

УДК 624.72:539.3

Босаков С.В., Семенюк С.Д.

## РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФУНДАМЕНТОВ, КАК СИСТЕМЫ ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК, НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА

### ВВЕДЕНИЕ

Современные методы расчета железобетонных конструкций зданий и сооружений должны учитывать максимальное соответствие расчетной схемы и реальной конструкции с учетом пространственного характера работы сооружения или системы. При этом напряженно-деформируемое состояние элементов системы оказывает влияние специфика железобетона - его ползучесть. Учет влияния специфики железобетона часто позволяет уточнить расчетную схему конструкции, что в значительной степени стало возможным благодаря применению вычислительной техники.

Расчетные схемы фундаментов под жилые и гражданские здания чаще всего представляют в виде системы перекрестных балок на упругом основании. При проектировании железобетонных фундаментов в виде системы перекрестных балок расчет осуществляют в предположении шарнирного сопряжения балок, что не соответствует реальной работе системы и требует существенного уточнения [1].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

За расчетную модель рассматриваемого фундамента была принята система перекрестных балок с жесткими узлами на упругом основании (рис.1). Считаем, что система перекрестных балок представляет совокупность жестко соединенных между собой стержней, находящихся на упругом основании.

При расчете принимаем, что реактивные касательные давления в контактной зоне стержней не учитываются; распределение нормальных реактивных давлений по ширине каждого стержня считается постоянным; на контакте системы пере-

крестных балок с упругим основанием могут возникать как сжимающие, так и растягивающие реактивные давления[1]. Внешняя нагрузка действует перпендикулярно плоскости осей стержней, образующих систему перекрестных балок.

Упругий расчет будем вести способом Б.Н. Жемочкина [2]. С этой целью каждый стержень системы разобьем на прямоугольные участки. В центре каждого участка поставим абсолютно жесткие связи, через которые осуществляется контакт системы с упругим основанием. Будем считать, что усилия в каждой связи вызывает равномерное распределение реактивных давлений в пределах участка. Полученную многократно статически неопределимую систему рассчитываем смешанным методом строительной механики, приняв за неизвестные усилия в связях Б.Н. Жемочкина, и линейные и угловые перемещения введенного защемления на краю системы перекрестных балок (рис.2).

Упругий расчет заданной статически неопределимой плоской рамы из железобетона для нахождения коэффициентов при неизвестных усилиях в связях Б.Н. Жемочкина сводится к решению канонических уравнений, при этом  $t=t_0$  - время нагружения системы.

$$\delta_{11} X_1^{(n)} + \delta_{12} X_2^{(n)} + \dots + \delta_{1n} X_n^{(n)} + u_{10}^{(n)} + \varphi_{10}^{(n)} \cdot C_1 + \Delta_{1p}^{(n)} = 0$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\delta_{n1} X_1^{(n)} + \delta_{n2} X_2^{(n)} + \dots + \delta_{nn} X_n^{(n)} + u_{n0}^{(n)} + \varphi_{n0}^{(n)} \cdot C_n + \Delta_{np}^{(n)} = 0$$

$$- X_1^{(n)} \text{''}_1 - X_2^{(n)} \text{''}_2 - \dots - X_n^{(n)} \text{''}_n + M = 0$$

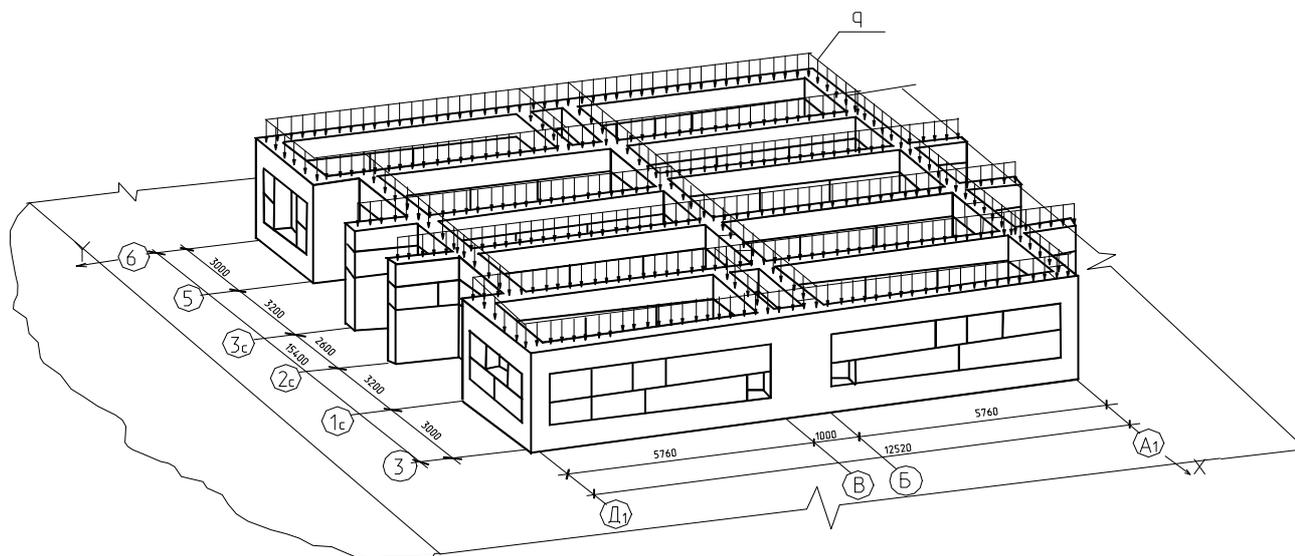


Рисунок 1. Пространственный железобетонный фундамент в виде системы перекрестных балок на упругом основании

**Босаков Сергей Владимирович.** К.т.н., доцент каф. строительной механики Белорусской государственной политехнической академии.

Беларусь, БГПА, 220027, г. Минск, пр. Ф.Скорины 65

**Семенюк Сергей Дмитриевич.** К.т.н., доцент каф. строительной механики Могилевского машиностроительного института.

Беларусь, ММИ, 212005, г. Могилев, ул. Ленинская 70.

Строительство и архитектура

$$-X_1 - X_2 - \dots - X_n + R = 0 \quad (1)$$

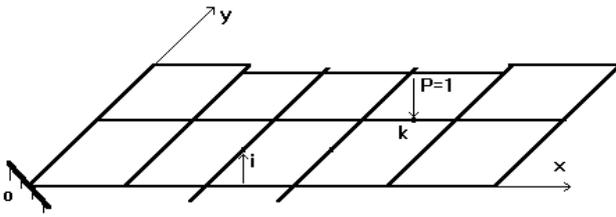


Рисунок 2. Основная система смешанного метода

По методу Б.Н. Жемочкина  $\delta_{ik} = W_{ik} + Z_{ik}$  - взаимное вертикальное перемещение  $i$ -ой разрезанной связи от единичных сил, приложенных к связи с номером  $k$  в основной системе (рис.2).  $W_{ik} = \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0 h} (F_{ik}^0 + F_{ik}^I)$  - осадки основания;

$E_0, \nu_0, h$  - модуль деформации, коэффициент Пуассона и толщина слоя упругого основания,  $F_{ik}^0$  характеризует осадку упругого однородного изотропного полупространства, а  $F_{ik}^I$  корректирует  $F_{ik}^0$  для данной модели упругого основания [3]  $Z_{ik}$  - прогибы системы перекрестных балок с защемленной точкой. Считаем, что ползучесть отражается на величине  $Z_{ik}$ .

Построение функции Грина для системы перекрестных балок с защемленной точкой осуществлялось по методике изложенной [4]. Ее расчет производится аналогично подходу С.Н. Клепикова [5].

**Шаг 1.**  $T_1 = t_0 + \Delta t$ .

На этом шаге из-за ползучести  $\delta_{ik}^{(t)} = \delta_{ik} (1 + \varphi_i^{01t})$ ;  $X_i^{(t)} = X_i^{(0)} + \Delta X_i^{(t)}$ . Считаем, что на промежутке времени от  $t=t_0$  до  $t_1 = t_0 + \Delta t$  (интервал времени 1 шага)  $X_i^{(0)}$  совершает работу на упруго-вязких перемещениях; приращение  $\Delta X_i^{(t)}$  - на упругих. Поэтому система уравнений способа Б.Н. Жемочкина становится такой:

$$\delta_{i1} [(1 + \varphi_i^{01t}) X_1^0 + \Delta X_1^{(t)}] + \delta_{i2} [(1 + \varphi_2^{01t}) X_2^0 + \Delta X_2^{(t)}] + \dots + u_0^{(t)} + \varphi_0^{(t)} \cdot C_1 + \Delta_{ip}^{(t)} = 0$$

$$\delta_{n1} [(1 + \varphi_n^{01t}) X_1^0 + \Delta X_1^{(t)}] + \delta_{n2} [(1 + \varphi_2^{01t}) X_2^0 + \Delta X_2^{(t)}] + \dots + u_0^{(t)} + \varphi_0^{(t)} \cdot C_n + \Delta_{ip}^{(t)} = 0$$

$$-(X_1^{(0)} + \Delta X_1^{(t)}) C_1 - (X_2^{(0)} + \Delta X_2^{(t)}) - \dots + M = 0 \quad (2)$$

$$-(X_1^{(0)} + \Delta X_1^{(t)}) - (X_2^{(0)} + \Delta X_2^{(t)}) - \dots + R = 0$$

В (2)  $u_0^{(t)} = u_0^{(0)} + \Delta u_0^{(t)}$ ;  $\varphi_0^{(t)} = \varphi_0^{(0)} + \Delta \varphi_0^{(t)}$ ;  $\Delta_{ip}^{(t)} = \Delta_{ip}^{(0)} (1 + \varphi_p^{01t})$ ; и  $\Delta(A_{ip})^{(t)} = \varphi_p^{01t} \cdot \Delta_{ip}^{(0)}$ .

$\varphi_j^{uv}$  - характеристика ползучести  $j$  элемента;

$u$  - момент времени начала приложения нагрузки ( $V > U$ )

$v$  - текущий момент времени.

Сопоставляя (2) и (1) получаем

$$\delta_{i1} \Delta X_1^{(t)} + \delta_{i2} \Delta X_2^{(t)} + \dots + \Delta u_0^{(t)} + \Delta \varphi_0^{(t)} \cdot c_1 =$$

$$= - \sum_{k=1}^N \delta_{ik} \varphi_k^{01t} X_k^{(0)} - \varphi_p^{01t} \cdot \Delta_{ip}^{(0)} - \Delta(A_{ip})^{(t)}$$

$$\delta_{n1} \Delta X_1^{(t)} + \delta_{n2} \Delta X_2^{(t)} + \dots + \Delta u_0^{(t)} + \Delta \varphi_0^{(t)} \cdot c_n =$$

$$= - \sum_{k=1}^N \delta_{nk} \varphi_k^{01t} X_k^{(0)} - \varphi_p^{01t} \cdot \Delta_{np}^{(0)} - \Delta(A_{np})^{(t)}$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(t)} c_i = 0 \quad (2)$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(t)} = 0$$

Неизвестными являются:  $X_2^{(t)}$ ;  $u_0^{(t)}$ ;  $\varphi_0^{(t)}$

**Шаг 2**  $X_i^{(2)} = X_i^{(t)} + \Delta X_i^{(2)}$ ; причем  $X_i^{(t)}$  совершает работу на упруго-вязких перемещениях, а  $\Delta X_i^{(2)}$  - на упругих в пределах времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Система уравнений на этом шаге становится такой

$$\delta_{i1} [(1 + \varphi_i^{02t}) X_1^{(t)} + \Delta X_1^{(2)}] + \delta_{i2} [(1 + \varphi_2^{02t}) X_2^{(t)} + \Delta X_2^{(2)}] + \dots + u_0^{(2)} + \varphi_0^{(2)} \cdot c_1 + \Delta_{ip}^{(2)} = 0$$

$$\delta_{n1} [(1 + \varphi_n^{02t}) X_1^{(t)} + \Delta X_1^{(2)}] + \delta_{n2} [(1 + \varphi_2^{02t}) X_2^{(t)} + \Delta X_2^{(2)}] + \dots + u_0^{(2)} + \varphi_0^{(2)} \cdot c_n + \Delta_{ip}^{(2)} = 0$$

$$-(X_1^{(t)} + \Delta X_1^{(2)}) C_1 - (X_2^{(t)} + \Delta X_2^{(2)}) C_2 - \dots + M = 0 \quad (3)$$

$$-(X_1^{(t)} + \Delta X_1^{(2)}) - (X_2^{(t)} + \Delta X_2^{(2)}) - \dots + R = 0$$

Но на шаге 1 выполняются условия для каждого  $i$ :

$$\sum_{i=1}^n [\delta_{i1} X_1^{(t)} + \delta_{i2} X_2^{(t)}] + \dots + u_0^{(t)} + \varphi_0^{(t)} c_i =$$

$$= -\Delta_{ip}^{(t)} - \sum_{k=1}^N \varphi_k^{01t} \delta_{ik} X_k^{(0)}$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(t)} - c_i + M = 0$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(t)} + P = 0$$

Однако  $X_i^{(t)}$  известно при любом  $i$  из предыдущего шага. Поэтому окончательная система разрешающих уравнений для определения приращений  $\Delta X_i^{(2)}$  на шаге 2 принимает вид

$$\sum_{i=1}^n \delta_{i1} \Delta X_1^{(2)} + \delta_{i2} \Delta X_2^{(2)} + \dots + \Delta u_0^{(2)} + \Delta \varphi_0^{(2)} c_i =$$

$$= -\Delta(A_{ip})^{(2)} + \sum_{k=1}^n \delta_{ik} (\varphi_k^{02t} - \varphi_k^{01t}) X_k^{(t)} = 0$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(2)} c_i = 0 \quad (3)$$

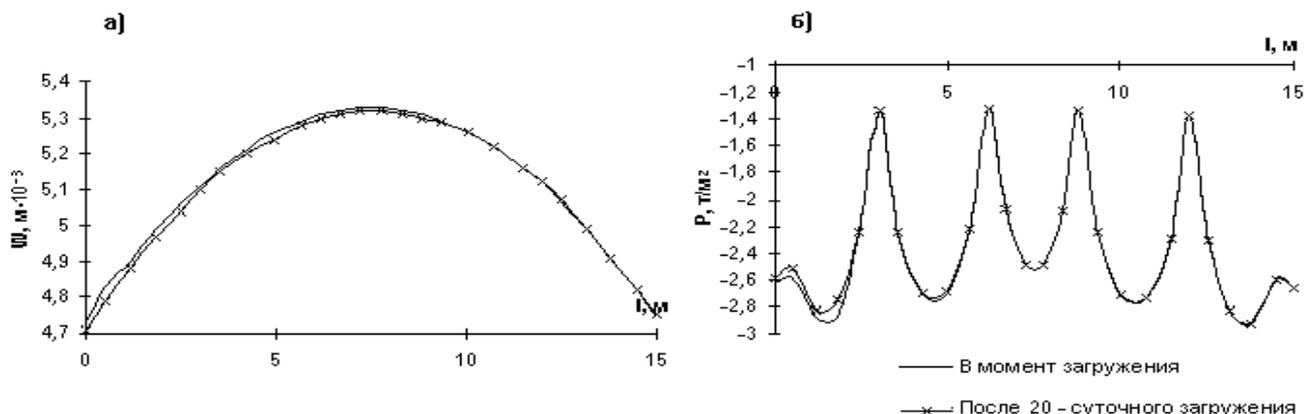


Рисунок 3. Распределение осадок (а) и реактивного отпора грунта (б) системы по оси "Б" в момент загрузки и по истечении 20 суток после загрузки

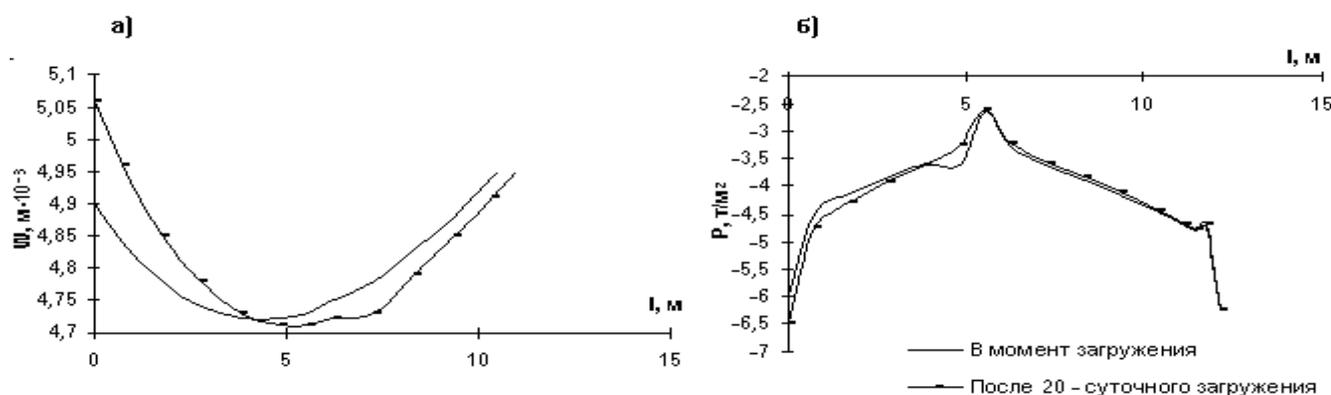


Рисунок 4. Распределение осадок (а) и реактивного отпора грунта (б) системы по оси "3" в момент загрузки и по истечении 20 суток после загрузки

$$-\sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(2)} = 0$$

Здесь приращение свободных членов на шаге 2

$$\Delta(A_p)^{(2)} = \varphi_p^{12} \Delta_p^{(1)} = \varphi_p^{12} [\Delta_p^{(0)} + \Delta(A_p)^{(1)}] = \varphi_p^{12} \cdot \Delta_p^{(0)} (1 + \varphi_p^{01})$$

Так как

$$\Delta_p^{(2)} = \Delta_p^{(0)} + \Delta(A_p)^{(1)} + \Delta(A_p)^{(2)} = \Delta_p^{(1)} + \Delta(A_p)^{(2)} = \Delta_p^{(1)} (1 + \varphi_p^{12})$$

$$\Delta(A_p)^{(2)} = \varphi_p^{02} \cdot \Delta_p^{(0)}$$

**Шаг 3**  $X_i^{(3)} = X_i^{(2)} + \Delta X_i^{(3)}$ ; причем  $X_i^{(2)}$

совершает работу на упруго-вязких перемещениях, а  $\Delta X_i^{(3)}$

- на упругих в пределах времени  $\Delta t = t_3 - t_2$ .

$$\delta_{i1} [(1 + \varphi_i^{03}) X_i^{(2)} + \Delta X_i^{(3)}] + \delta_{i2} [(1 + \varphi_2^{03}) X_2^{(2)} + \Delta X_2^{(3)}] + \dots + u_0^{(2)} + \Delta u_0^{(3)} + [\varphi_0^{(2)} + \Delta \varphi_0^{(3)}] + \Delta_p^{(2)} + \Delta(A_p)^{(3)} = 0$$

Из предыдущего шага

$$\delta_{i1} X_i^{(2)} + \delta_{i2} X_2^{(2)} + \dots + u_0^{(2)} + \varphi_0^{(2)} \cdot c_i + \Delta_p^{(2)} =$$

$$= -\sum_{k=1}^n \delta_{ik} \varphi_i^{02} X_k$$

поэтому первое уравнение перепишем так

$$\delta_{i1} [\varphi_i^{03} X_i^{(2)} + \Delta X_i^{(3)}] + \delta_{i2} [\varphi_2^{03} X_2^{(2)} + \Delta X_2^{(3)}] + \dots + \Delta u_0^{(3)} + \Delta \varphi_0^{(3)} + c_i + \Delta(A_p)^{(3)} - \sum_{k=1}^n \delta_{ik} \varphi_i^{02} X_k^{(2)} = 0$$

Или, иначе,

$$\sum_{i=1}^n \{ \delta_{i1} \Delta X_i^{(3)} + \delta_{i2} \Delta X_2^{(3)} + \dots + \Delta u_0^{(3)} + \Delta \varphi_0^{(3)} c_i + \Delta(A_p)^{(3)} + \sum_{k=1}^n \delta_{ik} (\varphi_k^{03} - \varphi_k^{02}) X_k^{(2)} \} = 0$$

$$-\sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(3)} c_i = 0 \tag{4}$$

$$-\sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(3)} = 0$$

$$\Delta(A_p)^{(3)} = \varphi_p^{03} \cdot \Delta_p^{(0)}$$

**Шаг m**  $X_i^{(m)} = X_i^{(m-1)} + \Delta X_i^{(m)}$ ; причём  $X_i^{(m-1)}$  совершает работу на упруго-вязких перемещениях, а  $\Delta X_i^{(m)}$  - на упругих в пределах времени  $\Delta t = t_m - t_{m-1}$ .

$$\sum_{i=1}^n \{ \delta_{i1} \Delta X_1^{(m)} + \delta_{i2} \Delta X_2^{(m)} + \dots + \Delta u_0^{(m)} + \Delta \varphi_0^{(m)} c_i + \varphi_p^{m-1} \cdot \Delta_p^{(m-1)} + \Delta (\Delta_p)^m + S_i^{(m)} \} = 0$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(m)} c_i = 0 \quad (5)$$

$$- \sum_{i=1}^N \Delta X_i^{(m)} = 0$$

Здесь  $\Delta_p^{(m)} = \varphi^{0m} \Delta_p^{(0)}$ ;

$$S_i^{(m)} = \sum_{k=1}^n \delta_{ik} (\varphi_k^{0,m} - \varphi_k^{0,m-1}) X_k^{(m-1)}.$$

На каждом шаге находится приращение неизвестных  $\Delta X_k^{(m)}$ ;  $\Delta u_0^{(m)}$ ;  $\Delta (\Delta \varphi_0)^{(m)}$ .

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Вычисление функционала полной энергии и его дифференцирование по каждому из неизвестных коэффициентов проводилось в общем виде с помощью пакета компьютерной алгебры "Matematika-3" [6]. Была составлена программа расчета системы перекрестных балок на упругом основании (рис.3), учитывающая реологические свойства железобетона - его ползучесть. Прогнозы системы на каждом участке Б.Н. Жемочкина определялись с учетом ползучести железобетона по формуле  $y(t) = y(0) [1 + C_1 (1 - e^{-\gamma t})]$

где  $y(0)$  - деформации участков в момент загрузки;

$t$  - время в сутках;

УДК 539.3

Генфуд С.

## РАСЧЕТ S-ОБРАЗНОЙ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ

### ВВЕДЕНИЕ

Расчет фундаментных конструкций или сооружений был выполнен впервые на допущении Винклера: осадка упругого основания пропорциональна давлению в месте осадки, что позволило решить дифференциальное уравнение изгиба плиты в замкнутой форме. В 1930 годы концепция Винклера была дополнена разработкой методов и расчетов балок и плит на упругом основании с использованием решений об упругой полуплоскости и упругом полупространстве, полученных соответственно Фламаном и Буссинеском [1]. При проектировании стали широко применять метод Жемочкина [2] и таблицы безразмерных коэффициентов, разработанные Горбуновым-Посадовым [3] на основе метода полиномов. В предлагаемой статье задача о расчете плиты, не имеющей осей симметрии в плане на произвольном упругом основании в полярных координатах, также решается методом Б. Н. Жемочкина.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим плиту конечной жесткости, имеющую S-образную форму в плане в полярных координатах, находящуюся на поверхности упругого основания любого типа под действием произвольной внешней нагрузки (рис. 1). Ставится задача определения реактивных напряжений на контакте между плитой и основанием, ее перемещений и внутренних усилий в ней. При расчете принимаются следующие предположения [3]:

- ◆ Касательные напряжения на контакте плиты с основанием принимаются равными нулю;
- ◆ между плитой и упругим основанием могут возникать как сжимающие, так и растягивающие контактные напряжения;
- ◆ для плит считаются справедливыми гипотезы теории

$C_1$  - характеристика ползучести. Принимаем  $C_1 = 0,005$ ;  $\gamma = 1,0$

Число участков Б.Н. Жемочкина для всей системы составило 162. Размеры поперечного сечения стержней постоянны и равны 1,2x0,4 м. Результаты расчета для упругого полупространства и бетона с  $E_0 = 20 \text{ МПа}$ ;  $\nu_0 = 0,3$ ;  $E_b = 20 \cdot 10^3 \text{ МПа}$  и действия на систему равномерно распределенной нагрузки  $q = 13,76 \text{ кН/м}$  приведены на рисунках 3 и 4. На рис. 3а показано распределение осадок грунта по оси "Б" системы (рис.1) в момент загрузки и по истечении 20 суток после загрузки. На рис.3б показаны значения реактивного отпора грунта по оси "Б" в момент загрузки и по истечении 20 суток после загрузки.

На рис. 4а показано распределение осадок грунта по оси "3" в момент загрузки и по истечении 20 суток после загрузки. На рис.4б показаны значения реактивного отпора грунта по оси "3" в момент загрузки и по истечении 20 суток соответственно.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Горбунов - Посадов М.Н., Маликова Т.А., Соломин В.И. Расчет конструкций на упругом основании. М., Стройиздат, 1984. 679с.
2. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. М., Стройиздат, 1962. 260с.
3. Босаков С.В. Изгиб сжатой прямоугольной пластинки на упругом основании любого типа. МТИ, т.2, №2, с. 93-95.
4. Босаков С.В., Семенюк С.Д. Расчет системы перекрестных балок на двухслойном упругом основании. - В журн. Вестник Брестского политехнического института, 2000, №1, с.14-16.
5. Клепиков С.Н. Расчет упруго-вязких стержневых систем шаговым методом. Прикладная механика. Том VI, в.2, К., 1970, с. 105...109.
6. Дьяконов В.П. Системы символьной математики. Matematika 2 и Matematika 3. М., СК.Пресс, 1998, 328 с.

Генфуд Салах. Аспирант каф. строительной механики Белорусской государственной политехнической академии. Беларусь, БГПА, 220027, г. Минск, пр. Ф.Скорины 65.