

3. Алексеев, Т.Ю. Деформирование конечного элемента системы перекрестных балок, упруго-податливо присоединенного к узлам // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов / БрГТУ. – Брест, 2015.

4. Павловская, Т.А. С#: Программирование на языке высокого уровня. – С.-Петербург : Питер, 2014. – 432 с.

УДК 681.3:519.3

Алексеев Т.Ю.

Научный руководитель: Игнатюк В.И.

ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА СИСТЕМЫ ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК, УПРУГО-ПОДАТЛИВО ПРИСОЕДИНЕННОГО К УЗЛАМ

Введение. Расчет сооружений методом конечных элементов широко распространен в настоящее время. При этом учет всех особенностей работы сооружений остается актуальной задачей. Соединение в стержневых системах конечных элементов между собой в узлах в большинстве случаев не бывает идеально шарнирным или абсолютно жестким. Поэтому учет упруго-податливого присоединения стержневых конечных элементов к узлам является необходимым и актуальным.

Постановка задачи. Рассматривается расчет систем перекрестных балок методом конечных элементов [1] с учетом упругой податливости узловых соединений [2]. Пусть основное разрешающее уравнение метода конечных элементов

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{F\} \quad (1)$$

решено и определены перемещения узлов (Δ_i) расчетной дискретной модели системы, которые равняются соответствующим перемещениям концов пространственных конечных элементов (δ_s), присоединяемых к этим узлам. Таких перемещений в каждом узле будет шесть – три линейных перемещения по направлениям осей x , y и z общей системы координат и три угла поворота относительно этих осей (рис. 1). В (1) обозначено: $[K]$ – матрица жесткости системы; $\{\Delta\}$ – вектор перемещений узлов системы; $\{F\}$ – вектор внешних узловых нагрузок.

Получим зависимости для определения перемещений сечений балочного конечного элемента, упруго-податливого присоединяемого к узлам расчетной дискретной модели системы перекрестных балок, в зависимости от перемещений узловых точек расчетной дискретной модели и действующих на стержни распределенных нагрузок. При этом зависимости для конечного элемента получим сначала в местной системе координат с последующим их преобразованием в общую (глобальную) систему координат.

Узловые перемещения для конечного элемента из глобальной в местную систему координат преобразуем с помощью зависимости [1]

$$\{\delta'_s\} = [T_{cs}] \cdot \{\delta_s\}, \quad (2)$$

где $[T_{cs}]$ – матрица преобразования координат, вид которой для пространственного стержневого конечного элемента представлен в работе [1].

Получение расчетных зависимостей. Расчет конечного элемента выполним методом перемещений [3], приняв за неизвестные – перемещения конечных точек расчетной дискретной модели стержня (Z_i), в которых стержень присоединяется к узлам конечно-элементной модели системы с помощью упру-

гих связей (перемещения точек a и b на рис. 1). Жесткости упругих связей представлены величинами: c_1, c_2, c_3 и c_7, c_8, c_9 – жесткости линейных упругих связей по направлениям осей x', y' и z' соответственно в начале и в конце элемента (рис. 2,а); c_4, c_5, c_6 и c_{10}, c_{11}, c_{12} – жесткости угловых упругих связей относительно осей x', y' и z' соответственно в начале и в конце стержня (рис. 2,б).

Основную систему метода перемещений получим, установив по направлениям всех возможных линейных и угловых перемещений концов стержня в точках a и b дополнительные связи (рис. 3). Система уравнений метода перемещений в матричной форме имеет вид

$$[r] \cdot \{Z\} + \{R_f\} = 0, \quad (3)$$

где $\{Z\}$ – вектор перемещений дополнительных связей (рис. 3); $[r]$ – матрица реакций в

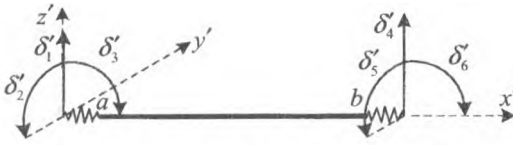


Рисунок 1 – перемещения узлов для балочного КЭ СПБ

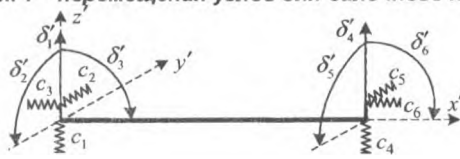


Рисунок 2 – Упругие связи конечного элемента СПБ



Рисунок 3 – Основная система метода перемещений

дополнительных связях, возникающих при их единичных смещениях; то есть элемент этой матрицы r_{ik} представляет собой реактивное усилие в направлении i -ой дополнительной связи (это могут быть силы в линейных связях, либо моменты в угловых связях) от единичного перемещения k -ой дополнительной связи (линейного смещения либо угла поворота); $\{R_f\}$ – вектор реактивных усилий в дополнительных связях от внешних воздействий, в качестве которых здесь будут выступать перемещения узлов δ' и внешние нагрузки, распределенные в общем случае по трапецеидальным зависимостям.

Для определения реакций в дополнительных связях от единичных перемещений узлов воспользуемся табличными эпюрами метода перемещений [2].

Построим от каждого из единичных перемещений эпюры усилий (изгибающих моментов) и найдем возникающие в дополнительных связях реакции спо-

собом вырезания узлов. При этом учтем, что при единичном перемещении упругих связей в них возникают усилия (силы, моменты), равные обратной величине жесткости соответствующих связей. На рис. 4 показаны соответствующие процедуры для перемещений $Z_1 = 1$, $Z_2 = 1$ и $Z_3 = 1$.

Для остальных трех перемещений эти процедуры аналогичны. В результате из вырезания узлов и рассмотрения их равновесия получаем:

а) от перемещения $Z_1 = 1$:

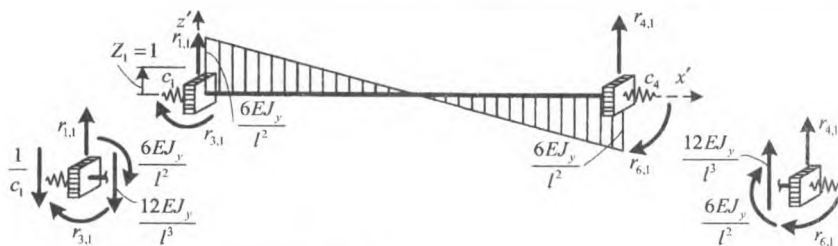
$$r_{1,1} = \frac{12EJ_y}{l^3} \cdot \frac{1}{c_1}; \quad r_{3,1} = -\frac{6EJ_y}{l^2}; \quad r_{4,1} = \frac{12EJ_y}{l^3}; \quad r_{6,1} = -\frac{6EJ_y}{l^2}$$

в) от перемещения $Z_2 = 1$:

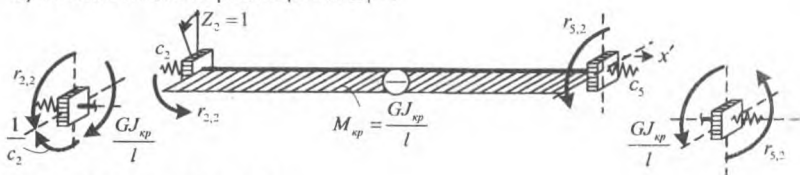
$$r_{3,2} = \frac{GJ_{sp}}{l} + \frac{1}{c_2}; \quad r_{5,2} = -\frac{GJ_{sp}}{l}$$

г) от перемещения $Z_3 = 1$:

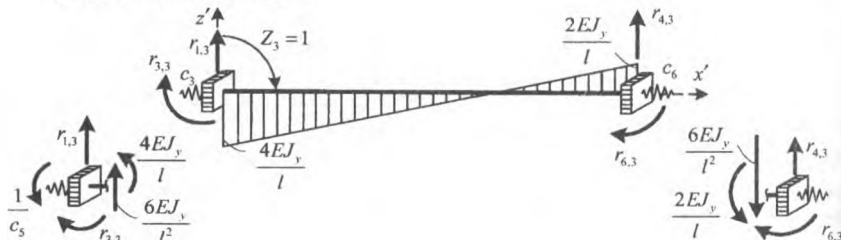
$$r_{1,3} = -\frac{6EJ_y}{l^2}; \quad r_{3,3} = \frac{4EJ_y}{l} + \frac{1}{c_3}; \quad r_{4,3} = \frac{6EJ_y}{l^2}; \quad r_{6,3} = \frac{2EJ_y}{l}$$



а) от линейного перемещения $Z_2 = 1$



б) от угла поворота $Z_2 = 1$



в) от угла поворота $Z_3 = 1$

Рисунок 4

Реакции в дополнительных связях, возникающих от остальных трех единичных перемещений, находятся аналогично. Матрица $[r]$ в результате принимает вид (4):

$$[r] = \begin{bmatrix} \frac{12EJ_v}{l^3} \left| \frac{1}{c_1} \right. & 0 & \frac{6EJ_v}{l^2} & \frac{12EJ_v}{l^3} & 0 & \frac{6EJ_v}{l^2} \\ 0 & \frac{GJ_{\text{сп}}}{l} + \frac{1}{c_2} & 0 & 0 & \frac{GJ_{\text{сп}}}{l} & 0 \\ \frac{6EJ_v}{l^2} & 0 & \frac{4EJ_v}{l} \left| \frac{1}{c_3} \right. & \frac{6EJ_v}{l^2} & 0 & \frac{2EJ_v}{l} \\ \hline \frac{12EJ_v}{l^3} & 0 & \frac{6EJ_v}{l^2} & \frac{12EJ_v}{l^3} \left| \frac{1}{c_4} \right. & 0 & \frac{6EJ_v}{l^2} \\ 0 & \frac{GJ_{\text{сп}}}{l} & 0 & 0 & \frac{GJ_{\text{сп}}}{l} + \frac{1}{c_5} & 0 \\ \frac{6EJ_v}{l^2} & 0 & \frac{2EJ_v}{l} & \frac{6EJ_v}{l^2} & 0 & \frac{4EJ_v}{l} \left| \frac{1}{c_6} \right. \end{bmatrix} \quad (4)$$

Свободные члены уравнения (3) $R_{i,j}$ представляют собой реакции в дополнительных связях от внешних воздействий на рассматриваемый конечный элемент. В качестве внешних воздействий здесь выступают перемещения узлов δ' и распределенные по трапецидальным зависимостям внешние нагрузки. Перемещения узлов δ' будут вызывать в упругих связях усилия, равные произведению этих перемещений на величины, обратные жесткостям связей ($\delta' \cdot \frac{1}{c_i}$). Действие трапецидально распределенных нагрузок учтем с помощью зависимостей для усилий от этих нагрузок по концам стержней, полученных в [1], сложив действие равномерно распределенной и треугольно распределенной нагрузок.

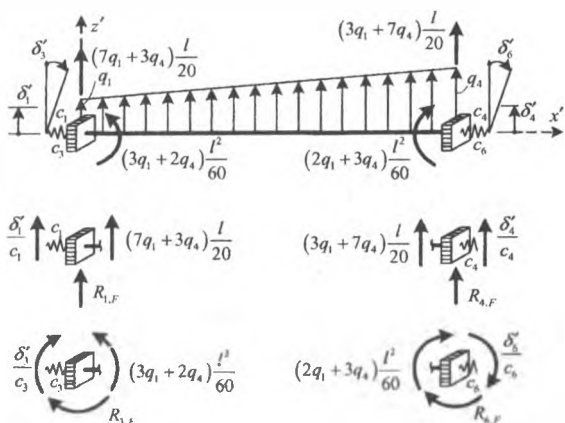


Рисунок 5 – Определение грузовых реакций в плоскости $x'z'$

Определение грузовых реакций $R_{i,F}$ для стержня от перемещений узлов δ' и распределенных нагрузок показано на рис. 5. Вырезания узлы в методе перемещений, получим:

$$\begin{aligned} R_{1,F} &= -\frac{\delta_1'}{c_1} - (7q_1 + 3q_4) \frac{l}{20}; & R_{3,F} &= -\frac{\delta_3'}{c_3} - (3q_1 + 2q_4) \frac{l^2}{60}; \\ R_{4,F} &= -\frac{\delta_4'}{c_4} - (q_1 + 2q_4) \frac{l}{6}; & R_{6,F} &= -\frac{\delta_6'}{c_6} - (2q_1 + 3q_4) \frac{l^2}{60}; \end{aligned} \quad (5)$$

Матрица $\{R_F\}$ определена. Решая систему уравнений метода перемещений (3) найдем перемещения $\{Z\}$ концов стержня, упруго-податливо присоединяемого к узлам системы.

После этого перемещение любого сечения стержня в местной системе координат определим на основе дифференциальной зависимости:

$$\frac{d^2 u_i}{dx^2} = \frac{M_i}{EJ}, \quad \frac{d^2 u_i}{dx^2} = \frac{M_v}{EJ_v} = \frac{1}{EJ_v} \left(r_3 + r_1 x + \frac{q_1}{2} x^2 + \frac{q_4 - q_1}{6l} x^3 \right). \quad (6)$$

Проинтегрируем выражение два раза и, подставив граничные условия, найдем постоянные интегрирования. Граничные условия при жестком присоединении к начальному узлу записываются в виде: при $x=0$ $y=Z_1$, $\varphi = \frac{du_i}{dx} = -Z_1$.

В результате получим зависимость для прогибов сечений стержня в виде:

$$u_i = Z_1 - Z_3 x + \frac{1}{EJ_z} \left(r_3 \frac{x^2}{2} + r_1 \frac{x^3}{6} + q_1 \frac{x^4}{24} + \frac{q_4 - q_1}{120l} x^5 \right).$$

Заключение. В работе получены зависимости для определения перемещений сечений конечных элементов, упруго-податливо присоединяющихся к узлам систем перекрестных балок, позволяющие определить координаты любого сечения деформированного сооружения.

Список цитированных источников

1. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стрелевых систем: учебное пособие / В.И. Игнатюк. – Брест: БрГТУ, 2007. – 172 с.
2. Игнатюк, В.И. Строительная механика: пособие / В.И. Игнатюк, И.С. Сыроквашко. – Брест: БрГТУ, 2015. – 152 с.

УДК 697.921.2

Бакукин Н.В., Дьякончук А.С.

Научный руководитель: ст.преподаватель Полюхович А.А.

ПРИЧИНЫ НАРУШЕНИЯ РАБОТЫ ЕСТЕСТВЕННОЙ ВЕНТИЛЯЦИИ В МНОГОКВАРТИРНЫХ ЖИЛЫХ ДОМАХ. ПУТИ РЕШЕНИЯ.

Целью настоящей работы является выявление основных причин нарушения работы систем естественной вентиляции и нахождение путей решений восстановления нормального режима вентиляции в многоквартирных жилых домах.

Предмет исследования – система естественной вентиляции.

Объект исследования – многоквартирные жилые дома.