ЛИТЕРАТУРА

1. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М., Мир, 1975.

2. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М., Мир, 1988.

3. Лисковец О.А., Мадорский В.М., Силаев Н.В. Итерационные процессы без обращения со сверхлинейной или кубической скоростью сходимости. Препринт института матем. АН БССР, 1991, № 1, с. 1-17.

О ЛОКАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

Лукьянчук Д.Н., Мадорский В.М.

Рассматривая процессы, описываемые дифференциальными системами, возникает проблема существования в окрестности приближенного решения $Xo(t)$ точного изолированного решения 2π-периодической системы

$$f(x) = \frac{dx}{dt} - X(x,t) = 0; x(0) = x(2\pi). \tag{1}$$

Вопрос этот рассмотрен Урабе в [1] и решался при условии, что начальное приближение взято достаточно близким к решению системы (1). Позже, ряд авторов продолжили работу в этом направлении ([2]).

Система (1) рассматривается в области $\Omega\{x: \|x(t) - x_0(t)\| \le r, t \in [0,2\pi]\}$, $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$, $X(x,t) = X^1(t), \dots, X^n(t)$ - непрерывные 2π-периодические по t вектор-функции и якобиан $\Psi(x,t)$ функции $X(x,t)$ по x удовлетворяет условию Липшица с константой L, $\|\Psi^{-1}(x,t)\| \le M$. Тогда справедлива

ТЕОРЕМА. Пусть оператор f удовлетворяет в $\Omega(r \ge 2M\|f(x_0)\|)$ перечислен- ным выше условиям и система (1) имеет в Ω решение x^*. Тогда метод Ньютона с регулировкой шага $x_{n+1} = x_n - \beta_n [f'(x_n)]^{-1} f(x_n) = x_n - \beta_n \Delta x_n$,

$$\beta_n = \min\left(1, {w_n}\Big/\left(2\left\|f\left(x_n - \Delta x_n\right)\right\|\right)\right),$$

$w_{n+1} = \left(1-\beta_n\right)w_n + \beta_n^2\left\|f\left(x_n - \Delta x_n\right)\right\|$, $w_0 = \left\|f\left(x_0\right)\right\|$ со сверх линейной скоростью сходится к x^*. Доказательство теоремы аналогично доказательству теоремы 1 из [2].

ЛИТЕРАТУРА.

1. Urabe M. Galerkin's procedure for nonlinear peroidic systems. - Arch.Ration.Mech. and Anal., 1995, V 20, № 2, p. 120-152.

2. Мадорский В.М. Локализация решений нелинейных граничных задач. Известия ВУЗов, Математика, 1986, № 12, с. 45-51.

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К ПОСТРОЕНИЮ НЕЛОКАЛЬНЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Мадорский В.М.

Для решения нелинейного операторного уравнения

$$f\left(x\right) = 0; \quad f\left(\Omega \subset X \to X\right), \tag{1}$$

где X - B-пространство, эффективно применяются итерационные процессы, обобщенная запись которых имеет вид

$$x_{n+1} = x_n - \beta_n \Delta x_n; \quad \beta_n \in \left(0,1\right], \; n = 0,1,2,\ldots \tag{2}$$

Процессам вида (2) посвящена обширная литература (см. [1,2] и приведенную там библиографию). В зависимости от способа определения β_n и конкретного способа построения Δx_n имеем тот или иной итерационный процесс. Пусть оператор f удовлетворяет условиям:

$$f \in C_\Omega^{(1)}, \; \left\|\left[f'\left(x_n\right)\right]^{-1}\right\| \le B; \; \left\|f'\left(x\right) - f'\left(y\right)\right\| \le L\left\|x - y\right\|; \; x, y \in \Omega.$$

Условия, аналогичные приведенным выше, являются естественными при исследовании нелокальных итерационных процессов [1].

Пусть $\Delta x_n = \left[f'\left(x_n\right)\right]^{-1} f\left(x_n\right)$. Определим β_n таким образом:

1. $\beta_n = \min\left(1, {W_n}\Big/\left(2\left\|f\left(x_n - \Delta x_n\right)\right\|\right)\right)$; $W_{n+1} = \left(1-\beta_n\right)W_n + \beta_n^2\left\|f\left(x_n - \Delta x_n\right)\right\|$; $W_0 = \left\|f\left(x_n\right)\right\|$ (3)

2. $\beta_n = {W_n}\Big/\left(W_n + \left\|f\left(x_n - \Delta x_n\right)\right\|\right)$; $W_{n+1} = \left(1-2\beta_n\right)W_n + \beta_n^2\left(W_n + \left\|f\left(x_n - \Delta x_n\right)\right\|\right)$; $W_0 = \left\|f\left(x_n\right)\right\|$ (4)