

## ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ НЕСОВЕРШЕНСТВ ФОРМЫ НА МЕСТНУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ СЕТЧАТОГО КУПОЛА ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ УЗЛОВОЙ НАГРУЗКИ

Глушко К. К.

**Введение.** Потерей местной устойчивости сетчатого купола называют явление прощёлкивания его отдельных узлов к центру кривизны описанной вокруг сооружения сферы [1]. Прощёлкивание узлов выпуклых стержневых многогранников, образующих сетчатый купол, сопровождается явно выраженным геометрически нелинейным процессом деформирования рассматриваемой стержневой пирамиды и относится к потере устойчивости второго рода.

Несовершенства формы рассматриваемого сооружения выражается в наличии некоторых отклонений от заданной формы сооружения и способны оказывать значительное влияние на результаты расчёта на потерю устойчивости формы отдельных стержневых многогранников сетчатых куполов.

Наличие начальных несовершенств в геометрии сетчатой конструкции приводит к неточности расчёта, поскольку наиболее часто в расчётной схеме это явление не учитывается, что ведёт к несоответствию напряжённо-деформированного состояния при использовании расчётных схем с учётом и без учёта отклонений геометрии сооружения от проектного положения. Несоблюдение требуемой точности изготовления и возведения сетчатых куполов ведёт к неопределённости работы под нагрузкой рассматриваемых конструкций.

**Основная часть.** Несовершенства формы сетчатого купола проявляются при накоплении погрешностей изготовления стержневых и узловых элементов, отклонениях длин стержней от заданных размеров, неточностями сборки и монтажа отдельных элементов. Поскольку наиболее часто используемые узловые элементы требуют очень низких величин допусков (0,15-0,3мм) [2], то возникают ситуации, когда накопившиеся за период возведения сооружения погрешности и отклонения от заданной формы не позволяют собрать сетчатую конструкцию. В этом случае прибегают к разного рода подгоночным работам, что может привести к искажению заданной формы сооружения и к повышению трудоёмкости возведения [3].

В исследованиях, посвящённых прощёлкиванию узлов шарнирно-стержневых сетчатых куполов, отмечалось, что малые отклонения от заданной формы сетчатого купола ведут к значительному изменению значения критической нагрузки [3, 4]. Однозначные выводы о степени изменения величины нагрузки, вызывающей прощёлкивание верхнего узла сетчатой конструкции с упруго-податливыми узлами изложены только для конкретного примера [4].

Задачей изложенного ниже исследования является оценка влияния начальных несовершенств формы сетчатого купола на величину узловой нагрузки, вызывающей потерю местной устойчивости формы сетчатого купола.

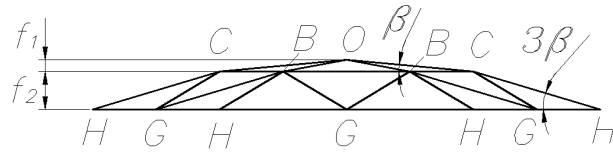
В статьях [5, 6, 7] описан метод, который позволяет определять величину критической нагрузки на верхний узел сетчатого купола, центры узлов которого располагаются на описанной вокруг стержневой конструкции сфере и не показан учёт несовершенства формы купола.

При выводе формул полагалось, что угол наклона стержней второго яруса сетчатого купола к горизонтальной плоскости в три раза превышает угол наклона стержней первого яруса к той же плоскости, поскольку форма описанной поверхности – сфера, длины стержней меридионального направления значимо не отличаются, нагрузки прикладываются в узлы симметрично относительно вертикальной оси симметрии сооружения.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{c\beta}{3c\beta} = \frac{1}{3}. \quad (1)$$

Где  $h_1$  и  $h_2$  – высоты первого и второго сверху яруса соответственно,  $c$  – длина стержня сетчатого купола,  $\beta$  – угол наклона стержней верхнего многогранника к горизонтальной

плоскости. На рисунке 1 изображён вид сбоку двухъярусного фрагмента сетчатого купола с принятыми обозначениями.



**Рисунок 1. Вид сбоку двухъярусного фрагмента сетчатого купола**

Необходимо ввести поправочный коэффициент, который бы учитывал отклонения узлов сетчатого купола от поверхности описанной сферы. Тогда выражение (1) можно переписать следующим образом:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{c\beta}{3c\beta m} = \frac{1}{3m}. \quad (2)$$

Коэффициент  $m$  здесь показывает величину отклонения отношения превышений узлов  $O$  над  $C$ ,  $C$  над  $H$  от  $1/3$ .

В связи с этим для достоверного описания напряжённо-деформированного состояния рассматриваемого сетчатого купола следует учесть действительную геометрию сооружения (учесть начальные несовершенства формы).

При учёте начальных несовершенств формы сетчатого купола учитываются лишь отклонения узлов от описанной вокруг конструкции сферы без учёта внутренних усилий в стержнях, вызванных неточностью сборки.

Законы изменения параметров продольных деформаций в стержнях  $BC$ ,  $CH$  и  $CG$  также можно переписать с учётом несовершенства формы рассматриваемого двухъярусного фрагмента:

$$\bar{\varepsilon}_{BC} = 2 \cos \delta \cos 0.5\nu \frac{-\chi(1-0.5\chi) + 9m^2\eta(1-0.5\eta) \left(1 + \frac{\cos \gamma}{\cos 0.5\nu}\right)}{4 \cos^2 \delta \cos 0.5\nu + 2 \cos 0.5\nu + \cos \gamma}; \quad (3)$$

$$\bar{\varepsilon}_{CH} = 9m^2\eta(1-0.5\eta) - \frac{\bar{\varepsilon}_{BC}}{2 \cos \delta} + \frac{\bar{\varepsilon}_{GH}}{2 \cos \tau}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_{CG} = \frac{9m^2\eta(1-0.5\eta)}{2 \cos 0.5\nu} - \frac{\bar{\varepsilon}_{BC}}{4 \cos 0.5\nu \cos \delta} + \frac{\bar{\varepsilon}_{GH}}{4 \cos 0.5\nu \cos \tau}. \quad (5)$$

С учётом выражения (2) можно переписать законы изменения параметра углового перемещения узла  $C$  и параметров поперечных сил в стержнях типа  $CH$  и  $CG$ :

$$\Theta_C = \frac{3m\eta \left( \frac{2 \cos \gamma}{\chi(u_{CG})} + \frac{1}{\chi(u_{CH})} \right) + 2\chi \cdot \gamma(u_{CO})}{2\alpha(u_{CO}) + 4 \cos^2 \delta \cdot \delta(u_{BC}) + \frac{1}{\chi(u_{CH})} + \frac{2 \cos^2 \gamma}{\chi(u_{CG})}}; \quad (6)$$

$$\bar{Q}_C^{CH} = \frac{-3m\eta + \Theta_C}{n \cdot \chi(u_{CH})}; \quad (7)$$

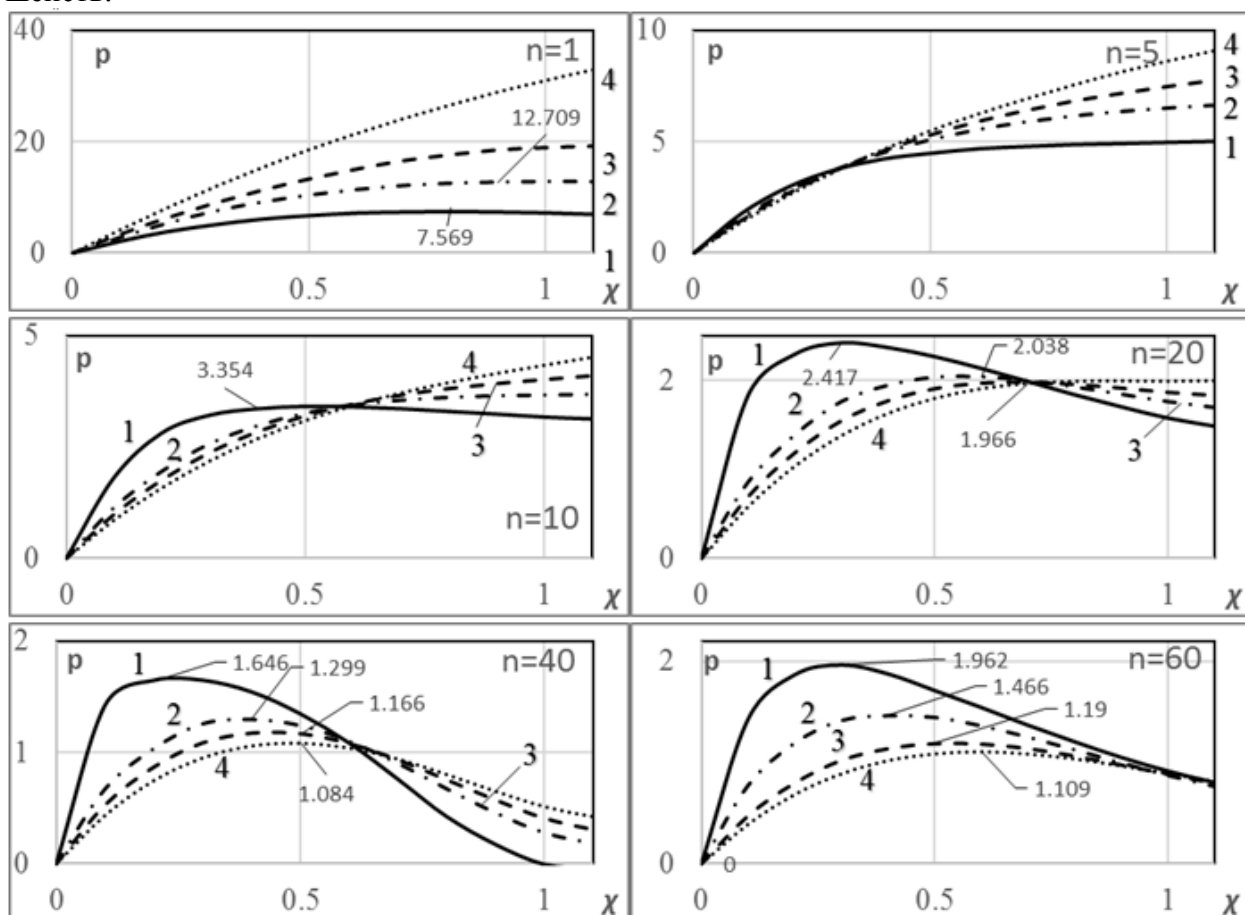
$$\bar{Q}_C^{CG} = \frac{-3m\eta + \Theta_C \cos(u_{CG})}{n \cdot \chi(u_{CG})}. \quad (8)$$

Где  $n = c^2 EA\beta^3 / EI = (f_1 / \rho)^2$ ,  $E$  – модуль упругости материала стержней,  $A$  – площадь поперечного сечения стержня,  $I$  – момент инерции поперечного сечения стержня,  $u_i = \sqrt{n\varepsilon_i}$ .

Отношение нагрузок в узлах также следует переписать с учётом коэффициента, учитывающего несовершенство формы.

$$\Omega_C = \frac{P_C}{P_O} = \frac{3m(\bar{\varepsilon}_{CH} + 2\bar{\varepsilon}_{CG})(1-\eta) - \bar{\varepsilon}_{CO}(1-\chi) + \bar{Q}_{CO} - \bar{Q}_{CH} - 2\bar{Q}_{CG}}{k(\bar{\varepsilon}_{CO}(1-\chi) - \bar{Q}_{CO})}. \quad (9)$$

На рисунке 2 изображены диаграммы деформирования верхнего стержневого многогранника при разных соотношениях нагрузок в узлах при  $m=1$ , то есть без учёта начальных несовершенств.



1 -  $\Omega=1$ , 2 -  $\Omega=0,5$ <sup>1</sup>, 3 -  $\Omega=0,25$ , 4 -  $\Omega=0$ ,

**Рисунок 2. - Диаграмма деформирования верхнего фрагмента в виде правильного шестиугольника в плане**

Как уже отмечалось в статье [6], потеря устойчивости формы верхнего стержневого многогранника произойдёт при достижении нагрузки в верхнем узле локального максимума параметра нагрузки на выбранной диаграмме в диапазоне параметра прогиба верхнего узла  $0 < \chi < 1$ . Безразмерный параметр прогиба  $\chi$  является результатом отношения вертикального перемещения узла  $O$  относительно узлов типа  $C$  ( $B$ ) и стрелы подъёма верхнего стержневого многогранника. Переход формы верхнего многогранника сетчатого купола из выпуклого состояния в вогнутое произойдёт, если перемещение узла  $O$  под нагрузкой при выполаживании стержневого многогранника с узлом  $O$  в центре и узлами типа  $C$  ( $B$ ) в основании превысит стрелу подъёма многогранника в проектном положении. Это условие можно записать в виде следующего выражения:

$$\chi < 1. \quad (10)$$

Условие (4.45) связано с кардинальным изменением геометрии рассматриваемого многогранника, но не даёт возможность оценить величину критической нагрузки.

Это условие может быть записано в следующем виде:

$$\frac{P_{уз}}{\beta^3 EA} < P_{max}. \quad (11)$$

<sup>1</sup> Примечание: для серии диаграмм с параметром  $n=60$  вместо  $\Omega=0,5$  следует принимать  $\Omega=0,7$ .

Где величина  $p_{\max}$  - максимальный параметр нагрузки, найденный на выбранной диаграмме. На рисунках 2 и 3 можно заметить, что не все диаграммы имеют локальные максимумы, соответствующие критическим параметрам нагрузок. Существуют монотонные законы деформирования верхних стержневых многогранников. Это свидетельствует о том, что потеря устойчивости формы рассматриваемого фрагмента не происходит, то есть потеря устойчивости второго рода невозможна. В таблице 1 приведены значения максимальных параметров нагрузок на верхний узел стержневого многогранника при  $m=0,8-1,2$ .

Таблица 1. Экстремальные значения параметров нагрузки

$n$	$m=0.8$				$m=0.9$			
	$\Omega$				$\Omega$			
	1	0.5	0.25	0	1	0.5	0.25	0
1	5.761	9.914	14.94	-	6.723	11.85	-	-
5	3.031	5.070	-	-	4.066	6.050	-	-
10	3.126	3.283	-	-	3.263	-	-	-
20	2.208	2.011	1.960	2.008	2.572	2.018	1.973	2.007
40	1.849	1.576	1.452	1.363	1.599	1.297	1.174	1.105
60	1.513	1.397	1.195	1.195	1.970	1.466	1.203	1.132
$n$	$m=1.1$				$m=1.2$			
	$\Omega$				$\Omega$			
	1	0.5	0.25	0	1	0.5	0.25	0
1	9.451	-	-	-	11.26	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-
10	3.538	-	-	-	3.655	-	-	-
20	2.238	2.022	1.979	-	2.201	2.015	1.975	-
40	1.559	1.245	1.134	1.058	1.573	1.264	1.125	1.016
60	1.395	1.282	1.130	1.068	1.367	1.256	1.118	1.063

При параметре  $n=60$  значения максимальных параметров нагрузок представлены при  $\Omega=0,7$  вместо  $\Omega=0,5$ .

Значения «-» в таблице 1 свидетельствуют об отсутствии экстремальных значений закона деформирования верхнего стержневого многогранника при заданных параметрах  $n$  и  $\Omega$ .

При  $m < 1$  форма верхнего стержневого многогранника более выпуклая, чем в проектном положении. При малых значениях параметра  $n$  наблюдается снижение величины критической нагрузки, при которой происходит прощелкивание верхнего узла, до 30% при величине  $m=0,8$ . При больших параметрах  $n$  (20 – 60) наблюдается обратное: несовершенство формы сказывается мало на величине критической нагрузки и отличия составляют 0% – 7% в сторону увеличения значений параметров нагрузок относительно результатов расчёта в системе без учёта начальных несовершенств.

При  $m > 1$  форма верхнего стержневого многогранника более пологая, чем требуется по проекту. В связи с этим при малых значениях параметра  $n$  в связи с уменьшением доли вертикальных проекций продольных сил возрастает доля поперечных сил для уравнивания одного и того же значения внешней узловой нагрузки, что и в случае отсутствия начальных несовершенств. В рассматриваемом случае можно наблюдать отсутствие локальных максимумов параметров нагрузки на некоторых диаграммах деформирования, где они наблюдались в случае отсутствия начальных несовершенств, в этом случае прощелкивание верхнего узла невозможно: потери устойчивости формы верхнего стержневого многогранника не происходит. Образование одиночной вмятины может произойти лишь при постоянном увеличении внешней нагрузки. При больших параметрах  $n$  (20 – 60) влияние поперечных сил невелико даже в расчётной схеме без учёта начальных несовершенств. В силу того, что верхний фрагмент сетчатого купола из-за отклонений от требуемой геометрии становится ещё более пологим, уменьшается и влияние продольных сил в восприятии внешней нагрузки, из-за чего

величины критических нагрузок снижаются до 20% от критических нагрузок в системе без начальных несовершенств.

**Выводы.** При учёте начальных несовершенств изменяются как величины критических нагрузок, вызывающие прощёлкивание верхнего узла, так и характеры деформирования верхнего стержневого многогранника. При более пологой его форме ( $m > 1$ ) величины критических нагрузок при малых значениях параметров  $n$  либо отсутствуют, либо превышают значения критических нагрузок в системе без начальных несовершенств. При больших параметрах  $n$  (20 – 60) величины критических нагрузок уменьшаются до 20%. При более выпуклой форме верхнего фрагмента ( $m < 1$ ) наблюдается обратный эффект – величины критических нагрузок практически не изменяются при больших значениях параметра  $n$  (20 – 60) и уменьшаются на 30% при малых значениях параметра  $n$ .

Предложенная методика решения задачи местной устойчивости сетчатых куполов обеспечивает наименее трудоёмкий способ определения критической узловой нагрузки с учетом начальных несовершенств формы сетчатого купола; представленные диаграммы позволяют судить о монотонности или немонотонности процесса деформирования верхнего стержневого многогранника.

### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Журавлёв А. А. Пространственные деревянные конструкции : А. А. Журавлёв , Г. Б. Вержбовский, Н. Н. Ерёменко. – Ростов-на-Дону. :РГСУ, 2003. – 518 с.
2. Муханов К. К. Металлические конструкции / К. К. Муханов. – 3-е изд., исправл. и доп. – М. : Стройиздат, 1967. – 572 с.
3. Савельев, В. А. Теоретические основы проектирования металлических куполов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.01 / В. А. Савельев. – М., 1995. – 39 с.
4. Lopez A. Numerical model and experimental tests on single-layer latticed domes with semi-rigid joints / Lopez A., Puente I., Serna M. A. // Computers and Structures 85 (2007) 360–374.
5. Драган В.И. Определение изгибающих моментов и поперечных сил в радиальной плоскости в стержнях сетчатого купола / В. И. Драган, К. К. Глушко // Материалы международной научно-технической конференции; Брест, 30-31 марта 2017 года / БрГТУ; редкол.: С. М. Семенюк [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2017. – С. 31 - 38.
6. Драган В.И. Определение продольных сил в стержнях и критических нагрузок, вызывающих местную потерю устойчивости сетчатого купола / В. И. Драган, К. К. Глушко // Материалы международной научно-технической конференции; Брест, 30-31 марта 2017 года / БрГТУ; редкол.: С. М. Семенюк [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2017. – С. 39 - 46.
7. Драган В.И. Исследование местной устойчивости фрагмента сетчатого купола при действии узловой нагрузки / В. И. Драган, К. К. Глушко // Материалы международной научно-технической конференции; Брест, 30-31 марта 2017 года / БрГТУ; редкол.: С. М. Семенюк [и др.]. – Брест: БрГТУ, 2017. – С. 24 - 30.