Jacek Przybylski
Politechnika Zielonogurska

Metoda wyznaczania optymalnej wielkości przedsiębiorstwa budowlanego

Streszczenie

W niniejszym artykule, który jest próbą określenia optymalnej wielkości przedsiębiorstwa budowlanego, przedstawia się modele będące kolejnymi przybliżeniami aż do uwzględnienia parametru czasu. W sposób bardziej ogólny potraktowane zostało zagadnienie skali produkcji, było to jednak konieczne ze względu na bardzo stabilny charakter limitów inwestycyjnych.

1. Wstęp

Ze względu na zakładaną próbę optymalizacji istnieje konieczność wykorzystania sformalizowanych metod optymalizacyjnych, a mianowicie programowania liniowego z określoną funkcją celu. Możliwości programowania liniowego ze względu na sposób podejścia i rozwiązania w zupełności wystarczają do zbudowania żądanego modelu optymalizacyjnego.

Ze względu na specyfikację zagadnienia (konieczność uwzględnienia horyzontu czasowego) w pewnej części prezentowany model zostanie potraktowany jako programowanie dynamiczne (dyskretne) z parametrem czasu.

Zastrzeżenia wymaga także problem pomiaru danych rzeczywistych. Ze względu na modelowy charakter pracy w proponowanych rozwiązaniach oparto się o dane umowne, które jednak gwarantują jego poprawność formalną i merytoryczną.

2. Dane wyjściowe

Punktem wyjścia były zdolności produkcyjne przedsiębiorstw i planowane inwestycje w okresie do roku 2005.

Dane te stanowią podstawę do sformułowania danych źródłowych modeli.

W celu stworzenia rozwiązania bazowego modelu, które wymaga sprecyzowania obszarów działania zakładów w obrębie badanego przedsiębiorstwa dokonano wstępnego ich wyodrębnienia. Wyodrębnienie to zostało dokonane w oparciu:

- o prognozę rozwoju budownictwa mieszkaniowego w woj. Lubuskim do roku 2005,
- o wstępny bilans potrzeb i możliwości inwestowania,
- a także tendencje koncentracji sił wytwórczych.

Powyższe stanowi podstawę do sformułowania następujących założeń:

- istnieje podział województwa na obszary działania przedsiębiorstw i zrzeszonych w nich zakładów,
- znana jest lokalizacja zakładów i wielkość ich potencjału,
- znane są lokalizacje potrzeb inwestycyjnych w ujęciu dynamicznym,
- oparto model o wskaźniki wartościowe,
- optymalizację wyznaczają:
  - koszty pośrednie
  - promienie działania (zasięg)
  - przedział czasu określający potrzeby inwestycyjne.

3. Funkcje celu i ograniczenia

3.1. Funkcje celu

a – ukierunkowana na optymalizację obszaru – minimalnym konieczny zasięg działania (odl. zakładów od realizowanej inwestycji),

$L_{śr}$ – średnioważona odległość,

b – ukierunkowana na koszty pośrednie

– minimalne koszty zarządu,

K_p – sumaryczne koszty pośrednie,

c – ukierunkowana na koszty

– minimum kosztów bezpośrednich i pośrednich

$$K_p + K_b \rightarrow \min$$

K_p – koszty bezpośrednie

d – ukierunkowana na koszty transportu

– minimum kosztyw transportu

$$K_T \text{ zawarte w } K_p$$

K_T – koszty transportu materiałów

(Ad a) dla zespołu zakładów

$$\sum_i L^i_{śr} \rightarrow \min \tag{1}$$

$L^i_{śr}$ – średnioważona odległość z i-tego zakładu do obsługiwanej budowy

$$L^1_{śr} + L^2_{śr} + \ldots + L^n_{śr} \rightarrow \min \tag{1a}$$

(Ad b) $$\sum_i K^i_p \rightarrow \min \tag{2}$$

K^i_p – wielkość kosztów pośrednich i-tego zakładu w obrębie rozpatrywanego przedsiębiorstwa

(Ad c) $$\sum_i (K^i_p + K^i_b) \rightarrow \min \tag{3}$$

$$\sum_i K^i_p + \sum_i K^i_b \rightarrow \min \tag{3a}$$

(Ad d) $$\sum_i K^i_T \rightarrow \min$$

3.2. Ograniczenia

- ukierunkowane na zdolność produkcyjną (przerób) X_i

X_i – przerób i-tego zakładu

- ukierunkowane na potrzeby inwestycyjne

W_j – zapotrzebowanie j-tej inwestycji

4. Modele optymalizacji

4.1. Model uproszczony optymalizacji (3 wa. iant funkcji celu)

K^i_{jb} oznaczenia jw. dla jednostki produkcji

K^i_{jp}

Funkcja celu $\sum_i K^i_{jb} + \sum_i K^i_{jb} \to \min$

Opisany model zakłada funkcję celu ukierunkowaną na minimalne koszty (jednego zakładu) dla tak określonej funkcji ze wzrostem skali produkcji maleją K_{jb} natomiast K_{jp} rosną. Suma tych kosztów posiada ekstremum wyznaczające skalę produkcji dla minimalnych kosztów.

Uproszczenia modelu i zmienny portfel zleceń znacznie ograniczają przydatność modelu.

W związku z powyższym analizujemy model II.

4.2. Uogylnienie modelu I (2 wariant funkcji celu)

Polega na założeniu istnienia całego zbioru zakładów od i = 1 ... n

Funkcja przybiera postać

$$\sum_i K^i_p \to \min$$

(2)

uzasadnienie

- dla modelu poprzedniego
- dla zbioru przedsiębiorstw

$$\sum_i (K^i_p + K^i_b) \to \min$$

(3)

lub

$$\sum_i K^i_p + \sum_i K^i_b \to \min$$

(3a)

$$\sum_i K^i_b = K_b \text{ – koszty bezpośrednie} \qquad (4)$$

niezależnie od ilości zakładów

wobec tego: $\sum_i (K^i_p + K^i_b) \equiv \sum_i K^i_p \rightarrow \min$

(5)

c.b.d.o.

Z (5) wynika, że dla określenia optymalnej skali produkcji wystarczy wyznaczenie min. funkcji $\sum_i K^i_p \rightarrow \min$. Warunek ten jest spełniony jeżeli

$$K^1_p = K^2_p = \ldots = K^i_p \ldots K^n_p = \frac{K_p}{n}$$

(6)

gdzie n – ilość zakładów w przedsiębiorstwie.

4.3. Model z kryterium optymalizacji obszaru działania istnieje wprost proporcjonalna zależność określająca, że:

$$K^i_p = f(r_{ij}, w_j)$$

(7)

gdzie:

r_{ij} – odległość i-tego zakładu od j-tej inwestycji

w_j – przerób angażowany na j-tej inwestycji

ponieważ $L_i = \sum_j r_{ij}$

(8)

L_i – sumaryczna odległość obsługiwanych inwestycji

$$L^i_{śr} = \frac{L_i}{m}$$

(9)

m – ilość obsługiwanych inwestycji

to zachodzi $K^i_p \sim L^i_{śr}$

10)

a zatem z (6) wynika, że optymalny obszar działania zakładu zachodzi gdy

$$L_{śr} = L^1_{śr} = L^2_{śr} = \ldots L^i_{śr} \ldots L^n_{śr}$$

11)

a więc gdy obszary działania zakładów są równe.

P o d s u m o w a n i e

Przedstawione trzy modele (zamienne) optymalizują wielkość obszaru działania w ten sposób, że:

a) jeśli promienie działania $(L^i_{śr})$ będą sobie równe to:
b) koszty pośrednie będą sobie równe (K^i_p), a zatem:
c) koszty sumaryczne będą w myśl (5) dążyły do minimum.

Powyższe rozwiązanie bazując na wartościach ogólnych pozwalają na praktyczne rozwiązanie problemu optymalnego obszaru działania wynikającego z (11).

Dla kompletności modelu sprecyzujemy zagadnienia programowania liniowego.

MODEL STATYCZNY należy określić takie W_{ij} by:

$$L^{i}_{śr} = \sum_{i}\sum_{j}\frac{r_{ij}}{m} * C_{ij} \rightarrow \min$$

przy ograniczeniu $$\sum_{i} W_{ij} * C_{ij} < X^{i}$$

X^{i} – produkcja budowlano-montażowa

gdzie: W_{ij} – potencjał i-tego zakładu angażowany w j-tej inwestycji

C_{ij} – element macierzy incydencji określający ulokowanie inwestycji j w portfelu zleceń zakładu i-tego

$$\begin{cases} 0 & \text{– inwestycja nie jest realizowana} \\ 1 & \text{– inwestycja jest realizowana przez i-ty zakład} \end{cases}$$

i \ j	1	2	3	4	5	6 – inwestycje
zakłady						
A	1	0	0	1	0	1
B	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0
D	0	1	1	0	0	1

Przykładowa macierz incydencji $[C_{ij}]$

X^{i} – może stanowić:

- K^{i}_{b} – koszty bezpośrednie,
- zdolność produkcyjną zakładu,
- zdolność bud. – montażową.

4.4. Model z kryterium czasu

Przedstawiony model optymalizacji posiada podstawową wadę polegającą na nieuwzględnianiu czynnika czasu (a więc zmienności zapotrzebowań i lokalizacji inwestycji). Rozwiązanie powyższego stanowi model dynamiczny optymalizacji przedstawiony poniżej.

Model stanowi poszerzenie poprzedniego zagadnienia programowania liniowego z horyzontem czasu.

Oznaczenia pozostają w nim jw. z tym, że dochodzi dodatkowy indeks (k) określający rok planowania.

MODEL DYNAMICZNY – należy określić takie W_{ij} by:

$$\sum_k \sum_i L_{śr}^{ik} = \sum_k \sum_i \sum_j \frac{r_{ijk}}{m} * C_{ijk} \rightarrow \min$$

przy ograniczeniu

$$\sum_k \sum_j W_{ijk} * C_{ijk} \leq X^{ik}$$

dla każdego k (kroku):
i = 1 ... n, n liczba zakładów
j = 1 ... m, m – liczba inwestycji
k = 1 ... t, t – horyzont czasu

O z n a c z e n i a

$L_{śr}^{ik}$ – średni promień i-tego zakładu w k-atym roku realizacji,

r_{ijk} – odległość i-tego zakładu od j-tej inwestycji w k-atym roku realizacji,

W_{ijk} - potencjał jw. w k-atym roku realizacji

$[C_{ijk}]$ – macierz incydencji w k-atym roku realizacji.

Prezentowane poprzednio modele: statyczny i dynamiczny rozwiązywane są znanymi algorytmami w postaci metody:

- SIMPLEX
- kąta pn. – zach.

Najczęściej przy pomocy EMC lub algorytmów iteracyjnych. Opisany model dynamiczny pozwala po podstawieniu danych rzeczywistych, przy pomocy komputera, na wyznaczenie rozwiązania docelowego.

5. Analiza i wybór modelu

Przedstawione w punkcie 3 modele stanowiące kolejne przybliżenie aż do uwzględnienia horyzontu czasu, są poprawne i optymalizują problem od strony wielkości obszaru działania. Przyjęcie założeń (6), (10) i (11) pozwala na taki podział obszaru działania, który spełnia warunki początkowe tj. minimum kosztów realizacji.

Zastrzeżenie może budzić jedynie problem skali produkcji, w niniejszych modelach tylko sygnalizowany. Wydaje się, że nie jest on jednak możliwy do sprecyzowania w istniejących warunkach realizacji, ze względu na zmienność przyznawanych limitów inwestycyjnych i materiałowych. Tym niemniej warto podjąć próbę zamodelowania rozwiązania, co przedstawiono poniżej.

5.1 Próba optymalizacji skali produkcji

Analizując skalę produkcji dowolnej jednostki gospodarczej daje się zauważyć jej skokowy przyrost wynikły głównie z planowanego wzrostu lub realizacji większych inwestycji mieszkaniowych.

- rozważa się przypadek drugi:

Istnieją dwa możliwe rozwiązania. Powołanie nowego przedsiębiorstwa lub zwiększenie skali produkcji w obrębie jednostki istniejącej. Problem ten można ująć w sposób następujący:

Kryterium optymalności stanowi pracochłonność transportu układu zakładów w obrębie rozpatrywanego przedsiębiorstwa. Należy z dwóch możliwości: powołania nowego przedsiębiorstwa jako pierwszej lub rozwój istniejącego wybrać wariant tańszy.

Rozwiązanie problemu określone zostanie albo przez powołanie nowej jednostki o potencjale równym przyrostowi potrzeb inwestycyjnych w danym przedziale czasowym, albo też poprzez wzrost potencjału przedsiębiorstwa istniejącego.

5.2 Kryterium optymalności

$\sum_{i} K_{Ti} \to \min$

5.3 Założenia modelu decyzyjnego

- Model powinien oprócz wyznaczenia wartości granicznej kosztów transportu zapewnić podział zbioru inwestycji na takie obszary działania zakładów, by były one jednocześnie optymalne.
- Dane wyjściowe
  - Istnieje zbiór lokalizacji inwestycji o znanych potrzebach (W_j),
  - Istnieje zbiór przedsiębiorstw o znanych możliwościach (X_i),
  - Zachodzi warunek, że

$$\sum_{j} W_j > \sum_{i} X_i \text{ (brak zbilansowania)} \qquad (13)$$

Gdzie: W_j - potrzeby j-tej inwestycji,

X_i - możliwości i-tego zakładu.

5.4 Algorytm rozwiązania

1. wyznaczmy niezbilansowane potrzeby inwestycyjne

$$W_k = \sum_{j} W_j - \sum_{i} X_i \qquad (14)$$

2. tworzymy fikcyjny k-aty zakład o zdolności produkcyjnej $X_k = W_k$
3. określamy odległość fikcyjnego zakładu od budów jako $L_{śr}$ całej organizacji

4. budujemy macierz decyzyjną w myśl zagadnienia transportowego programowania liniowego tj.:

$$\sum_i \sum_j W_{ij} * r_{ij} \rightarrow \min$$

przy warunkach

$$\sum_i W_{ij} \geq W_j$$

$$\sum_j W_{ij} \leq X_i$$

5. rozwiązaniem zagadnienia (5) jest plan przewozów określających wielkość W_{ij} tj. zaangażowania i-tego zakładu w j-tą inwestycję – czyli zakres działania zakładu

6. dla przykładu gdzie: $W_{ij} = 0$ dla i = k oznacza to, że realizacja niezbilansowanego zapotrzebowania realizowana jest przez rozwój starego zespołu zakładów

7. istnieje $W_{ij} \neq 0$ dla i = k oznacza, że należy powołać nowy zakład obsługujący te inwestycje (j) dla których wartość $W_{ij} \neq 0$.

5.5 Zalety i wady modelu

Zaletą prezentowanego modelu jest:

- równoległość wyznaczenia optymalnego obszaru działania,
- określenie sposobu zbilansowania brakujących możliwości produkcyjnych,
- łatwość i szybkość uzyskania wyników.

Do wad modelu należy zaliczyć brak analizy kosztów utworzenia i wyposażenia nowego przedsiębiorstwa, co wykracza jednak poza zakres niniejszej pracy.

6. Powtórna analiza modeli optymalizacyjnych

Prezentowane i opisane modele:

- statystyczny,
- dynamiczny,
- zagadnienia transportowego,

charakteryzują się wspólną cechą jaką jest próba ukierunkowania funkcji celu na minimum kosztów pośrednich (kosztów transportu). Przy założeniu poprawności funkcji celu wszystkie z nich osiągają różnymi drogami ten sam skutek.

Najbardziej zwarta i skondensowana jest metoda trzecia, bazująca na gotowym algorytmie transportowym z zakresu programowania liniowego. Jedną z wad modelu stanowić może brak weryfikacji skuteczności rozwiązania.

Interpretację wartości $W_{ij} \neq 0$ można w zależności od konkretnej wielkości uznać za pomijalną lub istotną z punktu widzenia optymalność.

Wad powyższej metody pozbawione są modele statyczny i dynamiczny, które z kolei wymagają budowy algorytmu. W związku z powyższym model dynamiczny jest ze względu na kryterium horyzontu czasowego i minimum kosztów pośrednich wart w przyszłości zainterpretowania na liczbach rzeczywistych.

Literatura

[1] Komorowski R.: *Parametry kształtujące wielkość i rozmieszczenie produkcji budowlanej,* TNOiK, Zielona Góra 1998

[2] Ogonowska I.: *Optymalna sieć przedsiębiorstw budowlanych,* PTE, Warszawa 1997