

наличие операторов бесконечно высокого порядка, содержащих в качестве аргументов произведения поперечных координат на квадратные корни из продольных операторов Да-ламбера.

Литература

1. Акимов В. А. Операторный метод решения задач теории упругости: Дис. канд. физ.-мат. наук. -Минск, 1992, 137с.

ЗАДАЧА О СМАЗКЕ ДЛИННОГО РАДИАЛЬНОГО ПОРИСТОГО ПОДШИПНИКА ПЕРЕМЕННОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Грекова А. В., Чигарев А. В.

Белорусская государственная политехническая академия Минск

Пористый подшипник аналогичен обычному подшипнику скольжения за исключением дополнительного количества смазки, которое компенсирует потерю из смазочного слоя при эксплуатации. Давление, возникающее в пленке смазки, уравнивает нагрузку на подшипник. Правда, надежная работа возможна лишь при легких режимах нагружения. Подача жидкости в зазор через пористый материал происходит под давлением.

Пористые подшипники исследовались многими авторами, большинство из них описывали движение жидкости в пленке смазки уравнением

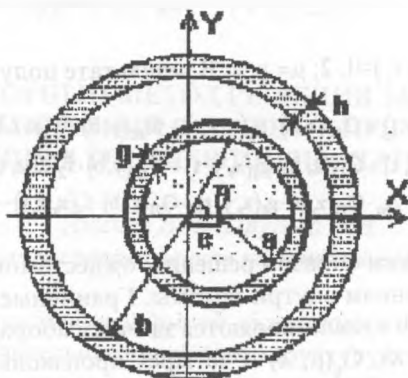


Рис.1 Схема сечения подшипника

Рейнольдса. Но было предложено также исходить непосредственно из уравнений Стокса и уравнения неразрывности.

В данной работе рассматривается эксцентричный неподвижный длинный пористый радиальный подшипник и вал с пористым внешним слоем, вращающийся вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Оси подшипника и вала параллельны. Смазка - вязкая несжимаемая жидкость - полностью заполняет пространство между подшипником и валом.

Проницаемость пористого материала подшипника - функция полярного радиуса. Пористый слой вала имеет постоянную проницаемость.

Введем безразмерные переменные (\sim):

$$\tilde{r} = \frac{r}{b}, \quad \tilde{V} = \frac{V}{a\omega}, \quad \gamma = \frac{g}{b}, \quad \alpha = \frac{a}{b}, \quad \beta = \frac{h}{b} + 1$$

$$\tilde{P} = \frac{p(b-a)^2}{\mu\omega ab} \quad \text{- давление в смазочном слое}$$

$$\tilde{P}_1 = \frac{p_1(b-a)^2}{\mu\omega ab} \quad \text{- давление в пористом подшипнике}$$

$$\tilde{P}_2 = \frac{p_2(b-a)^2}{\mu\omega ab} \quad \text{- давление в пористом слое вала.}$$

$$k_1 = \frac{k(r)b}{(b-a)^3}, \quad k(r) = k_{10} r^n \quad \text{- проницаемость подшипника.}$$

$$k_2 = \frac{k_{20}b}{(b-a)^3} \quad k_{20} \quad \text{- проницаемость пористого слоя вала}$$

$$\varepsilon = \frac{e}{a} \quad \text{e - эксцентриситет подшипника.}$$

В дальнейшем ~ будем опускать.

Задача решается при следующих допущениях:

-давление на внешней поверхности подшипника определяется законом подачи смазки;

-на границах сред функция давления непрерывна;

-жидкость не скользит по пористым поверхностям, нориальные компоненты скорости жидкости определяются законом Д'Арси;

-на поверхности твердой части вала выполняется условие непроницаемости;

-течение жидкости в пористых слоях определяется законом Д'Арси.

Для описания движения жидкости в смазочном слое используем уравнения Стокса (для упрощения задачи пренебрегаем некоторыми членами) и уравнение неразрывности в полярных координатах (задача двумерная):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} = 0$$

$$u = V_r, \quad v = V_\theta$$

Давление в пористых слоях:

$$\frac{\partial(k_1(r)r \frac{\partial p_1}{\partial r})}{\partial r} + \frac{k_1(r)}{r} \frac{\partial^2 p_1}{\partial \theta^2} = 0, \quad \nabla^2 p_2 = 0 \quad (2)$$

Задача сводится к совместном решению (1) и (2) при следующих граничных условиях:

1. На поверхности твердой части шипа

$$\frac{\partial p_2}{\partial r} = 0, \quad r = \alpha(\epsilon \cos \theta + \sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 \theta}) \quad (3.1)$$

2. На границе пористого подшипника и смазочного слоя

$$u = -\kappa_1(1-\alpha) \frac{\partial P_1}{\partial r}, \quad v = 0, \quad p = P_1, \quad r = 1 \quad (3.2)$$

3. На границе пористой части вала и смазочного слоя

$$u = -\kappa_2(1-\alpha) \frac{\partial P_2}{\partial r}, \quad v = \frac{\alpha + \gamma}{\alpha} \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \theta}, \quad p = P_2,$$

$$r = (\alpha + \gamma) \left(\varepsilon \cos \theta + \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \theta} \right) \quad (3.3)$$

4. На внешней поверхности подшипника

$$P_i = P_0 \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right) \quad r = \beta \quad (3.4)$$

ε - малый параметр. Решение ищем в виде рядов по степеням малого параметра,

$$P_i = P_{i0}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n P_{in}(r, \theta), \quad i = 1, 2 \quad p = p_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n p_n(r, \theta),$$

$$u = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n u_n(r, \theta) \quad v = v_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n v_n(r, \theta)$$

В нулевом приближении получаем:

$$P_0 = P_{10} = P_{20} = P_0 \quad u_0 = 0 \quad v_0 = \frac{(\alpha + \gamma)^2 (1 - r^2)}{\alpha r (1 - (\alpha + \gamma)^2)}$$

Решением системы, полученной для первого приближения, являются

функции:

$$u_1(r, \theta) = \left(\frac{s_1}{r^2} + s_2 \ln r + s_3 r^2 + s_4 \right) \cos(\theta) + \left(\frac{r_1}{r^2} + r_2 \ln r + r_3 r^2 + r_4 \right) \sin(\theta)$$

$$v_1(r, \theta) = \left(-\frac{r_1}{r^2} + r_2 (\ln r + 1) + 3r_3 r^2 + r_4 \right) \cos(\theta) + \left(\frac{s_1}{r^2} - s_2 (\ln r + 1) - 3s_3 r^2 - s_4 \right) \sin(\theta)$$

$$p(r, \theta) = \left(-2(1-\alpha)^2 s_2 \frac{1}{r} + 8(1-\alpha)^2 s_3 r \right) \cos(\theta) + \left(-2(1-\alpha)^2 r_2 \frac{1}{r} + 8(1-\alpha)^2 r_3 r \right) \sin(\theta)$$

$$P_{11}(r, \theta) = \left(c_1 r^{2/(n-\sqrt{n^2+4})} + c_2 r^{(-n+\sqrt{n^2+4})/2} \right) \cos \theta + \\ + \left(c_3 r^{2/(n-\sqrt{n^2+4})} + c_4 r^{(-n+\sqrt{n^2+4})/2} \right) \sin \theta$$

$$P_{21}(r, \theta) = \left(d_1 r + d_2 \frac{1}{r} \right) \cos \theta + \left(d_3 r + d_4 \frac{1}{r} \right) \sin \theta$$

$c_{1,2,3,4}$, $d_{1,2,3,4}$, $s_{1,2,3,4}$, $r_{1,2,3,4}$ определяется из граничных условий для первого приближения.

Получены также основные характеристики подшипника: вектор нагрузки, главный момент, коэффициент трения. Определены их зависимости от геометрических характеристик подшипника и вала, а также от пористости пористых тел.

Литература

1. А.К. Никитин и др. Гидродинамическая теория смазки и расчет подшипников скольжения, работающих в стационарном режиме. М.: Наука, 1981

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДИК ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

З.Н. Уласевич

Брестский политехнический институт

В период стремительного роста различной многосторонней информации очевидной становится значимость совершенствования и разработки новых подходов и методов преподавания, что созвучно с современными представлениями об информационных технологиях. В связи с этим представляется схема обобщения методик преподавания важнейших разделов