

## СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛОСКИХ САМОНАПРЯЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАДИИ РАСШИРЕНИЯ БЕТОНА

Целью настоящей работы является сравнительный анализ методов расчета для определения параметров напряженно-деформированного состояния самонапряженных элементов, находящихся в условиях двухосного ограничения деформаций, на стадии расширения напрягающего бетона.

Для определения связанных деформаций расширения в ограничивающей арматуре и самонапряжений в бетоне плоских самонапряженных элементов к моменту стабилизации процесса расширения могут быть использованы следующие расчетные методы.

**Расчетный метод 1.** В ТКП 45-5.03-158-2009 [1] относительная деформация на уровне центра тяжести всей ограничивающей арматуры, расположенной в сечении конструкции, к моменту стабилизации процесса расширения, определяется по формуле:

$$\varepsilon_{s,CE} = \frac{1}{\rho_l \cdot E_s} f_{CE,d} \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_e \cdot k_w \cdot k_0, \quad (1)$$

где  $f_{CE,d}$  — расчетное самонапряжение напрягающего бетона, установленное в зависимости от марки по самонапряжению и принимаемое по таблице 6.7 [1];  $\rho_l$  — суммарный коэффициент армирования;  $E_s$  — модуль упругости ограничивающей арматуры;  $k_s$  — коэффициент, равный 1,2 при двухосном армировании;  $k_p, k_e, k_w, k_0$  — корректирующие коэффициенты, учитывающие влияние конструктивно-технологических параметров на развитие процесса расширения.

**Расчетный метод 2.** Взаимное влияние упругого ограничения по различным направлениям на величину связанных относительных деформаций расширения в работе [2] учитывается следующим образом:

— по направлению оси  $x$

$$\begin{cases} \varepsilon_{CE,x} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{ly} - 12 \cdot \rho_{lx}) \cdot \varepsilon_{CE,x,0}, & \text{если } \rho_{lx} \leq \rho_{ly}, \\ \varepsilon_{CE,x} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{lx} - 12 \cdot \rho_{ly}) \cdot \varepsilon_{CE,x,0}, & \rho_{lx} > \rho_{ly}, \end{cases} \quad (2)$$

— по направлению оси  $y$

$$\begin{cases} \varepsilon_{CE,y} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{lx} - 12 \cdot \rho_{ly}) \cdot \varepsilon_{CE,y,0}, & \text{если } \rho_{lx} \leq \rho_{ly}, \\ \varepsilon_{CE,y} = (0,98 + 16 \cdot \rho_{ly} - 12 \cdot \rho_{lx}) \cdot \varepsilon_{CE,y,0}, & \rho_{lx} > \rho_{ly}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{CE,x,0}$ ,  $\varepsilon_{CE,y,0}$  — связанная относительная деформация напрягающего бетона по оси  $x$  без учета упругого ограничения по оси  $y$  и, соответственно, по оси  $y$  без учета упругого ограничения по оси  $x$ :

$$\varepsilon_{CE,x,0} = \frac{f_{CE,d} \cdot k_{px}}{\rho_{lx} \cdot E_s}; \quad \varepsilon_{CE,y,0} = \frac{f_{CE,d} \cdot k_{py}}{\rho_{ly} \cdot E_s}; \quad (4)$$

$\rho_{lx}$ ,  $\rho_{ly}$  — коэффициенты армирования по направлению оси  $x$  и  $y$  соответственно;

$f_{CE,d}$ ,  $E_s$ ,  $k_p$  — аналогично, как и в формуле (1).

**Расчетный метод 3.** В деформационной модели для элементов из напрягающего бетона, находящихся в условиях линейного ограничения деформаций [3], приращение связанной относительной деформации по направлению оси  $x$  за  $i$ -й промежуток времени определяется следующим образом:

$$(\Delta\varepsilon_{x,c})_i = \varepsilon_x(t_{i+1/2}) - \varepsilon_x(t_{(i-1)+1/2}) = (\Delta\sigma_{x,c})_i \cdot J(t_{i+1/2}, t_i) + \sum_{j=1}^{i-1} \left[ (\Delta\sigma_{x,c})_j \cdot \frac{\Delta\varphi(t_i, t_j)}{E_{c,28}} \right] + (\Delta\varepsilon_{x,\Delta T,as,ds})_i;$$

$$\Delta\varphi(t_i, t_j) = \varphi(t_{i+1/2}, t_j) - \varphi(t_{(i-1)+1/2}, t_j), \quad (5)$$

где  $t_{i+1/2}, t_{(i-1)+1/2}$  — окончание  $i$ -го и  $(i-1)$ -го промежутка времени соответственно;

$\varepsilon_x(t_{i+1/2}), \varepsilon_x(t_{(i-1)+1/2})$  — связанная относительная деформация в направлении оси  $x$  в конце  $i$ -го и  $(i-1)$ -го промежутка времени соответственно;

$(\Delta\sigma_{x,c})_j, (\Delta\sigma_{x,c})_i$  — приращение напряжений в направлении оси  $x$  за  $j$ -й и  $i$ -й промежуток времени соответственно;

$(\Delta\varepsilon_{x,\Delta T,as,ds})_i$  — деформация свободного расширения в направлении оси  $x$  за  $i$ -й промежуток времени;

$J(t_{i+1/2}, t_j)$  — функция ползучести, которая определяется по формуле:

$$J(t_{i+1/2}, t_j) = \frac{1}{E_c(t_j)} + \frac{\varphi(t_{i+1/2}, t_j)}{E_{c,28}}, \quad (6)$$

где  $E_c(t_j)$  — модуль деформации бетона в модифицированном возрасте  $t_j$ ;

$E_{c,28}$  — модуль деформации бетона в возрасте 28 суток;

$\varphi(t_{i+1/2}, t_j)$  — коэффициент ползучести в возрасте бетона  $t_{i+1/2}$ .

Модифицированный возраст бетона определяется по формуле:

$$t = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot \exp \left[ 13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i) / T_0} \right], \quad (7)$$

где  $T(\Delta t_i)$  — температура ( $^{\circ}\text{C}$ ), действующая на временном интервале  $\Delta t_i$ ;  
 $T_0 = 1^{\circ}\text{C}$ .

Модуль упругости бетона в модифицированном возрасте  $t$  определяется по формуле:

$$E_c(t) = E_{c,28} \cdot \exp \left( s \left( 1 - \left( \frac{t_{28} - a}{t - a} \right)^{0,5} \right) \right), \quad (8)$$

где  $t_{28}$  — модифицированный возраст бетона, соответствующий 28 суткам реального времени;

$a, s$  — эмпирические параметры материала.

Коэффициент ползучести в возрасте напрягающего бетона  $t$  определяется по зависимости:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \left[ \frac{(t - t_0) / t_1}{\beta_n + (t - t_0) / t_1} \right]^{0,3}, \quad (9)$$

где  $\varphi_0$  — базовый коэффициент ползучести и

$$\varphi_0 = 5,31 \cdot \left( \frac{E_c(t_0)}{E_{c,28}} - 1 \right)^2 + 1,11; \quad (10)$$

$\beta_i$  — коэффициент, учитывающий влияние возраста бетона на изменение деформаций ползучести:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_n = 0,000001, \\ \beta_n = 40,5 \cdot \left( \frac{E_c(t)}{E_{c,28}} - 0,346 \right) + 0,485, \end{array} \right. \text{ если } \begin{array}{l} 0 \leq E_c(t) / E_{c,28} < 0,346 \\ 0,346 \leq E_c(t) / E_{c,28} < 1,0 \end{array} \quad (11)$$

С учетом функции ползучести формулу (5) представим следующим образом:

$$(\Delta\sigma_{x,c})_i = \frac{E_c(t_i)}{1 + \frac{E_c(t_i)}{E_{c,28}} \cdot \varphi(t_{i+1/2}, t_i)} \left( (\Delta\varepsilon_{x,c})_i - \sum_{j=1}^{i-1} \left[ \frac{(\Delta\sigma_{x,c})_j}{E_{c,28}} \cdot \Delta\varphi(t_i, t_j) \right] - (\Delta\varepsilon_{x,\Delta T,as,ds})_i \right) \quad (12)$$

В самоупругившихся элементах бетон и арматура деформируются совместно, поэтому напряжения в бетоне могут быть выражены через деформации в арматуре:

$$\sigma_{x,c} = \varepsilon_{x,s} \cdot E_s \cdot \rho_{x,l}, \quad (13)$$

где  $E_s$  — модуль упругости арматуры;

$\rho_{x,l}$  — коэффициент армирования в направлении оси  $x$ .

В случае плоского напряженного состояния напряжения по взаимно перпендикулярным направлениям связаны посредством коэффициента Пуассона  $\mu$ . Поэтому приращение напряжений, действующих по направлению осей армирования, в случае плоского напряженного состояния можно определить следующим образом:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{x_i} = \Delta\varepsilon_{x,s_i} \cdot E_{x,s} \cdot \rho_{x,l} - \mu \cdot \Delta\varepsilon_{y,s_i} \cdot E_{y,s} \cdot \rho_{y,l} \\ \Delta\sigma_{y_i} = \Delta\varepsilon_{y,s_i} \cdot E_{y,s} \cdot \rho_{y,l} - \mu \cdot \Delta\varepsilon_{x,s_i} \cdot E_{x,s} \cdot \rho_{x,l} \end{cases} \quad (14)$$

При известных значениях приращений связанных относительных деформаций расширения и самоупругившихся на каждой итерационном шаге, можно определить параметры напряженно-деформированного состояния в определенный момент времени:

$$\begin{cases} \sigma_{x_i} = \sigma_{x_{i-1}} + \Delta\sigma_{x_i} \\ \sigma_{y_i} = \sigma_{y_{i-1}} + \Delta\sigma_{y_i} \end{cases}; \begin{cases} \varepsilon_{x,s_i} = \varepsilon_{x,s_{i-1}} + \Delta\varepsilon_{x,s_i} \\ \varepsilon_{y,s_i} = \varepsilon_{y,s_{i-1}} + \Delta\varepsilon_{y,s_i} \end{cases} \quad (15)$$

На основании рассмотренных ранее моделей был выполнен расчет связанных деформаций расширения и самоупругившихся плитного образца с геометрическими параметрами  $b \times l \times h = 500 \times 500 \times 70$  мм, армированного плоской сеткой, расположенной в центре высоты сечения. Коэффициент армирования в двух направлениях был принят  $\rho_{lx} = \rho_{ly} = 0,97\%$ . Конструктивное решение исследуемого образца представлено на рисунке 1.



Рисунок 1 – Конструктивное решение плитного образца

Для исследуемого плитного образца был принят напрягающий бетон следующего состава (из расчета на 1 м<sup>3</sup>): 500 кг : 750 кг : 1150 кг : 215 л — напрягающий цемент : песок : щебень : вода, В / Ц = 0,43. При расчете были использованы следующие характеристики напрягающего бетона: стабилизированная деформация свободного расширения  $\varepsilon_{cf} = 0,437\%$ , модуль деформации в возрасте бетона 28 суток  $E_{c,28} = 23,1$  МПа, самонапряжение бетона в возрасте 28 суток  $f_{CE,d} = 2,4$  МПа. Коэффициент Пуассона для бетона в раннем возрасте был принят  $\mu = 0,47$  [4].

Результаты расчета связанных деформаций расширения и самонапряжений по направлению осей армирования для элемента, находящегося в условиях двухосного ограничения деформаций, к моменту стабилизации процесса расширения приведены в таблице 1.

**Таблица 1** – Результаты расчета параметров напряженно-деформированного состояния по направлению осей армирования

Расчетный параметр	Расчетный метод		
	1 [1]	2 [2]	3 [3]
Связанные деформации расширения, $\varepsilon_x = \varepsilon_y, \text{‰}$	1,470	1,240	3,662
Самонапряжение, $\sigma_x = \sigma_y, \text{МПа}$	2,85	2,40	4,19

На основании полученных расчетных данных можно сделать следующие выводы:

1. Несмотря на простоту расчета, в методах 1 и 2 используются корректирующие коэффициенты, которые не могут учесть всевозможные конструктивно-технологические параметры самонапряженного элемента. В частности в расчетном методе 1 учет двухосного ограничения производится только с помощью коэффициента  $k_s = 1,2$ .

2. Расчетный метод 3, являясь достаточно трудоемким, позволяет учесть реальные условия твердения самонапряженного элемента. Кроме того, с его помощью можно определить параметры напряженно-деформированного состояния не только к моменту стабилизации процесса расширения, но и на всем этапе твердения напрягающего бетона.

#### Список цитированных источников

1. Бетонные и железобетонные конструкции из напрягающего бетона: ТКП 45-5.03-158-2009 / Министерство архитектуры и строительства РБ. – Минск: Минстройархитектуры, 2010. – 28 с.

2. Марчук, В.А. Деформации и собственные напряжения несимметрично двухосно армированных плоских элементов из напрягающего бетона на стадии его расширения: дис. ... канд. техн. наук 05.23.01 / В.А. Марчук. – Брест, 2002. – 176 с.

3. Early Age Deformation and Resultant Induced Stress in Expansive High Strength Concrete / I. Hidetoshi [et. al]. – Journal of Advanced Concrete Technology, 2004. – Vol.2, № 2. – P. 155-174.

4. Михайлов, В.В. Плоские самонапряженные конструкции / В.В. Михайлов, В.С. Гершвальд // Исследования и применение напрягающего бетона и самонапряженных конструкций: сб. тр. / НИИЖБ; под науч. ред. В.В. Михайлова. – М., 1984. – С. 62-67.