$$\sigma^-(x) = \bar{a}_2(-\infty) + \sum_{j=1}^{t} \bar{b}_{2j}(-\infty,-\infty)\ K_{2j}(x) \neq 0 \ ,$$

а $\quad Ind\,Б = Ind \dfrac{\sigma^+(x)}{\sigma^-(x)}$.

Следовательно, при $æ = Ind\,Б > 0$ уравнение $Б\varphi = f$, безусловно разрешимо и число его решений $n \geq æ$.

ОБ ОДНОМ СВЕРХЛИНЕЙНОМ КВАЗИНЬЮТОНОВСКОМ ПРОЦЕССЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В R^N

Лобов С.Д., Мадорский В.М.

Для решения нелинейного операторного уравнения

$$f(x) = 0; \quad f\left(\Omega \subset \Re^n \to \Re^n\right) \tag{1}$$

эффективен ряд квазиньютоновских процессов (см. [1,2]). Основной недостаток предлагаемых процессов - локальная сходимость. Предлагается нелокальный квазиньютоновский итерационный процесс

$$x_{n+1} = x_n - \beta_n \frac{\left\|f(x_n)\right\|^2 \overline{f'}(x_n) f(x_n)}{\left\|\overline{f'}(x_n) f(x_n)\right\|^2} = x_n - \beta_n \Delta x_n \tag{2}$$

где $\overline{f}'(x)$ - оператор, сопряженный к $f'(x)$ - производной Фреше $f(x)$

$$\beta_n = {w_n}\Big/\left(w_n + \left\|f(x_n - \Delta x_n)\right\|\right) \tag{3}$$

$$w_{n+1} = \left(1 - 2\beta_n\right) w_n + \beta_n^2 \left(w_n + \left\|f(x_n - \Delta x_n)\right\|\right), \quad w_0 = \left\|f(x_0)\right\| \tag{4}$$

При дополнительном условии, что существует вторая производная в смысле Фреше, удовлетворяющая условию $m \leq \left\|f''(x)\right\| \leq M$; $m>0$, справедлива

ТЕОРЕМА. Пусть оператор f удовлетворяет перечисленным выше условиям в интересующей нас области Ω существует x^* решение уравнения (1). Тогда итерационный процесс (2)-(4) со сверхлинейной скоростью сходится к x^*. Доказательство теоремы аналогично [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М., Мир, 1975.

2. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М., Мир, 1988.

3. Лисковец О.А., Мадорский В.М., Силаев Н.В. Итерационные процессы без обращения со сверхлинейной или кубической скоростью сходимости. Препринт института матем. АН БССР, 1991, № 1, с. 1-17.

О ЛОКАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

Лукьянчук Д.Н., Мадорский В.М.

Рассматривая процессы, описываемые дифференциальными системами, возникает проблема существования в окрестности приближенного решения $Xo(t)$ точного изолированного решения 2π-периодической системы

$$f(x) = \frac{dx}{dt} - X(x,t) = 0; x(0) = x(2\pi). \qquad (1)$$

Вопрос этот рассмотрен Урабе в [1] и решался при условии, что начальное приближение взято достаточно близким к решению системы (1). Позже, ряд авторов продолжили работу в этом направлении ([2]).

Система (1) рассматривается в области $\Omega\{x: \|x(t) - x_0(t)\| \le r, t \in [0,2\pi]\}$, $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$, $X(x,t) = X^1(t), \dots, X^n(t)$ - непрерывные 2π-периодические по t вектор-функции и якобиан $\Psi(x,t)$ функции $X(x,t)$ по x удовлетворяет условию Липшица с константой L, $\|\Psi^{-1}(x,t)\| \le M$. Тогда справедлива

ТЕОРЕМА. Пусть оператор f удовлетворяет в $\Omega(r \ge 2M\|f(x_0)\|)$ перечислен- ным выше условиям и система (1) имеет в Ω решение x^*. Тогда метод Ньютона с регулировкой шага $x_{n+1} = x_n - \beta_n [f'(x_n)]^{-1} f(x_n) = x_n - \beta_n \Delta x_n$,