

Салех Али Хамуд, Глухов Д.О.

## РАСЧЕТ ПУСТОТНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ СООРУЖЕНИЙ, УСИЛЕННЫХ ПОВЫШЕНИЕМ СТЕПЕНИ ВНУТРЕННЕЙ СТАТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛИМОСТИ

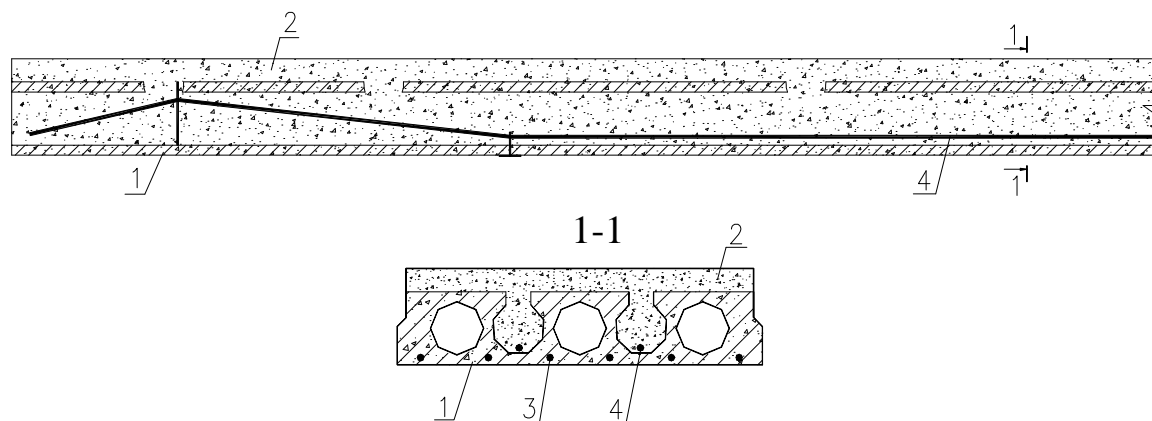


Рис. 1. Схема усиления

1 - усиливаемая плита; 2 – бетон наращивания; 3 – продольная рабочая арматура; 4 – дополнительная арматура.

Рассматривается метод усиления многопустотных плит введением дополнительной арматуры в растянутой зоне и наращиванием поперечного сечения сжатой зоны элемента (рис. 1).

В ряде случаев при усилении бывает невозможным выполнить полное разгрузку эксплуатируемой конструкции. Поэтому усиление выполняется под нагрузкой.

Перед усилением под нагрузкой многопустотной железобетонной плиты эксплуатируемых строительных сооружений необходимо учитывать, что она имеет состояние, отличное от первоначального после изготовления конструкции. Это связано с предьсторией ее работы за период эксплуатации до момента усиления.

Вдоль пустоты вводят дополнительный арматурный стержень. Отгибают концы дополнительного стержня по направлению к нижней грани и бетонируют пустоты в приопорных зонах. После выдержки бетона приопорных зон напрягают дополнительную арматуру натяжными болтами, помещенными через отверстия со стороны нижней грани. Затем заполняют оставшееся пространство пустот бетонной смесью. При этом предварительно напряженная арматура усиления работает как имеющая сцепление с бетоном

Система уравнений деформационной модели позволяет получить необходимые характеристики напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента с учетом его фактического состояния перед усилением.

Дополнительные элементы, включаемые в совместную работу с усиливаемой конструкцией, имеют разный возраст, физико-химические и реологические характеристики, включаются в работу в разные моменты времени. [9]

Фактически усиленная конструкция перед загрузением превращается в многокомпонентную конструкцию, состоя-

щую из основной части, находящейся в определенном напряженно-деформированном состоянии, и дополнительной части в начальном состоянии. Основная и дополнительная часть подвергается обжатию при отпуске дополнительной арматуры.

Особенность данного метода заключается в том, что в отличие от методов усиления повышением степени внутренней статической неопределимости установкой затяжек, распорок, шпренгелей, расчет которых предполагает использование методов строительной механики, можно проводить расчет по деформационной модели, рассматривая дополнительную арматуру, как предварительно напряженную арматуру растянутой зоны в дополнительном сечении. Динамическое обжатие при отпуске дополнительной арматуры воздействует на основное и дополнительно сечение совместно.

Еще одним важным положительным эффектом данного метода усиления является и тот факт, что, поскольку дополнительный бетон заполняет пустоты плиты, то контакт между дополнительным и основным бетоном имеет большую площадь, что значительно повышает прочность контактного шва.

### Математическая модель нормального сечения усиленного повышением степени внутренней статической неопределимости железобетонного элемента

Деформационная модель напряженно-деформированного состояния нормального сечения усиленного введением дополнительной арматуры в растянутой зоне и наращиванием поперечного сечения сжатой зоны элемента железобетонного элемента представляет собой систему трех сингулярных нелинейных уравнений интегрального вида [1]:

$$\left\{ \begin{aligned} M_y &= -\iint_C \sigma(y)(y - y_o)x(y)dy + N(y_{oe} - y_o) \\ N &= \iint_C \sigma(y)x(y)dy \\ \varepsilon(y) &= \varepsilon_z - \frac{1}{r_y}(y - y_o) + q_0(y) + q_1(y) + q_2(y) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где  $\sigma(y)$  – нормальные напряжения в элементарной площадке бетона или арматуры;  $\varepsilon(y)$  – продольные деформации элементарной площадки бетона или арматуры;  $x(y)$  – функция формы;  $y_o$  – расстояние от центра изгиба сечения, нейтральной точки, до оси  $y$ ; и  $y_{oe}$  – расстояние от места приложения продольного усилия до оси  $y$ ;  $N$  – продольная сила от действия внешней нагрузки;  $\frac{1}{r_y}$  – кривизна продольной оси эле-

мента относительно оси  $y$ ;  $q_0, q_1, q_2$  — остаточные деформации от предварительного напряжения элемента до усиления, добавочные деформации от нагрузки до усиления и остаточные деформации от процесса динамического обжатия после усиления.

При расчете по данной модели принимается гипотеза плоских сечений в постановке В.И. Мурашева - Я.М. Немировского для средних продольных деформаций растянутой и сжатой зоны.

Из деформационной модели следует формулировка задачи расчета, как задачи поиска такого расположения плоскости распределения деформаций в 2-х мерном пространстве  $\varepsilon = \{\varepsilon_y, \varepsilon_z\}$ , которое бы соответствовало действию на элемента вектора нагрузки, заданного в трехмерном пространстве нагрузок  $F = \{M_y, N\}$ . Таким образом, решение задачи ищется в 2-х мерном пространстве.

Особенностями рассматриваемой математической модели являются следующие:

1. Математическая модель устанавливает отображение множества допустимых значений деформаций, определенное в точечном метрическом пространстве деформаций, во множество значений усилий, определенное в точечном метрическом пространстве усилий  $\beta: R^2 \rightarrow R^2$ ;
2. Уравнения модели являются сингулярными интегральными уравнениями с краевой сингулярностью;
3. Уравнения модели являются нелинейными интегральными уравнениями с интегралами по области с изменяющейся в результате трещинообразования геометрией;
4. Дополнительные ограничения связаны с выбором в качестве отображения интеграла, приближаемого с применением мультипликативного квадратурного одноточечного правила, что допускает и иные проявления прерывности;
5. Отображение множества деформаций во множество напряжений — это степенные, полиномиальные, кусочно-линейные и др. функции. Практически все из них обладают тем недостатком, что имеют ограниченную область определения и в сочетании с любыми квадратурными правилами определяют в той или иной степени краевую прерывность отображения  $\beta$ .

Большинство публикаций, касающихся нелинейных расчетов железобетонных конструкций, в том числе и нормативный документ СНБ 5.03.01 предлагают вычислять интегралы расчетной модели как суммы. Таким образом, предлагается мультипликативное правило прямоугольников, имеющее наилучшие показатели по точности из всех известных квадра-

турных правил, но являющееся наиболее простым способом интегрирования. Такой подход сопряжен с целым рядом сложностей, при работе с расчетными ситуациями, для которых точность интегрирования играет существенную роль. К таким расчетным ситуациям и относится случай усиления данным способом.

Более эффективными считаются немультимпликативные правила. Строя такие правила пытаются ответить на следующий вопрос: если правило имеет  $m$  узлов, то, как выбрать его узлы и веса, чтобы оно оказалось точным для полиномов от двух переменных наиболее высокой степени. [4] В случае одной переменной это квадратура Гауса.

Благодаря доступности автоматических программ одномерного интегрирования двойные интегралы в течении многих лет вычислялись при помощи соответствующих алгоритмов и программ. Но с появлением немультимпликативных правил, позволяющих получать оценки погрешности, стали создаваться и программы двухмерного интегрирования. Самые ранние из них использовали в качестве основных прямоугольные области, в более поздних предпочтение было отдано треугольным областям. Общая стратегия применяемая в этих программах – глобальная адаптивная стратегия. [5]

Их преимущества: меньшее число вычислительных операций, вычислений подынтегральной функции, возможность интегрировать более сложные функции. [7]

Наибольший интерес представляет собой **обратная задача расчета**, которая формулируется следующим образом: 7

Для детального анализа модели необходимо рассмотреть ряд отображений, в частности, отображение множества деформаций во множество напряжений (диаграмма нагружения). Практически все предложения по аппроксимации диаграмм нагружения обладают тем недостатком, что имеют ограниченную область определения и в сочетании с любыми квадратурными правилами определяют в той или иной степени сингулярность расчетной системы. [8]

#### Расчет напряженно деформированного состояния нормального сечения усиленного повышением степени внутренней статической неопределенности железобетонного элемента методом простой итерации

Вспользуемся для наглядности квадратурным правилом прямоугольников. Учтем, что:

1. Основная и дополнительные части работают совместно и модель предусматривает контакт этих частей как абсолютно жесткий;
2. Исходная система уравнений равновесия записывается без разделения на элементарные площадки бетона и арматуры;

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_i \sigma_i A_i &= N \\ \sum_i \sigma_i A_i y_i &= -M_y \end{aligned} \right. , \quad (2)$$

где  $\sigma_i$  – напряжение в центре  $i$ -той элементарной площадки,  $A_i$  – площадь  $i$ -той элементарной площадки,  $x_i, y_i$  – координаты центра  $i$ -той элементарной площадки,  $M_y, N$  – изгибающий момент относительно оси  $y$  соответственно и сила поперечного сжатия/растяжения.

Для решения поставленной задачи для варианта с усилением распределение деформаций определяется выражением:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_z - \frac{1}{r_y} y_i + \varepsilon_{см_i} , \quad (3)$$

где  $\varepsilon_i$  – деформация в центре  $i$ -той элементарной площадки,  $y_i$  – координаты центра  $i$ -той элементарной площадки,  $k_y$  – кривизна по оси  $y$ ,  $\varepsilon_z$  – деформация поперечного сжа-

тия/растяжения,  $\epsilon_{ocm}$  – деформация в центре  $i$ -той элементарной площадки, которая есть, исходя из принципа суперпозиции [8], сумма  $q_0, q_1, q_2$ .

Необходимо отметить, что деформации  $q_0$  и  $q_1$  присутствуют только в начальном фрагменте сечения, в сечении элемента до усиления. Иными словами в дополнительном сечении эти деформации равны нулю.

Исходную систему уравнений удобно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} -k_y \sum_i E_i A_i y_i + \epsilon_z \sum_i E_i A_i + \epsilon_{ocm} \sum_i E_i A_i = N \\ -k_y \sum_i E_i A_i y_i^2 + \epsilon_z \sum_i E_i A_i y_i + \epsilon_{ocm} \sum_i E_i A_i y_i = -M_y \end{cases} \quad (4)$$

Итерационная схема алгоритма решения полученной системы уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \epsilon_z = \frac{\left( N + k_y \sum_i E_i A_i y_i - \epsilon_{ocm} \sum_i E_i A_i \right)}{\sum_i E_i A_i} \\ k_y = \frac{\left( M_y + \epsilon_z \sum_i E_i A_i y_i + \epsilon_{ocm} \sum_i E_i A_i y_i \right)}{\sum_i E_i A_i y_i^2} \end{cases} \quad (5)$$

Правые части уравнений рассчитываются относительно предыдущих ( $k-1$  шаг итерационного алгоритма) приближений деформаций, а левые представляют собой новые ( $k$ -ый шаг) значения.

Эту систему уравнений можно модифицировать далее к виду с явным выражением неявок. Обозначим правые части уравнений как  $\varphi_{\epsilon_z}(\epsilon_{k-1}), \varphi_{k_y}(\epsilon_{k-1})$ , тогда

$$\begin{cases} \epsilon_z^k = \varphi_{\epsilon_z}(\epsilon^{k-1}) \\ k_y^k = k_y^{k-1} + \gamma_y \left( \varphi_{k_y}(\epsilon^{k-1}) - k_y^{k-1} \right) \end{cases} \quad (6)$$

где  $\gamma$  – суперрелаксационные множители.

Из опыта применения метода простой итерации сделаны следующие выводы [33]:

- Метод простой итерации применим для простых расчетных случаев (чистый изгиб) в том числе и для усиленных железобетонных элементов;
- Установить сходимости и оценить быстроту сходимости, используя теорему Банаха о сжатых отображениях и последовательных приближениях, на начальном этапе расчета не представляется возможным из-за немонотонности итерационного расчета;
- Немонотонность процесса поиска решения приводит к возникновению устойчивых циклических последовательностей пересчитываемых решений. Для устранения циклов применено так называемое правило ложного положения. Т.е. для определения нового приближения используется два или более предыдущих;

С целью повышения скорости сходимости рекомендуется применение методов улучшения сходимости итерационных методов.

- ✓ На точность результата большое влияние оказывает как выбранный метод расчета в сочетании с формулировкой условия прекращения итерационного процесса, так и особенности самой модели.

### Расчет ширины раскрытия трещины при данном усилении

Расчетная ширина раскрытия нормальных трещин согласно СНБ 5.03.01 определяется по формуле:

$$w_k = \beta s_{rm} \cdot \epsilon_{sm} \quad (2)$$

где:  $w_k$  – расчетная ширина раскрытия трещин;

$s_{rm}$  – среднее расстояние между трещинами;

$\epsilon_{sm}$  – средние деформации арматуры, определяемые при соответствующей комбинации нагрузок;

$\beta$  – коэффициент, учитывающий отношение расчетной ширины раскрытия трещин к средней.

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s \cdot \psi_s \quad (3)$$

где:  $\epsilon_s$  – деформация растянутой арматуры в сечении с трещиной, определяемая в общем случае из решения расчетной системы уравнений деформационной модели от действия изгибающего момента и продольной силы в соответствии с п. 5.33 настоящих норм;

$\psi_s$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения деформаций растянутой арматуры на участках между трещинами, величину которого допускается определять по формуле:

$$\psi_s = \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right], \quad (4)$$

$\sigma_{sr}$  – напряжения в растянутой арматуре, рассчитанные для сечения с трещиной, от усилий, при которых образуются трещины;

Основные моменты:

1. Поскольку для рассматриваемого способа усиления момент трещинообразования определить невозможно в случае, если усиление уже выполняется для сечения с трещиной, то в таких случаях не удастся учесть коэффициент  $\psi_s$ ;
2. При определении деформации  $\epsilon_{sm}$  формула 10 должна быть переписана в виде:

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s - \epsilon_{ост} \quad (5)$$

Расчет изгибной жесткости

Известное значение кривизны продольной оси элемента при заданных усилиях позволит найти соответствующую изгибную жесткость из соотношения:

$$\frac{1}{r_y} = \frac{M_y}{B_y} \quad (6)$$

Очевидно что для рассматриваемого способа усиления данное соотношение приводит к предложенной В.И. Мурашевым формуле для расчета жесткости нормального сечения под нагрузкой, которую мы обобщим на случай 2-х переменных:

$$\begin{cases} B_y = \iint_c E(y) \cdot (y - y_0)^2 x(y) dy \\ y_0 = \frac{\iint_c E(y) \cdot y \cdot x(y) dy}{\iint_c E(y) \cdot x(y) dy} \end{cases} \quad (12)$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый метод расчета напряженно деформированного состояния нормального сечения усиленного повышением степени внутренней статической неопределенности железобетонного элемента позволяет рассчитывать многопустот-

ные плиты, усиленные введением дополнительной арматуры в растянутой зоне и наращиванием поперечного сечения сжатой зоны элемента.

Метод позволяет оценить напряженно деформированное состояние элементов на всех стадиях загрузки, вплоть до разрушения, определить трещиностойкость элемента и рассчитать ширину раскрытия трещины при заданных усилиях.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О. Алгоритмы расчета напряженно-деформированного состояния нормального сечения усиленного железобетонного элемента / Сборник научных трудов «Повышение качества строительных работ, материалов и проектных решений. Вып. 2» / Под ред. В.И.Микрина, М.А.Сенющенкова, А.В.Городкова, В.М.Кожухара. — Брянск: БГИТА, 2000.
2. Сидорович Е.М. Нелинейное деформирование, статическая и динамическая устойчивость пространственных систем. — Мн.: БГПА, 1999.- 200с.
3. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О. Численный анализ расчетной модели нормального сечения проекта СНБ 2.03.01-98 / Совершенствование железобетонных конструкций, оценка их состояния и усиление: Сб. материалов респ. науч.-техн.

- конференции / Под ред. Т.М.Пецоляда. — Мн.: УП «Технопринт», 2001. — С.97. — ISBN 985-464-055-8.
4. Stroud A. Approximate Calculation of Multiple Integrals, — Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
  5. Lyness J. AUG2-Integration Over a Triangle, Argonne National Laboratory Report. — ANL/MCS-TM-13, 1983.
  6. de Doncker E., Robinson I. An Algorithm for Automatic Integration Over a Triangle Using Nonlinear Extrapolation. — ACM Transaction on Math Software. — pp 1-16, 1984.
  7. Глухов Д.О. Непрерывность поверхности решений системы уравнений деформационной модели / Сборник научных трудов "Инженерные проблемы строительства и эксплуатации сооружений" / Под ред. Д.Н. Лазовского. — Мн.: УП "Технопринт", 2001. — С. 58-62. — ISBN 985-464-019-1, 2001.
  8. Александров А.В., Потанов В.Д., Державин Б.П. Сопроотивление материалов: Учеб. для вузов. — 2-е изд. испр. — М.: Высш. шк., 2000. — 560с.: ил. — ISBN 5-06-003732-0.
  9. Лазовский Д.Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений. — Новополоцк: Изд-во Полоцкого гос. ун-та, 1998. — 280с.: ил. — ISBN 985-418-039-5.

УДК 624.012

*Тур В.В.*

## НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ИХ СОЧЕТАНИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО СНБ 5.03.01–2002

### ВВЕДЕНИЕ

Как было показано в наших работах [6, 7], нормативные документы по проектированию бетонных и железобетонных конструкций [1, 2] обеспечивают надежность последних полувольерностными методами расчетов по предельным состояниям, использующими расчетные значения воздействий, расчетные характеристики бетона и арматуры. Расчетное условие метода предельных состояний имеет вид:

$$E_d \leq R_d ; \quad (1)$$

где  $E_d$  – расчетное значение эффекта от воздействия;  $R_d$  – расчетное значение предельного усилия (вектора предельных усилий), которое способна воспринимать конструкция. Расчетное значение эффекта от воздействия (например, внутреннего усилия или вектора внутренних усилий, вызванных действием внешней нагрузки) принято записывать в общем виде:

$$E_d = E \{ \gamma_{F,i}; F_{rep,i}; a_d \}, i \geq 1; \quad (2)$$

где  $a_d$  – расчетные значения геометрических характеристик;  $\gamma_{F,i}$  – частный коэффициент безопасности для воздействия, учитывающий ошибки расчетной модели для определения эффекта от воздействия и его отклонения от репрезентативного значения  $F_{rep,i} = \Psi_i \cdot F_{k,i}$ ; здесь  $F_k$  – нормативное значение воздействия (эффекта от воздействия);  $\Psi_i$  – коэффициент сочетания для воздействия.

Следует отметить, что при определении расчетных эффектов от воздействий СНБ 5.03.01 [1] содержат подходы, несколько отличающиеся от принятых в действующих СНиП [4]. С одной стороны – это изменение в сторону увеличения

значений коэффициентов безопасности для расчетных воздействий  $\gamma_F$ . Методы назначения коэффициентов безопасности  $\gamma_F$  для воздействий на базе статистического моделирования подробно рассмотрены в наших работах [6, 7]. С другой стороны – в СНБ 5.03.01 [1] приняты правила составления расчетных сочетаний (комбинаций) воздействий в соответствии с положениями EN 1990:2001 [3], что вводится впервые и требует некоторых пояснений.

### 1. КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В соответствии с требованиями норм [3], воздействия на элементы конструктивных систем классифицируют в зависимости от:

- 1). *источника их происхождения*: а) «прямые» воздействия или «нагрузка» – силы приложенные непосредственно к конструкциям и вызывающие в элементах напряжения и перемещения; б) «непрямые» или «косвенные» воздействия – реактивные силы, вызванные перемещениями связей, соединяющих конструктивные элементы, неравномерными осадками опор, собственными деформациями (например, температурно-усадочными) при их ограничении;
- 2). *изменения их величины во времени (продолжительности действия)*: а) *постоянные* воздействия ( $G$ ), например, собственный вес конструкции; вес стационарного оборудования; непрямые воздействия, вызванные усадкой, кроме того, сохраняющиеся в конструкции усилия от предварительного напряжения следует учитывать в расчетах как усилия от постоянных нагрузок; б) *переменные* (или временные) воздействия ( $Q$ ), например, полезная

*Тур Виктор Владимирович. Д.т.н., профессор, проректор по научной работе, зав. каф. технологии бетона и строительных материалов Брестского государственного технического университета. Беларусь, БГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.*