Литература

1. Prihozhy A. If-Diagrams: Theory and Application, PATMOS'97: Proc. Int. Conf, 1997, UCL, Belgium, pp.369-378.
2. Прихожий А.А. Логический вывод в частичной логике. - Минск: Ин-т. техн. кибернетики АНБ, 1998. - 18 с.
3. Prihozhy A. Net Scheduling in High-Level Synthesis, IEEE Design & Test of Computers", Spring 1996, pp.26-35.

УДК 681.511

СВЕДЕНИЕ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИСТЕМЫ ЧАСТИЧНЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ К ПОКРЫТИЮ ГРАФА ПОЛНЫМИ ДВУДОЛЬНЫМИ ПОДГРАФАМИ

Поттосин Ю. В., Шестаков Е. А.

Национальная Академия Наук Беларуси, Институт технической кибернетики,

Под декомпозицией системы частичных булевых функций понимается ее представление в виде суперпозиции двух или более систем частичных булевых функций, каждая из которых в некотором смысле проще исходной. Поиск таких суперпозиций для заданной системы является сложной задачей, которая успешно решается [1–3], если вводится дополнительное ограничение, связанное с выбором аргументов систем, входящих в суперпозицию. В настоящей работе показано, что решение задачи декомпозиции можно свести к задаче покрытия графа полными двудольными подграфами [4]. При этом нет необходимости вводить указанное выше дополнительное ограничение.

Основные определения, постановка задачи. Пусть $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ – исходная система булевых функций, где $\boldsymbol{h} = (h_1, h_2, \ldots, h_m)$, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (h_1(\boldsymbol{x}), h_2(\boldsymbol{x}), \ldots,$

$h_m(\boldsymbol{x})$), $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Эта система задается парой троичных матриц T, B размерностью $l\times n$, $l\times m$ соответственно [1–3]. Столбцы матрицы T помечены переменными $x_1, x_2, \ldots, x_n$, а столбцы матрицы B – переменными $h_1, h_2, \ldots, h_m$. Заметим, что если переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ являются булевыми, то переменные $h_1, h_2, \ldots, h_m$ – троичные, т.е. принимают свои значения из множества {0,1,–}. Обозначим через D_f область определения системы $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, которая задается матрицей T [3]. Также обозначим через $\boldsymbol{x}_i$ векторную переменную, составленную из некоторых булевых переменных множества $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, число которых не превышает числа k, где $1\leq k < n$, а через $\boldsymbol{x}_i$* – значение этой векторной переменной. При этом будем полагать, что если $\boldsymbol{x}$* – значение переменной $\boldsymbol{x}$, то $\boldsymbol{x}_i$* составлено из тех компонент $\boldsymbol{x}$* , которые являются значениями булевых переменных, входящих в векторную переменную $\boldsymbol{x}_i$. Пусть $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2, \ldots, z_m)$, где $z_j \in \{0,1,–\}$, $1\leq j \leq m$. Обозначим через $\boldsymbol{h}$*, $\boldsymbol{z}$* троичные вектора, являющиеся значениями векторных переменных $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{z}$ соответственно. Будем говорить, что $\boldsymbol{h}$* поглощает $\boldsymbol{z}$* ($\boldsymbol{h}^* < \boldsymbol{z}^*$), если и только если значения всех компонент вектора $\boldsymbol{h}$*, отличные от неопределенного ("–"), совпадают с соответствующими компонентами вектора $\boldsymbol{z}$*. Суперпозиция $\boldsymbol{z} = \mathbf{g}(u_1(\boldsymbol{x}_1), u_2(\boldsymbol{x}_2), \ldots, u_s(\boldsymbol{x}_s))$, где $u_i = u_i(\boldsymbol{x}_i)$ – частичная булева функция ($1\leq i \leq s$, $1< s$), реализует систему булевых функций $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, если и только если для любого $\boldsymbol{x}^* \in D_f$ выполняется $\boldsymbol{h}^* = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^*) < \boldsymbol{z}^* = \mathbf{g}(u_1(\boldsymbol{x}_1^*), u_2(\boldsymbol{x}_2^*), \ldots, u_s(\boldsymbol{x}_s^*))$. Ниже рассматривается решение следующей задачи декомпозиции.

Пусть даны: система частичных булевых функций $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ и число q ($1< q < n$). Необходимо найти, если это возможно, реализующую $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ суперпозицию $\mathbf{g}(u_1(\boldsymbol{x}_1), u_2(\boldsymbol{x}_2), \ldots, u_s(\boldsymbol{x}_s))$, в которой число s частичных булевых функций $u_i = u_i(\boldsymbol{x}_i)$ ($1\leq i \leq s$, $1< s$), минимально или близко к минимальному и не превосходит числа q.

Метод решения задачи декомпозиции. Пронумеруем строки матриц T и B числами 1,2, ..., l , которые объединим в множество V. Обозначим через R множество всех неупорядоченных пар чисел из множества V. Будем говорить, что пара строк троичной матрицы ортогональна, если и только если в этой матрице существует столбец такой, что элементы матрицы, находящиеся на пересечении этого столбца с данными строками, определены и различны. Для матрицы T зададим подмножество $R(T)$ множества R. Пара $(a, b) \in R(T)$, если и только если строки матрицы T с номерами a, b ортогональны. Точно также зададим и подмножество $R(B)$. Нетрудно убедиться, что троичные матрицы T, B задают систему частичных булевых функций $f(x)$, если $R(B) \subseteq \mathrm{R(T)}$.

Построим неориентированный граф $G = (V, R(T))$, где V – множество вершин графа, а $R(T)$ – множество ребер. Всякому ребру (a, b) графа G припишем булеву функцию $r_{(a,b)}(x)$. Эта булева функция равна дизъюнкции всех тех переменных из множества $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, которые помечают столбцы матрицы T, на пересечении с которыми элементы строк t_a, t_b имеют различные значения, отличные от значения "–". Подграф $A = (V', E)$ графа G, где $V' \subseteq V$, $E \subseteq R(T)$, называется полным двудольным подграфом (ПДП) [4], если множество V' разбивается на два подмножества V_1, V_2 такие, что каждое ребро, принадлежащее E, соединяет вершины из разных подмножеств и каждая вершина из V_1 связана ребрами со всеми вершинами из V_2. Каждое ПДП полностью задается подмножествами V_1, V_2, поэтому будем использовать обозначение $A = \langle V_1, V_2 \rangle$, считая $\langle V_1, V_2 \rangle$ неупорядоченной парой множеств. Полному двухдольному подграфу A графа G припишем булеву функцию $A(x)$, равную конъюнкции булевых функций, приписанных его ребрам. Подграф $A = \langle V_1, V_2 \rangle$, являющийся ПДП графа G, называется допустимым, если $(V_1 \times V_2) \cap R(B) \neq \varnothing$ и в ДНФ булевой функции $A(x)$ имеется хоть одна конъюнкция, число переменных в которой не превышает число k $(1 \leq k < n)$. ПДП покрытием графа G назовем совокупность $A_1, A_2, ..., A_p$ его допустимых ПДП такую, что любое ребро из $R(B)$, где $R(B) \subseteq R(T)$, принадлежит хотя бы одному из A_i $(i = 1, 2, ..., p)$. ПДП покрытие называется безызбыточным, если любое подмножество множества, входящих в него допустимых ПДП, не является ПДП покрытием. ПДП покрытие графа G назовем минимальным, если среди всех ПДП покрытий этого графа оно состоит из наименьшего числа допустимых ПДП.

Утверждение 1. Для системы частичных булевых функций $f(x)$, заданной троичными матрицами T, B, существует реализующая ее суперпозиция $g(u_1(x_1), u_2(x_2), \ldots, u_s(x_s))$, если в графе G существует ПДП покрытие, состоящее из s допустимых ПДП.

Пусть в графе G имеется совокупность $A_1, A_2, \ldots, A_s$ допустимых ПДП, составляющих ПДП покрытие графа G. Построим троичную матрицу Z размерностью $l \times s$. Столбец с номером i этой матрицы строится по $A_i = \langle V_{1i}, V_{2i}\rangle$ $(1\leq i \leq s)$. Элементы этого столбца с номерами из V_{1i} принимают нулевое значение, а из V_{2i} – единичное. Остальные элементы – значение "–". Система g задается матрицами Z, B. Булева функция $u_i = u_i(x_i)$ задается матрицами U_i , L_i . Матрица U_i составляется из тех столбцов матрицы T, которые помечены переменными, входящими в конъюнкцию минимальной длины ДНФ функции $A_i(x)$. Матрица L_i состоит из одного i-го столбца матрицы Z.

Утверждение 2. Рассматриваемая в настоящей работе задача декомпозиции имеет решение, если минимальное ПДП покрытие графа G содержит не более q допустимых ПДП.

В качестве приближенного решения задачи декомпозиции можно считать безызбыточное ПДП покрытие графа G, состоящее не более, чем из q допустимых ПДП.

Литература

1. Закревский А.Д. Логический синтез каскадных схем. – М.: Наука, 1981.
2. Бибило П.Н., Енин С.И. Синтез комбинационных схем методом функциональной декомпозиции. – Минск: Наука и техника, 1987.
3. Шестаков Е.А. Декомпозиция системы частичных булевых функций методом "сверху вниз"// АВТ. – 1996. – N 5. – С.31-39.

4. Поттосин Ю.В. Покрытие графа полными двудольными подграфами// Проектирование дискретных систем. – Минск, 1989. – С.72-84.

УДК 62–50

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Капанов Н. А., Кузнецов А. П., Батура М. П.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Пусть дискретная система описывается следующим разностным уравнением n-го порядка :

$$x[k+n]=\sum_{m=0}^{n-1} c_m x[k+m]+\sum_{m=1}^{n-1} d_m F(x[k+m])+\sum_{m=0}^{n} p_m \lambda[k+m]+\sum_{m=0}^{n-1} q_m \xi[k+m], \quad (1)$$

где λ, ξ–входные воздействия, причем ξ– случайной природы

Обычно при анализе удобнее оперировать с эквивалентной системой n разностных уравнений первого порядка. Введем вектор переменных состояния **X**[k]= $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. В качестве компонентов вектора **X** выберем процесс $x[k]$ и его разности от первого до n-1 порядка:

$$\begin{aligned}
&x_1[k]=x[k],\\
&x_2[k]=\Delta x[k]=x_1[k+1]-x_1[k],\\
&x_3[k]=\Delta^2 x[k]=x_2[k+1]-x_2[k], \qquad\qquad (2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&x_n[k]=\Delta^{n-1} x[k]=x_{n-1}[k+1]-x_{n-1}[k]
\end{aligned}$$

Выразим значение $x[k+m]$через компоненты вектора переменных состояния: