

Используя определенную выше программную функцию `phase[m1_,m2_opt_]` и набор значений m_i ($i=1,2$), приведенных в таблице 1, построим фазовые траектории системы (2).

```
tab1 = Table[phase[{m-1/3,2 m+1/5},  
PlotStyle -> GrayLevel[m/10,2 m/(m-2)], {m,4,6}];  
Show[tab1, DisplayFunction -> #DisplayFunction]
```

Список цитированных источников

1. Smith, H.L. The theory of chemostat: dynamics of microbial competition / H.L. Smith, P. Waltman. – Cambridge University Press, 1995. – 313 p.
2. Kuang, Y. Limit cycles in a chemostat-related model / Y. Kuang // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1989. – № 49. – P. 1759–1767.
3. Abell, M.L. Differential Equations with *Mathematica* / M.L. Abell, J.P. Braselton. – 3rd ed. – Elsevier Academic press, 2004. – 876 p.
4. Швычкина, Е.Н. Компьютерный метод поиска предельных циклов хемостат-модели / Е.Н. Швычкина, Р. С. Вацкель // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. – 2016. – № 5 (101) : Физика, математика, информатика. – С. 56–60.
5. Швычкина, Е.Н. Исследование предельных циклов трёхуровневой модели хемостата / Е.Н. Швычкина, Р.С. Вацкель // Математические и физические методы исследований : научный и методические аспекты : сб. тезисов докладов Респ. науч.-практ. конф. ; Брест, 27–28 апреля 2017 г. / Брест, гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. Н.Н. Сендера. – Брест, 2017. – С. 18.
6. <http://reference.wolfram.com/language/ref/NDSolve>

УДК 681.5

Воробей И.С.

Научный руководитель: доцент Прокопеня О.Н.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВУХКОЛЁСНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Мобильные роботы широко применяются в различных сферах. В зависимости от назначения они могут иметь разнообразную конструкцию. Роботы отличаются количеством колёс, которые могут быть приводными или не приводными. Поворот колёс может осуществляться разными способами на разные углы. Известны конструкции с двигательными модулями, состоящими из пары колёс с индивидуальными приводами [1, 2]. Такой модуль способен перемещаться поступательно при равенстве скоростей колёс и поворачиваться за счет разности скоростей.

В данной работе рассматривается робот, представляющий собой, фактически, один такой модуль. Устройство получается достаточно простым и компактным, однако возникает проблема устойчивости, поскольку вся конструкция может поворачиваться относительно оси колёс. В определённых ситуациях это может играть положительную роль, поскольку робот не может «опрокидываться», после полного оборота он возвращается в исходное состояние. Следует отметить, что робот не предназначен для транспортирования грузов. Тем не менее, необходимо, чтобы платформа робота сохраняла свое положение в процессе движения (не вращалась вместе с колесами), в то время как на колёса передается вращающий момент.

Схема робота представлена на рисунке 1. Движущий момент создается за счет отклонения платформы массой m на угол θ и, соответственно, смещения центра масс конструкции. Отклонение платформы происходит за счет качения приводимого от двигателя зубчатого колеса 1 по зубчатому колесу 2, закрепленному на колесе робота.

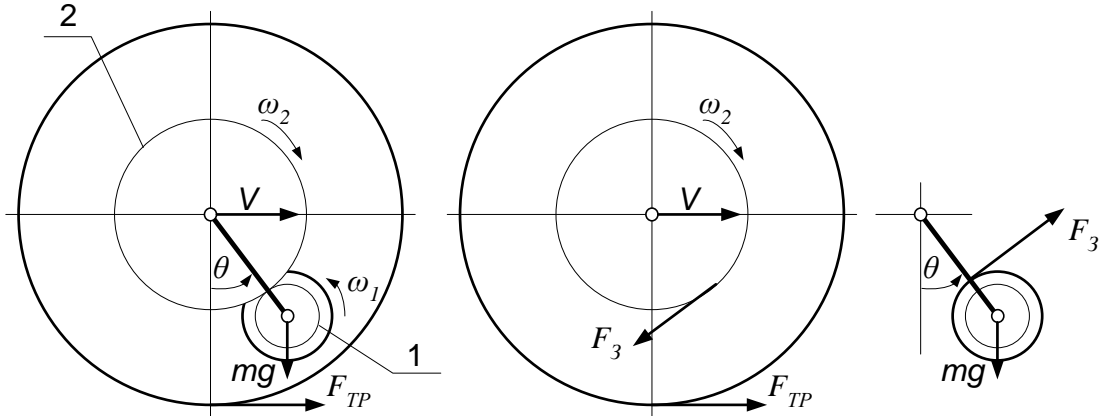


Рисунок 1 – Схема скоростей и сил, действующих на звенья робота

Уравнение движения колеса без учета трения-качения

$$J_{\text{ПР.2}} \cdot \omega_2 = 0,5(F_3 \cdot d_2 - F_{\text{ТР}} \cdot D), \quad (1)$$

где $J_{\text{ПР.2}}$ — приведенный к колесу момент инерции звеньев робота; ω_2 — угловая скорость колеса; F_3 — сила в зацеплении зубчатых колес; $F_{\text{тр}}$ — сила трения; d_2 — диаметр зубчатого колеса 2; D — диаметр колеса робота.

Уравнение движения платформы:

$$0,25 m \times d_2^2 \times q = 0,5(F_3 \times d_2 - m \times g \times d_2 \sin q), \quad (2)$$

где m — масса платформы; g — ускорение свободного падения; θ — угол отклонения платформы.

Уравнение движения ротора двигателя

$$J_{\text{ПР.1}} \cdot \omega_{\text{Д}} = c_{\text{М}} \cdot I_{\text{Я}} - 0,5F_3 \cdot d_1 / u_{\text{р}}, \quad (3)$$

где $J_{\text{ПР.1}}$ — приведённый к валу двигателя момент инерции звеньев привода; $\omega_{\text{Д}}$ — угловая скорость двигателя; $c_{\text{М}}$ — постоянная двигателя; $I_{\text{Я}}$ — ток якоря двигателя; d_1 — диаметр зубчатого колеса 1; $u_{\text{р}}$ — передаточное отношение редуктора.

Подстановкой (3) в (1) и (2) с учётом $\theta = \Omega$ и $\omega_{\text{Д}} = \omega_2 \cdot u_{\text{р}} \cdot d_2 / d_1$, можно исключить F_3 и свести (1) и (2) к виду

$$\Omega = \frac{u_{\text{р}} \cdot J_{\text{ПР.2}} \cdot c_{\text{М}}}{J_{\text{ПР.1}} \cdot J_{\text{ПР.2}} + 0,25m \cdot d_1 \cdot d_2 (J_{\text{ПР.1}} + J_{\text{ПР.2}})} \cdot I_{\text{Я}}, \quad (4)$$

$$\omega_2 = \frac{\frac{u_{\text{р}} \cdot d_2 \cdot c_{\text{М}}}{J_{\text{ПР.1}} d_1}}{1 + J_{\text{ПР.2}} \left(\frac{4}{m \cdot d_1 \cdot d_2} + \frac{1}{J_{\text{ПР.1}}} \right)} \cdot I_{\text{Я}} + \frac{m \cdot g \cdot d_2 \left(\frac{1}{J_{\text{ПР.1}}} + \frac{1}{J_{\text{ПР.2}}} \right) + \frac{2g}{d_1}}{1 + J_{\text{ПР.2}} \left(\frac{4}{m \cdot d_1 \cdot d_2} + \frac{1}{J_{\text{ПР.1}}} \right)} \cdot \sin \theta. \quad (5)$$

На основе (4), (5) в приложении SIMULINK построена математическая модель робота с системой управления, которая приведена на рисунке 2. В системе управления реализована обратная связь по углу отклонения платформы и использован пропорционально-дифференциальный регулятор. Задавая угол отклонения платформы, можно управлять скоростью перемещения робота.

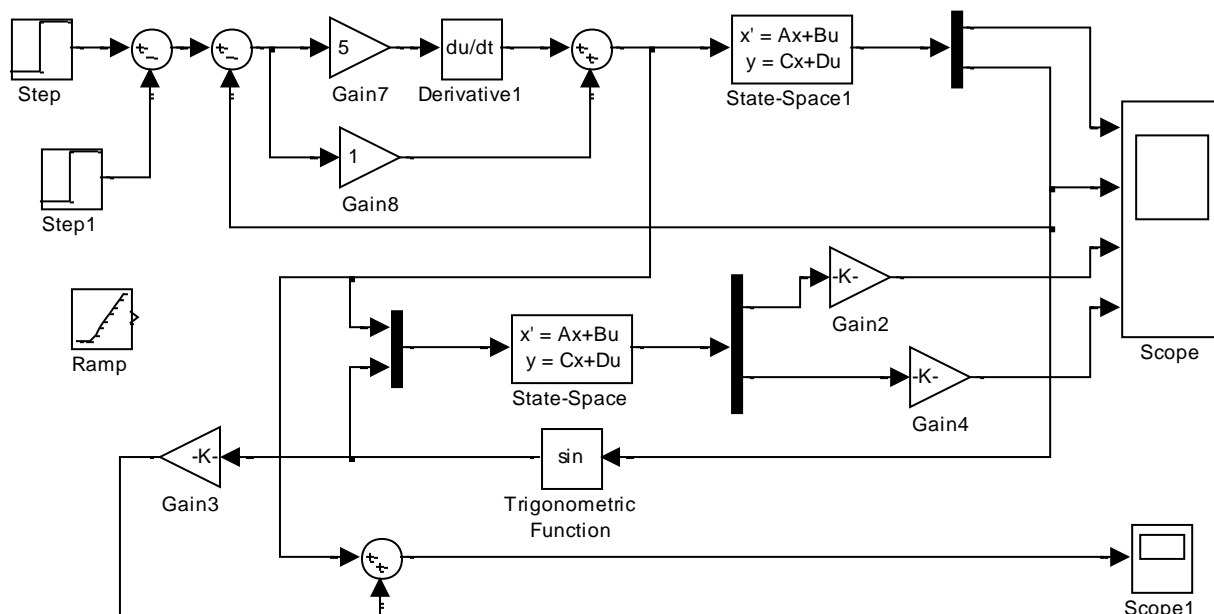


Рисунок 2 – Математическая модель робота в приложении SIMULINK

На рисунке 3 приведены кривые изменения скорости робота и угла отклонения платформы при подаче на вход постоянного воздействия в течение 2 с. Отклонение платформы и возврат в исходное положение происходит плавно (без колебаний). При этом скорость приобретает установившееся значение, и дальнейшее движение происходит по инерции, поскольку момент трения-качения принят равным нулю. При наличии трения-качения он должен компенсироваться движущим моментом. Для этого должен устанавливаться соответствующий угол отклонения платформы.

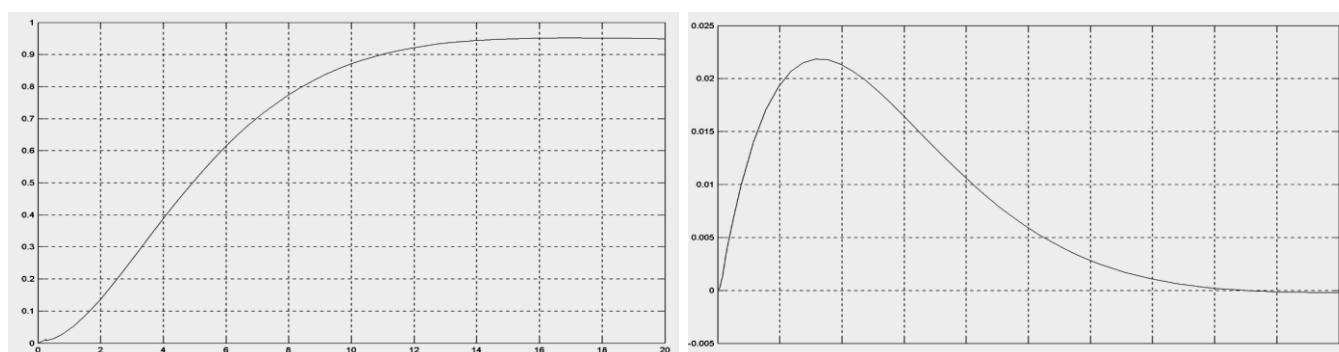


Рисунок 3 – Кривые изменения скорости робота V и угла отклонения платформы θ

Аналогичным образом производится остановка робота путем задания отрицательного угла отклонения платформы. И начало движения, и остановка осуществляются при плавном изменении скорости и угла отклонения платформы. Колебаний робота относительно устойчивого положения не возникает. Следовательно, данная подсистема управления приводами может использоваться в сис-

теме управления движением робота, которая будет обеспечивать отработку заданных перемещений без перерегулирования и, соответственно, обрабатывать задаваемую траекторию с требуемой точностью. Следует отметить, что разработанная модель предполагает использование токового управления двигателем, что для приводов небольшой мощности вполне реализуемо.

Учитывая вышеизложенное, можно сделать вывод, что результаты работы могут использоваться при разработке систем управления роботами аналогичных конструкций.

Список цитированных источников

1. Прокопеня, О.Н. Система управления двигательным модулем мобильного робота / О.Н. Прокопеня, К.А. Козлович, В.В. Халитов // Автоматизация и роботизация процессов и производств: материалы Республиканского научно-практического семинара, Минск, 13 февраля 2014 г. – Минск: Бизнесофсет, 2014. – С. 65–67.

2. Штеттер, Р. the problem of mobile robots movement control / Р. Штеттер, О.Н. Прокопеня, К.А. Козлович // Новые технологии и материалы, автоматизация производства: материалы Международной научно-технической конференции, Брест, 29–30 октября 2014 г. – Брест: БрГТУ, 2014. – С. 4–6.

УДК 656.13.05

Забродский К.В.

Научный руководитель: к.т.н., доцент Шуть В.Н.

СОВРЕМЕННЫЕ РЕШЕНИЯ АВТОМАТИЗАЦИИ И ПОМОЩИ НА ДОРОГАХ

Транспорт играет чрезвычайно важную роль в жизнедеятельности человека. Современное общество просто не может представить жизнь без средств передвижения. И поэтому стремится с каждым днем развивать эту отрасль, как с научной, так и с практической стороны. Быстрый темп жизни и стремительный рост населения привели к тому, что количество личных автомобилей во всем мире увеличилось с 1980 по сегодняшний день на 84%. В связи с этим возросло количество ДТП. Управление транспортными средствами — дело не тяжёлое, но очень монотонное.

На сегодняшний день существуют прототипы практически любого вида беспилотного транспорта. Активно внедряются в жизнь и заменяют людей военные и промышленные роботизированные транспортные устройства. Наука не стоит на месте и уже сейчас становятся актуальными беспилотные легковые автомобили, грузовики, роботизированная авиация, водные транспортные средства, мотоциклы и даже велосипеды.

В последние годы наблюдается рост интереса среди ученых и производителей автотранспорта к беспилотным автомобилям, способным перемещаться по дорогам без участия человека. По сравнению с машинами, управляемыми человеком, автономные обладают большей скоростью реакции на изменение дорожной ситуации и не подвержены влиянию человеческого фактора: усталости, психического состояния и пр. Использование качественных систем автономной навигации позволит уменьшить количество ДТП и человеческих жертв, снизит стоимость транспортировки товаров, позволит экономить время, затрачиваемое сейчас на управление транспортными средствами. Даже при наличии водителя автономная система может взять управление на себя, в случае, например, если водителю станет плохо. Такие системы разрабатываются на основе платформ,