

Формула (2) может быть приведена к виду квадратного уравнения (13) при обозначении $\psi = Y$ и $1/\sqrt{Re} = X$. В программе № 1 расчета постоянных коэффициентов A, B и C_d в формулу (2) введены следующие обозначения: $t_i = Re; Z_i = \psi; X_0 = A; X_1 = B; X_2 = C_d; Y = \psi_p; \Lambda = \sqrt{(1 - \psi_p/\psi_0)^2}; H = 1/n \sqrt{(1 - \psi_p/\psi_0)^2}; \psi_p$ — расчетное значение; ψ_0 — опытное значение независимой переменной величины; n — число вводимых пар Re и ψ .

При расчете по программе № 1 после введения числа, равного числу вводимых пар Re и ψ за вычетом единицы, значений $t_i = Re_i$ и $Z_i = \psi_i$, на печать выводятся: значения постоянных коэффициентов $A = X_0, B = X_1, C_d = X_2$; значения относительных погрешностей между расчетными и опытными значениями Λ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = H$.

Если обозначить $\psi = B_0/\sqrt{Re^2\psi}$ через Y , а $1/\sqrt{Re}$ через X , то формула (3) приводится к неполному квадратному уравнению в виде

$$Y = a + cX^2, \quad (15)$$

где $a = C_d; c = A$.

Система уравнений (12) для заданного уравнения (15) запишется в виде

$$\left. \begin{aligned} a\Sigma 1/Y^2 + b\Sigma X^2/Y^2 &= \Sigma 1/Y, \\ a\Sigma X^2/Y^2 + b\Sigma X^4/Y^2 &= \Sigma X^2/Y. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Порядок расчета при определении постоянных коэффициентов A , B и C_d в формуле (3) по программе № 2 следующий: вводится число, равное числу вводимых пар значений Re и ψ за вычетом единицы; вводится ряд значений $t_i = Re_i$ и $Z_i = \psi_i$, а также значения постоянных коэффициентов A и C_d (в программе № 2 они обозначались через o и l) из уравнения (2), определенные с помощью программы расчетов № 1; выводится на печать и вновь вводится значение коэффициента B_0 , исчисленное как среднее значение из уравнения (3) (в программе B_0 обозначали через v). Затем по методу наименьших квадратов уточняются и вновь вводятся постоянные коэффициенты A и C_d . Методом подбора расчеты повторяются до тех пор, пока не получим минимальное значение среднего квадратического отклонения (в программе оно обозначалось через H).

При практических расчетах коэффициентов гидравлического трения в технических трубах в большинстве случаев имеют дело с течением жидкостей при значительных числах Рейнольдса. В этих случаях первый член в формуле (2) выражает незначительную долю общего сопротивления среды. При стремлении же чисел Рейнольдса к малым значениям коэффициенты сопротивления принимают значения, близкие к расчетным по формуле Гагена—Пуазейля ($\psi = 16/Re$). Поэтому будет оправданным во всех случаях значение коэффициента A в формуле (2) принять постоянным и равным 64. Если обозначить теперь $\psi = 16/Re$ через Y , а $1/Re$ через X , то формула (2) приводится к линейному уравнению

$$Y + a + bX, \quad (17)$$

где $a = C_d$; $b = B$.

Система уравнений (12) для заданного уравнения (17) запишется в виде

$$\left. \begin{aligned} a\Sigma 1/Y^2 + b\Sigma X/Y^2 &= \Sigma 1/Y, \\ a\Sigma X/Y^2 + b\Sigma X^2/Y^2 &= \Sigma X/Y. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Для расчета постоянных коэффициентов B и C_d в формуле (2) с использованием системы уравнений (18) составлялась программа расчетов № 3, где введены частично новые обозначения: $B = X_0$; $C_d = X^2$.

В качестве примера приведем расчет скоростей свободного равномерного осаждения одиночных частиц керамзита ($\rho_T = 2000 \text{ кг/м}^3$) в воде ($t = 13^\circ\text{C}$) и коэффициентов гидравлического трения при на-

порном течении воды в новых стальных водогазопроводных и винипластовых трубах диаметром до 10 см. Расчет сделан по результатам наших экспериментальных исследований.

Сортировка частиц дробленого керамзита производилась на ситах с размерами ячеек 0,315; 0,4; 0,5; 0,63; 1,0; 2,0; 2,5; 3,0; 3,25; 3,5; 4,0; 5,0; 5,5 и 7,0 мм. Расчеты на ЭВМ показали, что скорости свободного равномерного осаждения частиц керамзита могут быть исчислены по формуле (4) при следующих значениях постоянных коэффициентов: $A=36,8$; $B_0=15,5$; $C_d=1,7$. При сопоставлении расчетных по формуле (4) и опытных данных (табл. 1) относительные отклонения не превысили 0,07 (7%).

Гидравлические испытания участков труб длиной 10 м производились на гидравлическом стенде при питании водой из напорного бака диаметром 1,4 м и высотой 5,5 м, снабженного переливной трубой для поддержания постоянного напора, а также из бака насосной станции, обеспечивающего напор в 10—12 м. Измерение потерь напора производилось с помощью пьезометров, а расходы воды измерялись объемным способом и с помощью треугольного водослива. Расчеты на ЭВМ по программе 3 и анализ опытных данных показали, что для новых бесстыковых стальных водогазопроводных труб большинство опытных точек независимо от диаметра труб ложится на кривую по формуле (2) при: $A=64$; $B=0,416$; $C_d=0,215$ (рис. 1). Эта же кривая является верхней, за пределы которой не выходят опытные точки. Нижней предельной кривой,

Таблица 1

Сопоставление расчетных по (4) и опытных данных о скоростях осаждения одиночных частиц керамзита ($\rho_T=2000 \text{ кг/м}^3$) в воде ($t=13^\circ\text{C}$)

| № п/п | Диаметр частиц, см | Скорость, см/с (опыт) | Скорость, см/с (расчет) | $\Delta = \sqrt{\left(\frac{V_p - V_0}{V_0}\right)^2}$ |
|-------|--------------------|-----------------------|-------------------------|--|
| 1 | 0,0358 | 2,46 | 2,30 | 0,065 |
| 2 | 0,045 | 3,28 | 3,04 | 0,070 |
| 3 | 0,0565 | 4,14 | 3,88 | 0,063 |
| 4 | 0,0815 | 5,56 | 5,48 | 0,014 |
| 5 | 0,150 | 9,10 | 8,80 | 0,033 |
| 6 | 0,225 | 11,0 | 11,57 | 0,052 |
| 7 | 0,275 | 13,3 | 13,11 | 0,014 |
| 8 | 0,3125 | 14,40 | 14,16 | 0,017 |
| 9 | 0,3375 | 14,58 | 14,82 | 0,016 |
| 10 | 0,3750 | 15,68 | 15,77 | 0,006 |
| 11 | 0,450 | 17,30 | 17,50 | 0,011 |
| 12 | 0,525 | 18,86 | 19,08 | 0,012 |

$$\Delta \rho_{\text{ср}} = 0,031$$

охватывающей разброс точек, является кривая по формуле (2) при: $A=64$; $B=0,98$; $C_d=0,0161$.

Опытные данные для винипластовых труб диаметром 3,0 и 4,8 см хорошо аппроксимируются кривой (2) при: $A=64$; $B=1,48$; $C_d=0,0113$.

Гидравлические испытания 10 м участка стеклянной трубы диаметром 5,7 см, составленной из отрезков в 2,5 м, соединенных муфтами, показали, что в данном случае следует принимать: $A=64$;

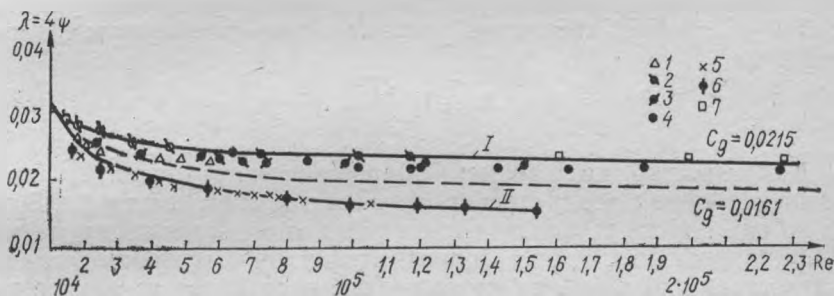


Рис. 1. Сопоставление расчетных по формуле (2) и опытных данных о коэффициентах гидравлического трения: I — трубы стальные новые (1 — $d=27,1$ мм, 2 — $d=40,5$, 3 — $d=50$, 4 — $d=103$, 7 — $d=86$ мм); II — трубы из винипласта (5 — $d=30$ мм, 6 — $d=48$ мм)

$B=0,91$; $C_d=0,0168$. Из этого следует, что и при трубах со стыками может быть применена формула (2). Однако значения коэффициентов гидравлического трения здесь значительно выше, чем в аналогичных бесстыковых трубах [3, 4].

Анализ результатов наших экспериментальных исследований и многих данных других авторов (4) показал, что связь между коэффициентами B и C_d в формуле (2) при расчетах коэффициентов гидравлического трения при движении жидкостей в напорных трубах круглого поперечного сечения может быть следующей:

$$B = 2,64 - 103C_d. \quad (19)$$

Литература

1. Кравцов М. В. Сопротивление свободному установившемуся движению сферы в вязкой среде.— ИФЖ, т. 15, № 3, 1968.
2. Кравцов М. В. Гидравлические сопротивления труб.— В сб.: Мелиорация переувлажненных земель. Мн., 1974.
3. Кравцов М. В. К расчету скорости осаждения наносов.— Известия вузов.— Энергетика, № 4, 1968.
4. Ходанович И. Е., Одишария Г. Э. Обобщающая зависимость для коэффициента гидравлического сопротивления.— Труды НИИ природных газов. Транспорт природных газов, вып. 29/37, 1967.