О НАПРЯЖЕНОЙ ПОСАДКЕ ДЕТАЛЕЙ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

А.С. Кравчук
Белорусская государственная политехническая академия

Введение. Оценка прочности различных соприкасающихся деталей даже в простейших механизмах и устройствах возможна лишь при достаточно полной информации о распределении напряжений в местах касания деталей. Решение этих задач методами сопротивления материалов приводит к приблизительным результатам, что стимулировало широкое использование в отечественной и зарубежной практике проектных расчетов данных экспериментальных исследований [1-5]. Поэтому одним из основных направлений развития механики является теоретическое решение соответствующих практических задач в сочетании с экспериментальным обоснованием получаемых результатов [1, 3].

Одним из наиболее распространенных видов соединений, применяющихся в технике являются напряженные посадки деталей [1, 4]. Следует отметить, что многие задачи теории упругости для сопряжений подобного рода приводятся к задачам для односвязных областей [6]. Однако остались нерешенными некоторые вопросы методического характера. Так, используемые при решении задачи о напряженной посадке изотропного цилиндра в изотропную пластину с цилиндрическим отверстием ограничения существенно снижает возможность оценить тенденцию влияния основных геометрических параметров задачи на напряженное состояние и нагрузку при которой происходит раскрытие стыка.

Постановка задачи и ее решение. Рассмотрим задачу о взаимодействии упругой изотропной пластины единичной толщины, имеющей круглый вырез радиуса R с упругим диском радиуса r $(\varepsilon = R - r < 0)$. Сила P действует вдоль оси y. В области контакта L трение отсутствует [1]. Пусть

$$x_1 = R\cos(\theta),\ y_1 = R\sin(\theta),$$
$$x_2 = r\cos(\theta),\ y_2 = r\sin(\theta)$$

Тогда

$$(x_1 + u_1)^2 + (y_1 + v_1)^2 = (x_2 + u_2)^2 + (y_2 + v_2 - \delta)^2,$$

u_m, v_m $(m=\overline{1,2})$ – компоненты перемещений для плоскости с цилиндрическим отверстием (при $m=1$) и для диска (при $m=2$), δ – осадка центра диска. Пренебрегая малыми более высокого порядка, получаем:

$$\frac{R^2-r^2}{2}+R\left(u_1\cos(\theta)+v_1\sin(\theta)\right)=r\left(u_2\cos(\theta)+\left(v_2-\delta\right)\sin(\theta)\right)$$

Кроме того, на контуре имеем [7]

$$\frac{1}{R_m}\left(\frac{\partial v_{\theta m}}{\partial\theta}+v_{rm}\right)=\frac{1}{E_m}\left(G_{1m}\sigma_{\theta m}-\nu_m G_{2m}\sigma_r\right)$$

где $R_m=R$ (при $m=1$) и r (при $m=2$), $G_{1m}=(1-\nu_m{}^2)$, $G_{2m}=(1+\nu_m)$– для плоской деформации; $G_{1m}=G_{2m}=1$ - для плоского напряженного состояния; ν_m $(m=\overline{1,2})$– коэффициенты Пуассона для плоскости и диска соответственно; E_m $(m=\overline{1,2})$– модули Юнга; $\sigma_{\theta m}$, σ_r – компоненты напряжений в полярной системе координат. Тогда, используя (4), (5) получаем:

$$\frac{R^2-r^2}{2}+\frac{R^2}{E_1}\left(G_{11}\sigma_{11}-\nu_1G_{21}\sigma_r\right)+R\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\partial u_1}{\partial\theta}\cos(\theta)+\frac{\partial v_1}{\partial\theta}\sin(\theta)\right)=$$

$$=\frac{r^2}{E_1}\left(G_{12}\sigma_{12}-\nu_2G_{22}\sigma_r\right)+r\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\partial u_2}{\partial\theta}\cos(\theta)+\frac{\partial v_2}{\partial\theta}\sin(\theta)\right)$$

Известно, что [8]

$$\begin{aligned}
&\sigma_{\theta\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{rm}}=2\left[\Phi_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})+\overline{\Phi_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})}\right],\\
&\sigma_{\theta\mathrm{m}}-\sigma_{\mathrm{rm}}+2\mathrm{i}\,\tau_{\mathrm{r}\theta\mathrm{m}}=2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\theta}\left[\overline{\mathrm{w}}\Phi'_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})+\Psi_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})\right], \qquad (1)\\
&2\mu_{\mathrm{m}}(\mathrm{u_m}+\mathrm{i}\mathrm{v_m})=\kappa_{\mathrm{m}}\varphi_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})-\mathrm{w}\overline{\Phi_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})}-\overline{\psi_{\mathrm{m}}(\mathrm{w})}
\end{aligned}$$

где $w=s$ для диска и $w=z$ для плоскости, $\mu_m(m=\overline{1,2})$– коэффициент Ляме; $i = \sqrt{-1}$; $\varphi(w)$, $\psi(w)$ - комплексные потенциалы Колосова- Мусхелишвили; $\varphi'(w) = \Phi(w)$, $\psi'(w) = \Psi(w)$. Из (6) с учетом (7) получаем

Учитывая отсутствие трения в области контакта, а также результаты [5, 9] получаем:

$$\Phi_1(z) = \frac{\kappa_1}{2\pi(1+\kappa_1)}\frac{iP}{z} - \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\sigma_r(\tau)d\tau}{\tau - z}, \qquad (2)$$

$$\Phi_2(s) = \frac{-1}{2\pi(1+\kappa_2)}\frac{iP}{s} - \frac{iP}{2\pi(1+\kappa_2)}\frac{s}{r^2} + \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\sigma_r(\zeta)d\zeta}{\zeta - s} - \frac{1}{4\pi i}\int_L \frac{\sigma_r(\zeta)d\zeta}{\zeta} \qquad (3)$$

Но $h = tr/R$, $\zeta = \tau r/R$. Таким образом, из (1)-(3) получаем интегро-дифференциальное уравнение относительно нормальных радиальных напряжений, все коэффициенты которого получены без ограничений на основные геометрические параметры задачи:

$$\frac{t}{\pi i}\int_L \frac{\sigma_r'(\tau)d\tau}{\tau - t} = \gamma_1\sigma_r(\tau) - \frac{iP}{\pi}\gamma_2\left(\frac{1}{t} - \frac{t}{R^2}\right) - \gamma_3 b - \gamma_4\frac{R^2 - r^2}{2}, \qquad (4)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{(G_{12} - \nu_2 G_{22})E_1 R r^2 - (G_{11} - \nu_1 G_{21})E_2 R^3}{2(R^3 E_2 G_{11} + r^3 E_1 G_{12})},$$

$$\gamma_2 = \frac{(1+\nu_2)E_1 R r^2 + \kappa_1(1+\nu_1)E_2 R^3}{4(R^3 E_2 G_{11} + r^3 E_1 G_{12})},$$

$$\gamma_3 = \frac{R G_{11} E_2}{(R^3 E_2 G_{11} + r^3 E_1 G_{12})},$$

$$\gamma_4 = \frac{R E_1 E_2}{2(R^3 E_2 G_{11} + r^3 E_1 G_{12})},$$

$$\frac{b}{R^2} = -\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\sigma_r}{\tau}d\tau, \quad t = Re^{i\theta},$$

α_0 – полуугол контакта; $\kappa_m = 3 - 4\nu_m$ – для плоской деформации; $\kappa_m = (3 - \nu_m)/(1 + \nu_m)$ – для плоского напряженного состояния.

Результаты исследований [1, 5] показывают, что в случае, когда стык не раскрыт, решение (4) имеет вид:

$$\sigma_r(\theta) = -\frac{2P\gamma_2}{\pi R(1-\gamma_1)}\cos(\theta) + \frac{\gamma_4(R^2 - r^2)}{2(\gamma_1 + \gamma_3 R^2)}$$

и величина силы для $\sigma_r(\pi) = 0$:

$$P_{\kappa p} = \frac{\gamma_4(r^2 - R^2)}{4(\gamma_1 + \gamma_3 R^2)} \frac{\pi R(1-\gamma_1)}{\gamma_2}$$

При $P > P_{\kappa p}$ происходит раскрытие стыка.

Сопоставление теоретических и экспериментальных данных полученных для стального диска и пластины из сплава Д16Т (плоское напряженное состояние) показывает, что расхождение не превосходит 6% [1].

Выводы:

-решена задача о напряженной посадке цилиндра в цилиндрической полости изотропной пластины без ограничений на основные геометрические параметры тел;

- установлено, что полученные теоретические зависимости с достаточной для практики точностью описывают напряженное состояние в исследуемом сопряжении.

Литература

1. Сухарев И.П. Прочность шарнирных узлов машин. - М.: Машиностроение, 1977.
2. Биргер И.А., Шорр В.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчеты на прочность деталей машин. - М.: Машиностроение, 1979.
3. Суслов А.Т., Трегер Л.В., Якобсон Г.А. Прочность соединений деталей с гарантированным натягом// Сб.: «Контактное взаимодействие твердых тел».- Калинин. - Изд-во КГУ.- 1982, С.27-31.
4. Решетов Д.Н. Детали машин. - М.: Машиностроение, 1989.
5. Теплый М.И. О расчете напряжений в цилиндрических соединениях// Проблемы прочности, 1979, № 9, с. 97-100.

6. Тарабасов Н.Д. Напряженное состояние машиностроительных деталей и их расчеты// «Расчеты на прочность», вып. 3, 1958, с. 194-200.

7. Прусов И.А. Термоупругие анизотропные пластинки. Минск, 1978.

8. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Кручение и изгиб. М., 1966.

9. Шереметьев М.П. Пластинки с подкрепленным краем. - Львов. 1960.

ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЛАЗЕРЫ С ОПТИЧЕСКОЙ НАКАЧКОЙ НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОСТРУКТУР ZNSE/ZNMGSSE/GAAS С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

Е. В. Луценко, А. А. Гладыщук
Брестский политехнический институт
И. П. Марко, А. Л. Гурский, Г. П. Яблонский
Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси
M. Heuken
AIXTRON AG, Aachen, Germany
H. Kalisch, K. Heime
Institut fьr Halbleitertechnik, RWTH Aachen, Germany

Гетероструктуры на основе широкозонных полупроводников типа A^2B^6 перспективны для создания на их основе инжекционных лазеров и светодиодов на сине-зеленую область спектра, а также излучателей с электронной и оптической накачкой для лазерного цветного телевидения. Такие лазеры и излучатели будут использованы в видеодисплеях, пьезоэлектрических и акусто-оптических модуляторах, оптических системах памяти с высокой плотностью записи информации.

После создания первых инжекционных лазеров в сине-зеленой области спектра в 1991 г. [1, 2] началось интенсивное развитие работ по оптическим свойствам слоев и структур на основе ZnSe и ZnMgSSe. Во многих работах, в том числе в работах авторов [4-6], было показано, что пороги генерации в эпитаксиальных слоях в несколько раз меньше, чем в объемных кристаллах. В гетероструктурах с квантовыми ямами вследствие эффектов пространственного оптического и электрического ограничения оказалось возможным уменьшить пороги генерации еще почти на порядок величины.