ИНДЕКС КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО АНАЛОГА СИСТЕМЫ КОШИ-РИМАНА

Усс А.Т.

Пусть Ω - односвязная область в R^3 , ограниченная достаточно гладкой поверхностью S , гомеоморфной сфере. Рассматривается крайняя задача Гильберта отыскания четырехкомпонентного вектор-столбца класса $C^{1,2}(\Omega \cup S)$, удовлетворяющего в области Ω системе дифференциальных уравнений

$$\sum_{j=1}^3 A_j \frac{\partial U}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

а на поверхности S - следующим краевым условием:

$$M_j(y) \cdot U(y) = f_j(y) \quad (j = 1, 2; y \in S) \quad (2)$$

Здесь A_j - единичная матрица четвертого порядка,

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$M_j (j = 1, 2)$ - четырехкомпонентные вектор-строки из функций того же класса $C^a(S)$, что и функция f_j ; точка в (2) обозначает операцию матричного умножения.

Система (1) является трехмерным аналогом системы Коши-Зимана в том смысле, что каждая компонента решения ее является гармонической функцией. В отличие от изучавшихся ранее аналогов, рассматриваемая система имеет неортогональный тип.

В одной из работ автора настоящего сообщения было получено условие нетеровости задачи (1), (2), заключающееся в отличии от нуля нормальной составляющей к S специального векторного поля, построенного из коэффициентов граничного оператора M . Гомотопиями коэффициентов системы (1) и граничных условий (2), не нарушающих условие нетеровости, задачу (1), (2) удастся свести к классической задаче построения векторного поля по его вихрю и расходимости [1]. В результате оказывается справедливым следующее заключение.

Теорема. Индекс задачи (1), (2), в случае ее нетеровости, равен минус единице.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шиллов Г.Е. Лекции по векторному анализу. - М. - 1954