

Список цитированных источников

1. Лукинский В.С. Логистика автомобильного транспорта: учебное пособие / В.С. Лукинский, В.И. Бережной, Е.В. Бережная [и др.] – М.: Финансы и статистика, 2004. – 368 с.
2. Проектирование предприятий автомобильного транспорта: учеб. для студентов специальности «Техническая эксплуатация автомобилей» учреждений, обеспечивающих получение высш. образования / М.М. Болбас [и др.]; под ред. М.М. Болбаса. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2004. – 528 с.
3. Кучур, С.С. Научные исследования и решение инженерных задач: учебн. пособие / С.С. Кучур, М.М. Болбас, В.К. Ярошевич. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2003. – 416 с.
4. Рыжиков, Ю.И. Имитационное моделирование. Теория и технологии / Ю.И. Рыжиков. – СПб.: КОРОНА принт; М.: Альтекс-А, 2004. – 384 с.

УДК 004.94:531.52

Бышко А.Г., Лазарук А.В., Лавринюк Е.Ю.

Научный руководитель: ст. преподаватель Желткович А.Е.

ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Введение

Данная задача может иметь практическое применение к становящейся с каждым днём всё более актуальной проблеме космического мусора, окружающего планету. В эпоху первых космических путешествий люди полагали, что область вокруг Земли может поглотить практически неограниченное количество отходов. Поэтому все списанные в утиль спутники, использованные ступени ракет и прочие довольно крупные объекты инженеры со спокойной совестью оставляли в космосе. В результате мир приближается к синдрому Кесслера – моменту, когда окружающий нас космический мусор сделает ближний космос практически непригодным для исследования. Целью работы является получение точного уравнения движения материальной точки в поле притяжения Земли, когда установлено, что на подлётной траектории, проникновение тела в атмосферу Земли произойдёт под заданным углом, например при экстренном торможении тела (вызванном ударом).

В работе получены уравнения движение материальной точки в поле притяжения Земли, в зависимости от влияния на относительное движение точки углового вращения Земли. На основе решения систем из трёх взаимозависимых линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков составленных для осей координат x , y , z (см. рис. 1). Так же получены точные решения, описывающие изменение траектории и скорости точки.

Задача определения величины отклонения при падении от вертикальной прямой материальной точки, находящейся в северном полушарии Земли, падающей с высоты 500 метров, когда точка находится на некоторой параллели, была сформулирована в [1]. Некоторые подходы к её решению сформулированы в работе. Но чем больше начальная высота падения, тем принятые в [2] допущения дают большую погрешность при расчёте траектории движения точки.

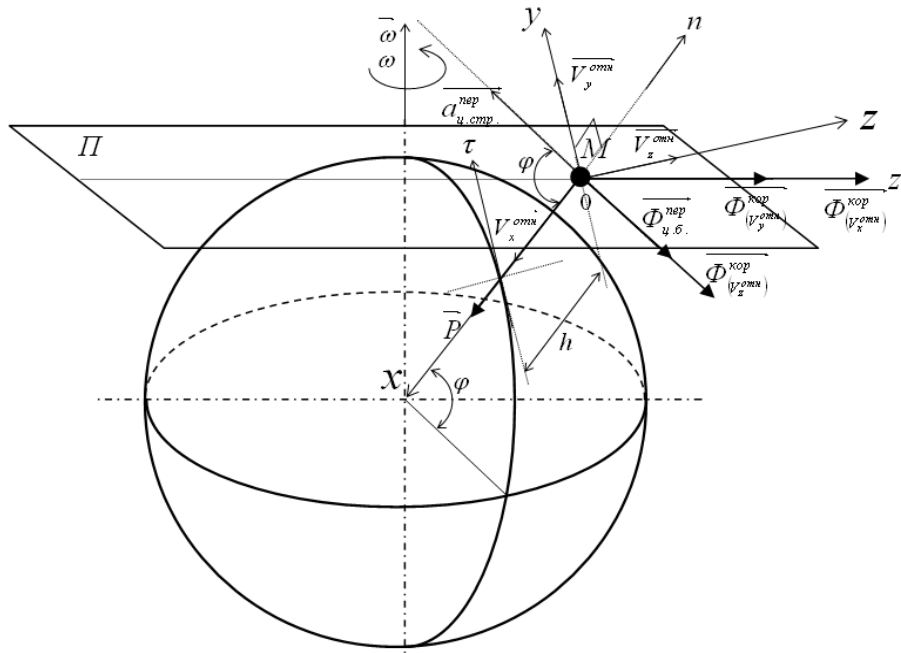


Рисунок 1 – Падение материальной точки M с высоты h

$$\begin{cases} ma_x = P - \Phi_{(V_z^{отн})}^{кор} \cdot \cos(\varphi) - \Phi_{ц.б.}^{пер} \cdot \cos(\varphi) \\ ma_y = -\Phi_{(V_z^{отн})}^{кор} \cdot \sin(\varphi) - \Phi_{ц.б.}^{пер} \cdot \sin(\varphi) \\ ma_z = \Phi_{(V_x^{отн})}^{кор} + \Phi_{(V_y^{отн})}^{кор} \end{cases} \quad (1)$$

В данной работе рассматривается точное решение полученных дифференциальных уравнений (на первом этапе, без учёта сопротивления воздуха), где: m – масса точки; g – ускорение свободного падения; φ – угол обозначающий данную параллель северного полушария; a_x, a_y, a_z – проекции относительных ускорений на оси координат x, y, z ; $\Phi_{(V_z^{отн})}^{кор}$ – Кориолиса сила инерции от скорости; $\Phi_{(V_x^{отн})}^{кор}$ – Кориолиса сила инерции от скорости $V_x^{отн}$; $\Phi_{(V_y^{отн})}^{кор}$ – Кориолиса сила инерции от скорости $V_y^{отн}$; $V_z^{отн}, V_x^{отн}, V_y^{отн}$ – проекции относительных скоростей на оси z, x, y ; $\Phi_{ц.б.}^{пер}$ – переносная центробежная сила; Π – плоскость параллельная экваториальной.

О решении системы дифференциальных уравнений

Рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} V_x' = \alpha_x V_z + \beta_x \\ V_y' = \alpha_y V_z + \beta_y \\ V_z' = \alpha_z V_x + \beta_z V_y \end{cases} \quad (2)$$

Продифференцируем по t третье уравнение системы: $V_z'' = \alpha_z V_x' + \beta_z V_y'$.

Учитывая первое и второе уравнения системы, получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

$$V_z'' = \alpha_z V_x' + \beta_z V_y' = \alpha_z (\alpha_x V_z + \beta_x) + \beta_z (\alpha_y V_z + \beta_y) = (\alpha_x \alpha_z + \alpha_y \beta_z) V_z + \alpha_z \beta_x + \beta_y \beta_z. \quad (3)$$

Введем обозначения: $p^2 = -(\alpha_x \alpha_z + \alpha_y \beta_z)$, так как $\alpha_x \alpha_z + \alpha_y \beta_z < 0$ и $q = \alpha_z \beta_x + \beta_y \beta_z$.

Тогда получим уравнение $V_z'' + p^2 V_z = q$.

Найдем решение соответствующего однородного уравнения $V_z'' + p^2 V_z = 0$.

Решая характеристическое уравнение $\lambda^2 + p^2 = 0$, получим $\lambda = \pm i\sqrt{p}$, где $p = \sqrt{-(\alpha_x \alpha_z + \alpha_y \beta_z)}$.

Тогда $V_z^0 = c_1 \sin(pt) + c_2 \cos(pt)$ – решение однородного уравнения второго порядка $V_z'' + p^2 V_z = 0$.

Частное решение дифференциального уравнения $V_z'' + p^2 V_z = q$ будем отыскивать в виде $V_z^1 = A$, так как корни характеристического уравнения $\lambda = \pm i\sqrt{p}$ отличны от 0.

Подставляя $V_z^1 = A$, $(V_z^1)'' = 0$ ($(V_z^1)' = 0$) в уравнение $V_z'' + p^2 V_z = q$, получим $p^2 A = q$.

Откуда $A = \frac{q}{p^2}$. Следовательно, $V_z^1 = \frac{q}{p^2}$ – частное решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $V_z'' + p^2 V_z = q$. Поэтому $V_z = V_z^0 + V_z^1 = c_1 \sin(pt) + c_2 \cos(pt) + \frac{q}{p^2}$ – общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $V_z'' + p^2 V_z = q$.

Подставляя $V_z = c_1 \sin(pt) + c_2 \cos(pt) + \frac{q}{p^2}$, в первое и второе уравнения системы (2), получим, что

$$V_x' = \alpha_x \left(c_1 \sin(pt) + c_2 \cos(pt) + \frac{q}{p^2} \right) + \beta_x \quad \text{и} \quad V_y' = \alpha_y \left(c_1 \sin(pt) + c_2 \cos(pt) + \frac{q}{p^2} \right) + \beta_y.$$

Учитывая третье уравнение системы, получим

$$\begin{aligned} V_z' &= p^2 \cdot \frac{c_1}{p} \cos(pt) - p^2 \cdot \frac{c_2}{p} \sin(pt) + \left(-p^2 \cdot \frac{q}{p^2} + q \right) t + \alpha_z c_3 + \beta_z c_4 = \\ &= c_1 p \cos(pt) - c_2 p \sin(pt) + \alpha_z c_3 + \beta_z c_4. \end{aligned}$$

С другой стороны $V_z' = c_1 p \cos(pt) - c_2 p \sin(pt)$,

Тогда выполняется условие $\alpha_z c_3 + \beta_z c_4 = 0$.

Откуда $c_4 = -\frac{\alpha_z}{\beta_z} c_3$, учитывая, что $\beta_z \neq 0$.

Следовательно,

$$\begin{cases} V_x = -\frac{\alpha_x c_1}{p} \cos(pt) + \frac{\alpha_x c_2}{p} \sin(pt) + \left(\alpha_x \frac{q}{p^2} + \beta_x \right) t + c_3 \\ V_y = -\frac{\alpha_y c_1}{p} \cos(pt) + \frac{\alpha_y c_2}{p} \sin(pt) + \left(\alpha_y \frac{q}{p^2} + \beta_y \right) t - \frac{\alpha_z}{\beta_z} c_3 \\ V_z = c_1 \sin(pt) + c_2 \cos(pt) + \frac{q}{p^2} \end{cases} \quad \text{– общее решение системы линейных дифференциальных уравнений (2).}$$

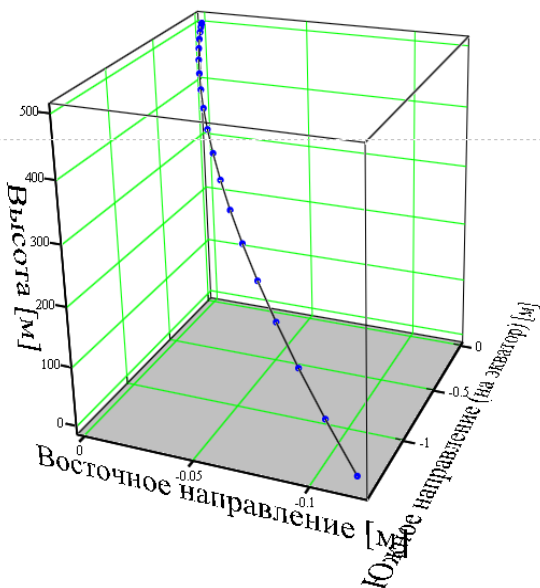
В частном случае, если $V_x(0) = 0$, $V_y(0) = 0$, $V_z(0) = 0$, получаем решение

$$\begin{cases} V_x = -\frac{\alpha_x q}{p^3} \sin(pt) + \left(\alpha_x \frac{q}{p^2} + \beta_x \right) t \\ V_y = -\frac{\alpha_y q}{p^3} \sin(pt) + \left(\alpha_y \frac{q}{p^2} + \beta_y \right) t \\ V_z = -\frac{q}{p^2} \cos(pt) + \frac{q}{p^2} \end{cases} \quad (4)$$

Интегрируя уравнения системы, с учетом начальных условий $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0$, при которых $c_y = -\frac{\alpha_y q}{p^4}$, $c_x = -\frac{\alpha_x q}{p^4}$, $c_z = 0$, окончательно перемещения материальной точки запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{\alpha_x q}{p^4} \cos(pt) + \frac{\beta_z (\alpha_x \beta_y - \alpha_y \beta_x)}{2p^2} t^2 - \frac{\alpha_x q}{p^4} \\ y(t) = \frac{\alpha_y q}{p^4} \cos(pt) - \frac{\alpha_z (\alpha_x \beta_y - \alpha_y \beta_x)}{2p^2} t^2 - \frac{\alpha_y q}{p^4} \\ z(t) = -\frac{q}{p^3} \sin(pt) + \frac{q}{p^2} t \end{cases} \quad (5)$$

а)



б)

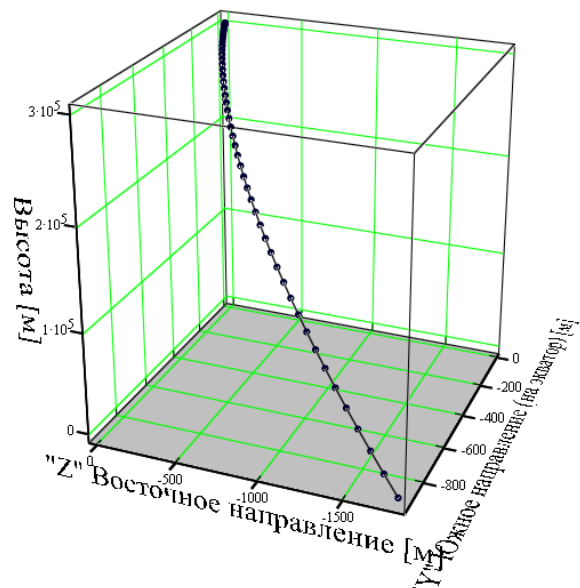


Рисунок 2 – Траектория падения материальной точки с высоты: а) 500 м, б) 300 км

В качестве демонстрации полученного решения представим 3D-визуализацию **моделирования движения материальной точки при падении**. Как видно из рисунка 2 (а), при сбрасывании тела (имеющего массу во много раз меньше Земной) с 500 метровой высоты (с нулевой начальной относительной скоростью) материальная точка будет отклоняться от прямолинейной «отвесной» траектории на юг (к экватору) на 1,5 м (в работе [2] это отклонение не учитывалось) и на восток (по широте) на 12 см за счёт центробежной силы инерции (стремящейся отклонить точку к экватору) и за счёт Кориолисовой силы инерции. Данное решение может быть адаптировано и для любых других начальных условий, если точно установлено, что на подлётной траектории проникновение тела в атмосферу Земли произойдёт под заданным углом при известной начальной скорости. Например, при экстренном торможении тела (вызванном ударом) находящегося на орбите Земли (с высотой 300 км), его траектория падения представлена на рисунке 2 (б), где видно, что отклонение от абсолютно отвесной траектории составит 940 м на восток и 1840 м на юг.

Область применения данного решения может быть распространена на решение прикладных задач, связанных с расчётом точной скорости, траектории и места падения сводимых с орбиты космических объектов (спутники различного назначения, мусор, оставшийся от пилотируемых станций, ступени разгонных блоков ракет), представляющих в настоящий момент серьёзную проблему для орбитальной навигации существующих спутников и международной космической станции.

Список цитированных источников

1. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие. – 49-е изд., стер. / Под ред. В.А. Пальмова, Д.Р. Меркина. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 448 с.: ил. – (Учебник для вузов. Специальная литература).
2. Теоретическая механика. Динамика. Практикум: учеб. пособие. В 2 ч. / В.А. Акимов [и др.]; под общ. ред. проф. А.В. Чигарёва и доц. Н.И. Горбача. – Минск: Новое знание; М.: ЦУПЛ, 2010. – Ч.1: Динамика материальной точки. – 528 с.: ил.

УДК 621.793

Демиденко П.В.

Научный руководитель: ст. преподаватель Ялковский Н.С.

ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ ПЛАЗМЕННЫХ ПОКРЫТИЙ ИЗ ОКСИДНОЙ КЕРАМИКИ В УСЛОВИЯХ ГИДРОАБРАЗИВНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Согласно ГОСТ 16429-70 изнашивание – процесс постоянного изменения размеров тела при трении, проявляющийся в отделении от поверхности трения материала и (или) его остаточной деформации. Изнашивание, обусловленное воздействием твердых частиц, называется абразивным.

Интенсивному абразивному изнашиванию подвергается оборудование в цементной, энергетической, абразивной, металлургической промышленности и других отраслях, связанных с дроблением, измельчением, резкой и транспортировкой сырья и материалов.

Одной из разновидностей абразивного изнашивания является изнашивание под воздействием абразивного потока (газовый, гидросток).