

Metody szacowania sztywności węzła

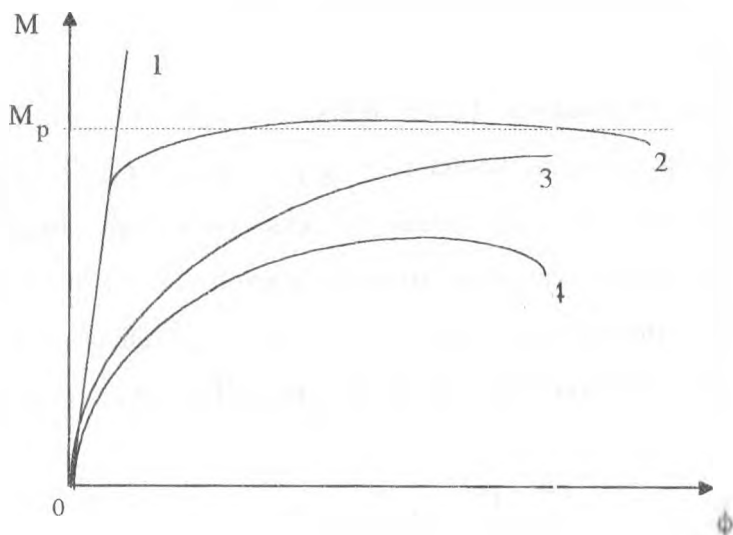
STRESZCZENIE: Artykuł ten prezentuje podstawowe metody szacowania sztywności początkowej węzłów podatnych z rur prostokątnych. Zamieszczone w nim formuły projektowe pozwalają w oparciu o znajomość podstawowych paramterów geometrycznych i materiałowych elementów węzła określić jego sztywność w zakresie odkształceń liniowych. Na końcu artykułu zaprezentowano porównanie przedstawionych formuł projektowych.

Wprowadzenie

Zachowanie się węzłów ram zależy od wielu czynników. Są to m.in. wymiary geometryczne kształt połączenia, rodzaj działającego obciążenia, zachowanie się materiału, jego imperfekcje strukturalne i technologiczne. Ograniczając się tylko do obciążeń statycznych, można wyróżnić następujące modele zachowania się elementów konstrukcji (rys. 1):

- modele liniowe (1),
- modele nieliniowe ze względu na właściwości materiału (2),
- modele nieliniowe ze względu na geometrię (3),
- modele nieliniowe ze względu na geometrię i zachowanie się materiału jednocześnie (4).

Rys. 1 Modele zachowania się węzłów



mgr inż., Katedra Konstrukcji Stalowych, Politechnika Białostocka

prof. zw. dr hab. inż., Katedra Konstrukcji Stalowych, Politechnika Białostocka

Modele liniowe stosuje się powszechnie w analizie konstrukcji o węzłach podatnych, gdy obszar dopuszczalnych kątów obrotu przypada na pierwszą fazę liniowego przebiegu krzywej $M-\phi$. W modelu zachowania się połączenia opartym na analizie sprężystej I-go rzędu, najbardziej interesujące są informacje dotyczące sztywności węzła (sieczonej lub stycznej) oraz poziomu obciążenia granicznego. Analizę konstrukcji opartą na modelu liniowym zachowania się połączenia stosuje się już do obliczania układów stężonych o węzłach podatnych.

Metody określania sztywności

Ze względu na charakter pracy połączeń występują trudności ze zdefiniowaniem sztywności węzła. Typowa definicja sztywności początkowej, tj. stycznej do wykresu $M-\phi$ w początku układu współrzędnych, powinna być nieco zmodyfikowana. Eksperymenty wykazują, że krzywa $M-\phi$ jest praktycznie nieliniowa już od bardzo małych obciążeń. Styczna do krzywej poprowadzona w początku układu współrzędnych sugerowała by, iż mamy do czynienia ze znacznie sztywniejszym połączeniem, niż jest w rzeczywistości.

Zagadnienie oszacowania sztywności połączeń podatnych kształtowników o przekroju otwartym było przedmiotem studiów, które rozpoczęto już w latach 30-tych i kontynuowano aż do chwili obecnej. Intensywne badania dotyczące połączeń z rur prostokątnych przeprowadzone w latach 70-tych i 80-tych doprowadziły do dobrego poznania zagadnień nośności węzłów. Jednak zagadnienie podatności połączeń RHS, równie istotne z punktu widzenia bezpiecznej pracy konstrukcji, nie doczekało się obszernych i kompleksowych opracowań. Jako jedną z pierwszych prób praktycznego oszacowania podatności połączeń z rur prostokątnych podjęto w Niemczech, Mang i in. [Mang, 1971].

W wyniku przeprowadzonych badań doświadczalnych stwierdzili oni, że teoretycznie obliczone na podstawie równania prac wirtualnych ugięcia końców w rygli, spowodowane obciążeniem węzła, są zbyt duże, w stosunku do ugięć określonych eksperymentalnie. Błąd obliczeń wzrastał wraz ze zwiększaniem grubości słupa i wzrostem różnicy przekrojów między słupem a rygłem. W wyniku badań zaproponowano modyfikację równania prac wirtualnych, poprzez wprowadzenie odpowiedniego współczynnika sztywności. Sformułowano półempiryczny wzór w postaci:

$$C = \frac{C^* \cdot t_0^3}{52} \quad [\text{kNm/rad}], \quad (1)$$

gdzie:

C - sztywność węzła,

t_0 - grubość ścianki słupa w mm,

C^* - współczynnik odczytywany z nomogramów, opracowanych dla $\beta \leq 0.7$

i $0.7 < \beta < 1.0$ funkcji smukłości ścianki słupa (λ_0) i stosunku grubości ścianek słupa i rygla (t_0/t_n).

Próby oszacowania podatności węzłów typu RHS w latach 80-tych podjęto również w Polsce. Bródka i in [Wytyczne obliczania ..., 1985] wyodrębnili trzy typy podatności węzłów: podatność translacyjną, antytranslacyjną i obrotową, jako typową dla węzłów typu T lub X, obciążonych momentem zginającym w płaszczyźnie węzła. Dla każdego z trzech typów podatności zastosowali analizę teoretyczną, rozważając ściankę czołową słupa jako swobodnie podpartą płytę, obciążoną jedną lub dwoma siłami działającymi w sposób translacyjny lub obrotowy. Po dyskretyzacji numerycznej tak przyjętej płyty i zastosowaniu metody Greena do określenia równań równowagi dla elementu płytowego, otrzymali wyrażenia pozwalające określić ugięcia płyty w zależności od obciążeń jednostkowych. Poprzez analogię ramową uwzględnili oni efekt zamocowania płyty w sąsiadujących ściankach przekroju słupa. Postać formuły końcowej, składającej się z dwóch członów, oparta jest na założeniu, że ugięcie wewnątrz rozwazanej płyty jest proporcjonalne do sztywności translacyjnej, natomiast ugięcie krawędzi zewnętrznej jest proporcjonalne do sztywności obrotowej węzła. Dla węzłów typu T z rur prostokątnych o $0.4 \leq \beta \leq 0.8$ formuła ta ma postać:

$$C = \frac{\Delta\phi}{M} = 0.25 \left(\frac{\sqrt{\eta_0 + \beta}}{1 + \beta} \right) \cdot \frac{2 \omega_a}{[1 - (k - 1) \beta]} - \frac{2}{\eta E t_0^3} \quad (2)$$

gdzie:

C - sztywność węzła,

ϕ - kąt obrotu węzła,

M - moment zginający działający w węzle,

$\eta_0 = \frac{h_0}{b_0}$ - względna wysokość przekroju słupa,

$\beta = \frac{b_n}{b_0}$ - względna szerokość przekroju rygla,

k - parametr, $k = \frac{\eta}{\beta} \geq 1$,

$\eta = \frac{h_n}{b_0}$ - względna wysokość przekroju rygla,

$$\omega_A = \frac{1}{2}(0.91 - \sqrt{\beta}) - \text{parametr,}$$

h_o, b_o - wysokość i szerokość przekroju słupa,

h_n, b_n - wysokość i szerokość przekroju rygla,

E - współczynnik sprężystości podłużnej,

t_o - grubość ścianki słupa.

Szlendak i Cwałina [Szlendak, 1986] przedstawili zależność na kąt obrotu węzłów typu RHS jako funkcję parametrów $\phi = f(M, \beta, \eta)$. Do odwzorowania funkcji przyjęli model iloczynowy postaci:

$$\phi = A_0 \cdot M^{A_1} \cdot \lambda_o^{A_2} \cdot n^{A_3} \cdot \beta^{A_4} \cdot \eta^{A_5} \quad (3)$$

gdzie:

A_o - pole przekroju poprzecznego elementu słupa,

M - moment zginający działający w węzle,

λ_o - smukłość ścianek słupa,

$n = N / (A_o f_o)$ - bezwymiarowa siła podłużna w słupie,

N - siła podłużna w słupie,

f_o - granica plastyczności stali słupa,

A_i ($i = 1, \dots, 5$) - parametry modelu.

Stosując metodę regresji wielokrotnej, na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych, obejmujących 52 niewzmocnione węzły typu T, określili parametry modelu:

$$\phi = 1.99 \cdot 10^{-5} \cdot M^{2.6} \cdot \beta^{-5.71} \cdot \eta^{-3.76} \quad (4)$$

Gerstle i in. [Gerstle, 1988] zaproponowali postać definicji sztywności węzła, która była przypisana do określonej konstrukcji. Sztywność początkową określili jako prostą poprowadzoną przez początek układu współrzędnych oraz punkt przecięcia linii odpowiadającej osiągnięciu maksymalnego ugięcia belki lub rygla, zgodnie z drugim stanem granicznym (tzw. "beam line"), z krzywą $M-\phi$ dla odkształceń całkowitych.

Prostą formułę umożliwiającą obliczenie podatności węzłów ram w kształcie litery T, opartą na analizie wyników badań doświadczalnych dla 192 węzłów niewzmocnionych zaproponowali Broniewicz i Szlendak [Broniewicz, 1995]. Przyjęli oni dwie definicje sztywności początkowej:

1. Sztywność węzła odpowiada nachyleniu siecznej, łączącej początek układu współrzędnych z punktem na krzywej odkształceń całkowitych, o maksymalnym momencie zginającym, dla którego nie powstają trwałe odkształcenia plastyczne. Tą część wykresu $M-\phi$ można uznać za obszar sprężystej pracy węzła.

2. Sztywność węzła odpowiada nachyleniu siecznej, łączącej początek układu współrzędnych z punktem na krzywej odkształceń całkowitych, uznanym za granicę obszaru sprężystej pracy węzła o wartości $0.77 M_n$, uzyskanej z formuły na nośność graniczną węzła M_n . Zaletą takiego ujęcia jest to, że nie wymaga się eksperymentalnych pomiarów odkształceń trwałych, które były wykonane tylko dla części przeprowadzonych badań.

W efekcie analizy teoretycznej zaproponowali następującą formułę sztywności węzła:

$$C = \left(\frac{b_0}{0,21}\right)^3 \cdot e^k \cdot 10^2 \quad [\text{kNm/rad}]. \quad (5)$$

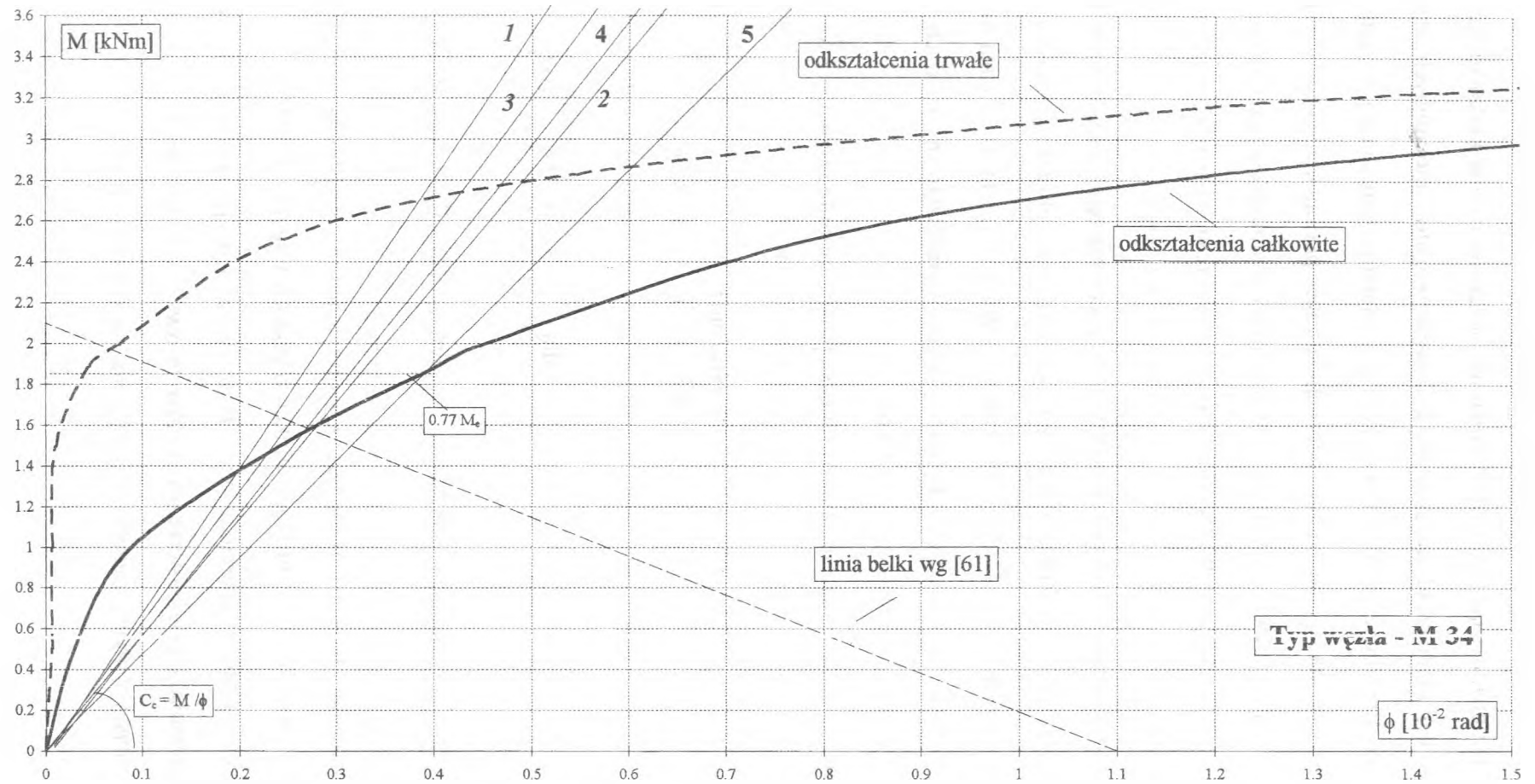
gdzie:

b_0 - w m,

$$k = 2.263 - 0.557\beta + 3.811\eta + 0.1\lambda_o - 0.077\lambda_n, \quad \text{dla} \quad 0.3 < \beta < 0.6, \quad (6.6)$$

$$k = 25.435 + 485.5\beta - 113.5\beta^2 - 521.4\eta + 421.6\eta^2 - \\ -295.5\beta\eta - 0.425\lambda_o + 0.442\beta\lambda_o, \quad \text{dla} \quad 0.6 < \beta < 0.9 \quad (6.7)$$

Zależność funkcyjną $C = f(\beta, \eta, \lambda_o, \lambda_n)$ otrzymano na podstawie analizy regresyjnej wielokrotnej przyjętego modelu wykładniczego funkcji o postaci $Y = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n) \cdot \epsilon$. Doboru parametrów funkcji dokonano w oparciu o pracę Broniewicza i in. [Broniewicz, 1994], w której zbadano wpływ na sztywność węzła następujących parametrów: $\beta = b_n/b_o$, $\eta = h_n/b_o$, $\lambda_o = b_o/t_o$ i $\lambda_n = b_n/t_n$. Stwierdzono silniejszy wpływ parametrów β i λ_o , niż parametrów η i λ_n .



Rys. 2 Porównanie formuł obliczeniowych na sztywność początkową węzła: 1 - C_c wg [Szlendak, 1986], 2 - C_c wg [Gerstle, 1988], 3 - C_c wg [Wytyczne..., 1985], 4 - C_c wg [Mang. 1981], 5 - C_c wg [Broniewicz, 1995]

Wnioski

Na rys. 1 dokonano porównania formuł obliczeniowych służących do określenia sztywności węzłów dla konkretnego węzła. Zbieżność omawianych metod jest niewielka, a uzyskane oszacowania sztywności węzłów znacznie się różnią. Wśród badaczy nie ma również jednolitego poglądu na skalę wpływu poszczególnych parametrów geometrycznych na sztywność węzła.

Literatura

- Broniewicz M., Szlendak J., 1995, Sztywność połączeń spawanych słupa z ryglem z rur prostokątnych, IX Międzynarodowa Konferencja Naukowa "Konstrukcje Metalowe", Kraków.
- Broniewicz M., Szlendak J., 1994, Determining Stiffness of Welded T- Joints in Rectangular Hollow Sections, International Scientific Conference, Technical University of Brest, Belarussya.
- Gerstle K. H., Nevis E. Cook, Jr., 1988, Simplicity in Flexibly-Connected Frame Analysis. Steel Beam-to-Column Building Connections. Ed by W. F. Chen. Elsevier Applied Science. London-New York .
- Mang, F., Bucak, O. & Wolfmuller, F., 1981, Bemessungsverfahren für T-Knoten aus Rechteck-Hohlprofilen, Forschungsbericht Nr 82, der Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e. v., Dusseldorf.
- Szlendak J., Cwalina W., 1986, Ocena podatności spawanych węzłów T z rur prostokątnych, Referaty Konferencji Naukowej "Materiały i połączenia w Konstrukcjach Metalowych", Płock.
- Wytyczne obliczania i projektowania konstrukcji stalowych z rur prostokątnych. COBPKM "Mostostal" (nie opublikowane). 1985.