

$$P_3 = \frac{1}{l} \left(\frac{D_3}{\sqrt{a_1}} [N_1 \cdot \sin(\sqrt{a_1} \cdot l) - N_2 \cdot \cos(\sqrt{a_1} \cdot l)] - \varepsilon_{2,0} - \left(\varphi_0 + \frac{D_3 N_2}{\sqrt{a_1}} \right) \right)$$

При действии произвольной системы нагрузок, дифференциальные уравнения (1) рекомендуется решать методом конечных разностей, подробно описанном в работе [6]. Разбивая длину стержня на «*m*» частей длиной Δx , значения неизвестных величин в точке *j* длины стержня представляют в виде:

$$y_{l,j+1} = y_{l,j} + \Delta x \left(\frac{dy_{l,j}}{dx} \right) \quad (18)$$

где $y_{l,j} = (\varepsilon_j, \varepsilon_2, \varphi, \tau_{Rd,j})$ – значения параметров деформирования составного сечения и касательные напряжения в точке *j* по длине стержня.

Для удовлетворения граничным условиям следует выразить значения неизвестных на одном конце стержня через неизвестные на другом, и затем решить уравнения метода начальных параметров.

В качестве критерия наступления предельного состояния контактного соединения в рассматриваемом сечении *x* по длине пролета балки, при расчете по деформационной модели, следует принимать условие достижения тангенциальными смещениями в контакте предельных значений $\delta_{ni} = 0.4$ мм, вертикальными смещениями – $\delta_{ni} = 0.2$ мм.

ВЫВОДЫ

1. Учет развивающихся в плоскости стыкового соединения взаимных сдвигов (нелинейное деформирование контакта) позволяет более приблизиться к физической модели работы

УДК 624.012.35

Рак Н. А.

К ПОСТРОЕНИЮ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ СТРУКТУРЫ БЕТОНА

ВВЕДЕНИЕ

В одной из наиболее проблемных публикаций последних лет [1], посвященной вопросам развития методов расчета железобетонных конструкций, отмечалось, что поведение композитных материалов типа бетона вполне удовлетворительно может быть описано некоторыми математическими моделями. Причем, если они в достаточной степени обоснованы, то могут послужить основой для прогнозирования практически всех механических свойств бетона, необходимых при проектировании конструкций. Следует отметить, что математическое моделирование свойств бетона постоянно осуществлялось по мере накопления опытных данных. В связи с этим все известные в настоящее время зависимости, описывающие свойства бетона, являются математическими моделями той или иной формы сложности.

Большинство предложений в этой области основывается на так называемом феноменологическом подходе, когда для описания механических свойств бетона используются результаты однофакторных или многофакторных экспериментов. При этом широко используются вероятностно-статистические методы, в том числе методы математического планирования эксперимента. Получили свое развитие различные реологиче-

составных конструкций и повысить точность производимых расчетов.

2. Оценка прочности контакта в составе сборно-монолитной конструкции позволяет подойти более экономично к их проектированию и учесть возможность появления новых схем разрушения.

СПИСОК ИСПОЛЪЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Байков В.И., Додонов М.И., Расторгуев Б.С. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. — 1987. — № 5. — С. 16—18.
2. СНБ 5.03.01—98. Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования. Проект.— ГП «Стройтехнорм».— 1998.— 275 с.
3. Yoshikawa H., Wu Z., Tanabe T. Analytical Model for Shear Slip of Cracked Concrete// Journal of Structural Engineering. — 1989. — Vol. 115, No. 4, april.— P. 771-787.
4. Тур В.В., Шалобыта Т.П., Шалобыта Н.Н. Прочностные и деформативные параметры контактных соединений сборно-монолитных конструкций // «Вестник БПИ — Строительство и архитектура», №1, 2000 — С.6064.
5. Тур В.В., Шалобыта Т.П., Шалобыта Н.Н., К построению аналитической модели работы стыкового соединения железобетонных сборно-монолитных конструкций// Проблемы и перспективы современных строительных конструкций и технологий: Сб. тр./ Под ред. В.И. Драгана.— Брест: БПИ, 1998. — С.74-78.
6. Ржаницын А.Р., Захаров В.М. Расчет составных стержней из неупругого материала с неупругими связями сдвига// Строительная механика и расчет сооружений. — 1984. — № 1. — С. 17 —19.

ские модели описания линейных и нелинейных процессов длительного деформирования и разрушения бетона и т.п.

В то же время такие подходы имеют невысокую эффективность в связи с тем, что они в определенной мере оторваны от системы физических представлений о процессах, происходящих в бетоне. При этом за пределами анализа часто остаются очень важные закономерности, а выбор аналитической формы модели и оценка влияния исследуемых факторов носит формальный характер.

Теоретической основой решения задачи прогнозирования свойств бетона могут быть только обобщения, основанные на анализе поведения бетона как многокомпонентного материала. При этом важно широко привлекать методы смежных наук, а именно теории ползучести, теории упругости, механики композиционных материалов, механики разрушений, физики бетона и др.

Основополагающие результаты могут быть достигнуты только на основе разработки структурно-механических моделей бетона как неоднородного материала. В связи с этим цементные композиты следует рассматривать как двух-, трех- или *n*-фазную неоднородную среду, в которой условно однородная матрица и распределенные в ней включения имеют

Рак Николай Александрович. Доцент, кандидат технических наук, докторант кафедры железобетонных и каменных конструкций Белорусской государственной политехнической академии (БГПА).
Беларусь, г. Минск, пр. Ф. Скарны, 65. E-mail: nrak@sf.unibel.by

отличные друг от друга упругие (и неупругие) деформационные характеристики.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В последнее время при расчете нормальных сечений железобетонных конструкций получил распространение и включен в нормы проектирования ряда стран метод расчета, основанный на рассмотрении напряженно-деформированного состояния сечения – так называемая деформационная расчетная модель.

В основу этой модели положены диаграммы деформирования материалов (бетона и арматуры) как обобщенные характеристики их свойств и гипотеза плоских сечений. Обобщенная расчетная модель кроме этого включает уравнения равновесия внутренних и внешних сил в нормальном сечении, а также условие деформирования бетона и арматуры между нормальными трещинами [2].

Главным достоинством деформационной расчетной модели является то, что, основываясь на ней можно выполнять расчет железобетонных элементов, как по прочности, так и по образованию и раскрытию трещин, а также по деформациям.

Применение деформационной модели требует при переходе от напряжений в элементах модели (бетоне и арматуре) к обобщенным усилиям (внутренним моментам и нормальной силе) выполнять процедуру численного интегрирования по высоте и ширине сечения железобетонного элемента. Для этого бетонное сечение условно делится на отдельные малые участки (как правило, прямоугольной формы), в пределах которых напряжения принимаются постоянными по величине и равными напряжениям на уровне центра тяжести участка. Считается, что принятие постоянства напряжений в пределах участка не вносит существенной погрешности, если его размеры достаточно малы (не более $1/10$ соответствующего размера сечения).

Очевидно, что так называемая деформационная расчетная модель обладает рядом существенных преимуществ по сравнению с методами расчета, основанными на методе предельных усилий. Вместе с тем, точность деформационной модели решающим образом определяется адекватностью используемых диаграмм деформирования материалов (особенно бетона) их фактическим свойствам. В связи с этим немаловажное значение принимает вопрос соответствия диаграмм деформирования бетона, получаемых на контрольных образцах определенного вида (призмах или цилиндрах) и размера истинным диаграммам деформирования бетона конструкции реальных размеров. Здесь важную роль может сыграть положение продольной оси контрольного образца при бетонировании по отношению к положению при бетонировании реальной конструкции в ее предполагаемом расчетном сечении. В этой связи при расчете нормальных сечений линейных элементов, изготавливаемых, как правило, в горизонтальном положении, предпочтительнее принимать диаграмму полученную на призмах, изготавливаемых также горизонтально. Применение в этом случае образцов в виде цилиндров, бетонированных в вертикальном положении, неизбежно приведет к отличию полученной на них диаграммы деформирования бетона от реальной в нормальном сечении конструкции.

Влияние вида образцов и их положения при бетонировании на получаемые по одинаковой методике испытаний диаграммы деформирования при сжатии применительно к высокопрочным бетонам было изучено в работе [3]. В результате сравнения диаграмм деформирования вертикально и горизонтально бетонированных коротких призм размерами $100 \times 100 \times 200$ мм было установлено:

1. Прочность при сжатии горизонтально бетонированных призм в среднем на 5 % ниже прочности вертикально бетонированных.

2. Начальный модуль деформаций бетона горизонтально бетонированных призм в среднем на 5 % выше, чем у вертикально бетонированных.

3. Относительные деформации бетона при максимальных напряжениях у горизонтально бетонированных призм в среднем на 10 % ниже, чем у вертикально бетонированных.

Кроме фактора положения при бетонировании на получаемые диаграммы деформирования влияют и размеры испытываемых контрольных образцов. В указанных выше исследованиях на горизонтально забетонированных призмах размерами $125 \times 125 \times 250$ мм было получено, что прочность бетона на 8.10 % ниже, начальный модуль деформаций на 5 % ниже и относительные деформации при максимальных напряжениях на 5.8 % ниже, чем полученные на горизонтально забетонированных призмах размерами $100 \times 100 \times 200$ мм.

Подобные различия в получаемых на различных контрольных образцах диаграммах деформирования бетона вполне объяснимы, если исходить из представлений о бетоне как многокомпонентном материале, свойства которого определяются не только свойствами исходных материалов, но и особенностями технологии изготовления. Именно макроструктура бетона, формирующаяся в процессе твердения бетонной смеси, определяет его основные свойства – прочность, способность деформироваться, сжимаемость и растяжимость.

Результаты этих и ряда других исследований свидетельствуют о необходимости учета при расчете железобетонных элементов макроструктурных характеристик бетона.

В этой связи представляется целесообразным и вопрос назначения размеров расчетных площадок, на которые разбивается сечение элемента для выполнения численного интегрирования, рассматривать с учетом размеров макроструктуры бетона.

Следует отметить, что макроструктура бетона неоднородна по высоте формуемого образца. Причем можно условно выделить две составляющих этого свойства макроструктуры бетона – обусловленную случайными факторами и обусловленную технологией изготовления. Первая из составляющих, по-видимому, может быть учтена только косвенно путем назначения соответствующей величины коэффициента безопасности по материалу. Что касается второй составляющей, то ее влияние на макроструктуру бетона и, следовательно, на диаграмму деформирования бетона обладает определенной стабильностью и должно быть учтено в расчетах.

В наибольшей степени обусловленная технологическими факторами неоднородность макроструктуры бетона проявляется в изменении пористости матрицы (цементно-песчаного раствора) по высоте бетонированного изделия — в верхней при бетонировании зоне пористость выше, чем в нижней (рис. 1). Более высокая плотность бетона нижней зоны обусловлена давлением веса бетонной смеси, расположенной выше. В этом смысле можно говорить о градиенте пористости бетона по высоте изготавливаемого изделия. Естественно следует ожидать, что такой же градиент пористости имеет место и в контрольном образце. Однако из-за малого размера контрольного образца по сравнению с высотой изделия абсолютная величина перепада пористости в нем значительно ниже, чем в изделии.

Во многих исследованиях отмечается также и различие в условиях сцепления с матрицей верхней при бетонировании поверхности зерен крупного заполнителя и с нижней поверхностью. Если в верхней части лучше качество сцепления, как правило, обеспечено давлением вышележащего слоя бе-

вышележащего слоя бетонной смеси, то у поверхности нижней половины зерен заполнителя наблюдается пористая структура матрицы вплоть до образования пустот. Этот фактор неоднородности макроструктуры бетона во многом обусловлен технологией изготовления и имеет систематический характер.

Учет обусловленного технологическими факторами градиента свойств бетона по высоте изделия при расчете нормального сечения может быть осуществлен на основе физической расчетной модели макроструктуры бетона, в которой учитываются геометрические размеры и характеристики структурных составляющих бетона (цементно-песчаного раствора и крупного заполнителя).

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ БЕТОНА КАК МНОГОКОМПОНЕНТНОГО МАТЕРИАЛА

В ряде исследований, в том числе выполненных в нашей стране [4], бетон рассматривался как двухкомпонентный материал, содержащий матрицу в виде окаменевшего цементно-песчаного раствора (непрерывная компонента) и включения в нее в виде зерен крупного заполнителя (прерывная компонента). В дальнейшем [5] структура бетона была дополнена третьей компонентой, — так называемой контактной (транзитной) зоной между матрицей и крупным заполнителем. Причем более поздние исследования показали, что свойства контактной зоны существенно изменяются по ее толщине. В связи с этим в последнее время появились предложения [6] по добавлению в структуру бетона четвертой компоненты, а именно транзитная зона разделена на две, одна из которых прерывисто примыкает к крупному заполнителю, а другая — монолитно соединена с матрицей.

В наибольшей степени пригодна для достижения поставленной выше цели учета неоднородности макроструктуры бетона трехкомпонентная пространственная модель. Она содержит равномерно распределенные по объему матрицы равновеликие шарообразные зерна крупного заполнителя. Схема упаковки последних принята регулярной с

с переменным координационным числом n . При этом зерна уложены слоями, параллельными слоям бетонирования. Причем в каждом слое центры шаров-зерен располагаются рядами, параллельными продольной оси бетонирования изделия. В том же слое центры шаров также располагаются рядами, наклоненными под углом α к продольной оси изделия. Шары нижнего слоя по отношению к соответствующим шарам верхнего смещены в продольном направлении, таким образом, что линии, соединяющие центры шаров смежных слоев, наклонены к продольной оси бетонирования изделия под углом β .

Радиус ρ_3 зерна крупного заполнителя принимается интегрально из условия равенства удельной поверхности зерен модели фактической удельной поверхности крупного заполнителя и определяется по формуле

$$r_3 = \frac{3}{S_{yz} \cdot \rho_3}, \tag{1}$$

где S_3 и ρ_3 — соответственно удельная поверхность и плотность крупного заполнителя.

Половина расстояния между зёрнами крупного заполнителя δ_m принимается исходя из состава бетонной смеси, а также свойств ее составляющих, и определяется по формуле

$$\delta_m = \left(\sqrt{\frac{(1 - m_{nz}) \cdot \rho_3}{G_3} - 1} \right) \cdot r_3, \tag{2}$$

где m_{nz} — пустотность крупного заполнителя в виброуплотненном состоянии, G_3 — расход крупного заполнителя на m^3 .

Данное выражение получено из совместного решения двух уравнений, первое из которых получено путем вычитания из объема бетона абсолютного объема крупного заполнителя, а второе путем суммирования объема

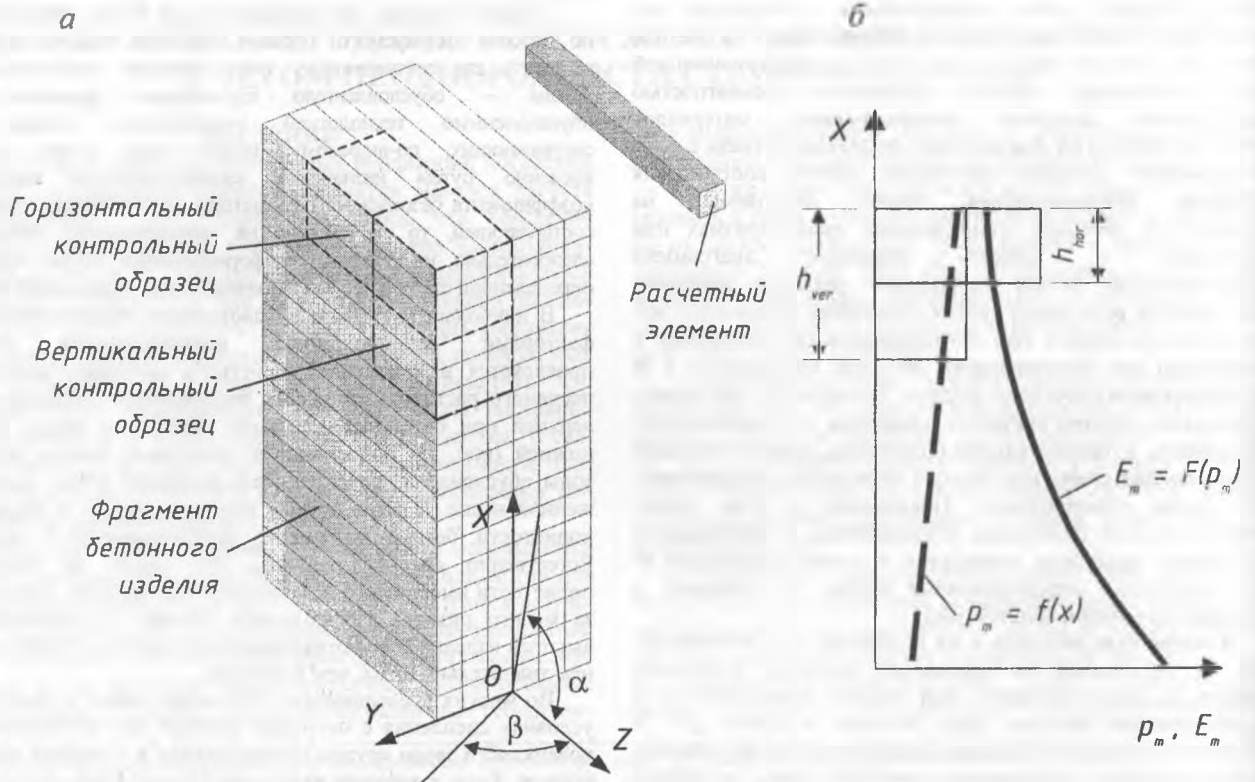


Рисунок 1. Фрагмент бетонного изделия (а) и характер изменения пористости p_m и модуля упругости E_m матрицы бетона по высоте изделия (б)

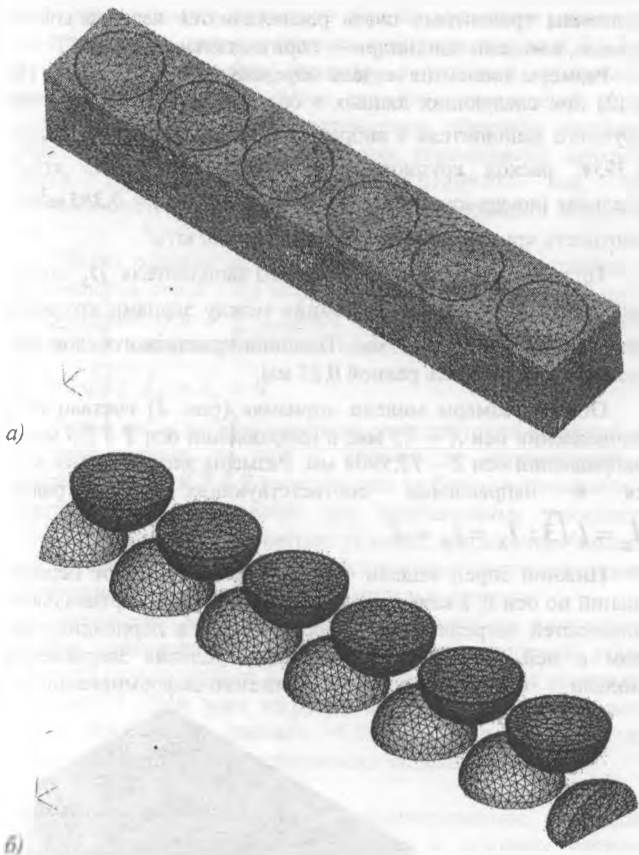


Рисунок 2. Конечно-элементная модель расчетного элемента (а) и расположение в ней зерен крупного заполнителя (б)

межзернового пространства крупного заполнителя и объема раствора, идущего на раздвижку зерен заполнителя.

Расстояние l между центрами зерен крупного заполнителя определяется по формуле $l = 2 \cdot (r_z + \delta_m)$. Тогда расстояние между шарами каждого слоя в продольном направлении (вдоль оси Z) равно $l_z = l$. Расстояние между продольными рядами шаров в направлении осей Y и X равны соответственно $l_y = l \cdot \sin \alpha$ и $l_x = l \cdot \sin \beta$.

Углы α и β определяются в зависимости от пустотности крупного заполнителя по следующим группам зависимостей:

$$\text{при } 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \leq m_{nz} \leq 1 - \frac{\pi}{6}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ и } \sin \beta = \frac{\pi}{6 \cdot (1 - m_{nz})};$$

$$\text{при } 1 - \frac{2 \cdot \pi}{9} \leq m_{nz} \leq 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\pi}{3\sqrt{3} \cdot (1 - m_{nz})} \text{ и } \beta = \frac{\pi}{3}$$

Следует отметить, что в первой группе верхняя граница для m_{nz} соответствует кубической упаковке ($n = 6$), а нижняя ромбической упаковке ($n = 8$). Во второй группе выражений верхняя граница для m_{nz} соответствует также ромбической упаковке ($n = 8$), нижняя орторомбической ($n = 10$).

Следует отметить, что пустотность щебня изменяется, как правило, в диапазоне $0,36 \div 0,43$, т. е. для нее могут использо-

ваться различные группы формул. В случае применения в качестве крупного заполнителя гравия, пустотность которого, как правило, изменяется в пределах $0,30 \dots 0,32$, то здесь применяются зависимости второй группы.

Рассечем бетонный элемент параллельными плоскостями XOZ плоскостями, проходящими на расстоянии l_y друг от друга через центры продольных рядов шаров. Затем рассечем полученные вертикальные пластины параллельными плоскостями YOZ плоскостями, проходящими на расстоянии l_x друг от друга и пересекающими центры шаров смежных слоев. В результате бетонный образец разделен на геометрически и структурно подобные расчетные линейные элементы, один из которых показан отдельно на рис. 1. Таким образом, через параметры макроструктуры бетона мы пришли к однозначному ответу на поставленный выше вопрос о размерах условных расчетных площадок.

Следует отметить, что при выполнении определенных условий, о которых будет сказано ниже, возможен и второй способ рассечения, а именно плоскостями, проходящими на расстоянии l_y друг от друга на одинаковом расстоянии от продольных рядов шаров. Конечно-элементная модель небольшого по длине участка расчетного линейного элемента, полученного при втором способе рассечения вертикальными плоскостями структуры с координационным числом $n = 8$, показана на рис. 2,а. Отдельно показано расположение входящих в расчетный элемент половин зерен верхнего и нижнего слоев (рис. 2,б). Вокруг зерен крупного заполнителя показана транзитная зона, имеющая толщину δ_{mz} . Причем верхняя при бетонировании половина транзитной зоны и нижняя в силу указанных выше причин могут обладать различными свойствами. Отметим, что второй способ рассечения изделия вертикальными плоскостями возможен при выполнении условия

$$\sin \alpha \geq \frac{r_z + \delta_{mz}}{r_z + \delta_{mz}}$$

Для каждого расчетного элемента считаются известными физико-механические свойства крупного заполнителя, матрицы и верхней и нижней половин транзитной зоны. На основе перечисленных параметров структурной модели бетона с использованием программ конечно-элементного анализа, реализующих нелинейные расчеты, могут быть получены диаграммы деформирования расчетных линейных элементов от приложения продольных напряжений.

При проведении этих расчетов физико-механические свойства крупного заполнителя целесообразно принимать одинаковыми для всех расчетных элементов. Свойства матрицы принимаются в пределах каждого из расчетных элементов постоянными, т.е. усредненными по их высоте. Однако с учетом обусловленного технологией изготовления градиента пористости свойства матрицы в расчетных элементах принимаются в различных слоях сечения не одинаковыми, а в зависимости от пористости на уровне центра тяжести элемента.

Средняя пористость транзитной зоны согласно приведенным в литературе экспериментальным данным на $20 \dots 30\%$ выше пористости окружающей ее матрицы. С учетом этого модуль упругости транзитного слоя на верхней при бетонировании половине зерен заполнителя (в расчетном элементе это транзитная зона нижнего слоя шаров) следует принимать на 50% ниже модуля деформаций матрицы. Что касается модуля упругости транзитного слоя на нижней при бетонировании половине зерен заполнителя (в расчетном элементе это транзитная зона верхнего слоя шаров), то величину его следует принимать еще вдвое ниже (25% от модуля деформаций матрицы).

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕТОНА

Анализ напряженно-деформированного состояния бетона при однородном сжатии и чистом сдвиге выполнялся с использованием пакет программ конечно-элементного анализа NASTRAN for WINDOWS компании MacNeal-Schwendler Corporation.

Трехкомпонентная модель бетона, как это уже отмечалось выше, помимо крупного заполнителя и матрицы (цементно-песчаного раствора) содержит расположенный между ними так называемый транзитный слой. Причем свойства этого слоя могут различаться зависимости от его положения по отношению к слоям бетонирования.

Для оценки влияния свойств транзитного слоя на свойства бетона были созданы две конечно-элементные модели трехкомпонентного бетона, отличающихся расположением условных слоев бетонирования по отношению к направлению последующей нагрузки.

В связи с этим указанные модели были условно названы «призма» и «цилиндр». Общий вид этих моделей приведен на рис. 3, а и 4, а. Кроме того, на рис. 3, б и 4, б эти же модели показаны с условно вырезанной четвертью, что позволяет лучше представить структуру моделей. Как можно легко видеть на модели «призма» различные по свойствам половины

половины транзитных слоев располагаются вертикальными слоями, а модели «цилиндр» — горизонтальными.

Размеры элементов модели определялись по формулам (1) и (2) при следующих данных о составе бетона: пустотность крупного заполнителя в виброуплотненном состоянии $m_{пз} = 0,3954$; расход крупного заполнителя $G_3 = 805 \text{ кг/м}^3$; удельная поверхность крупного заполнителя $S_3 = 0,385 \text{ м}^2/\text{кг}$; плотность крупного заполнителя $\rho_3 = 2600 \text{ кг/м}^3$.

Тогда радиус ρ_3 зерна крупного заполнителя ρ_3 составил 3 мм, а половина расстояния между зернами крупного заполнителя $\delta_m = 0,75 \text{ мм}$. Толщина транзитного слоя $\delta_{пз}$ условно принималась равной 0,25 мм.

Общие размеры модели «призма» (рис. 3) составили: в направлении оси X — 7,5 мм; в направлении оси Y — 7,5 мм; в направлении оси Z — 12,9904 мм. Размеры элементарных ячеек в направлении соответствующих осей равны

$$l_z = l\sqrt{3}; l_x = l_y = l.$$

Нижний торец модели «призма» закреплялся от перемещений по оси Z, а каждая из невидимых задних вертикальных плоскостей закреплялась от перемещений в перпендикулярном к ней направлению. Принятые условия закрепления модели соответствуют напряженно-деформированному

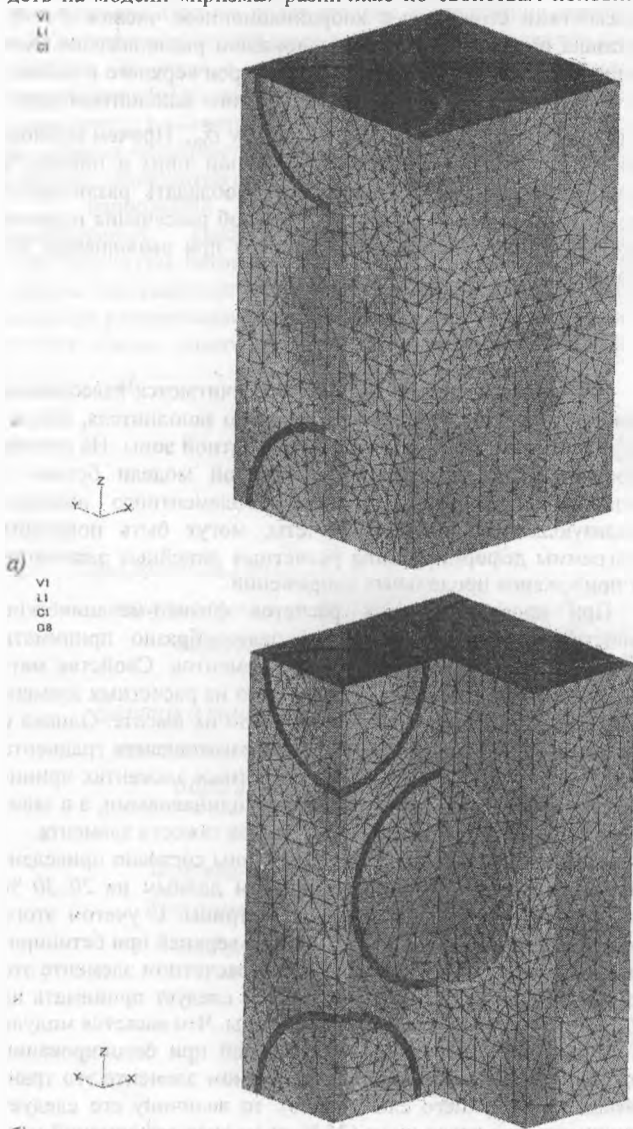


Рисунок 3. Общий вид полной (а) и ¼ (б) модели «призма»

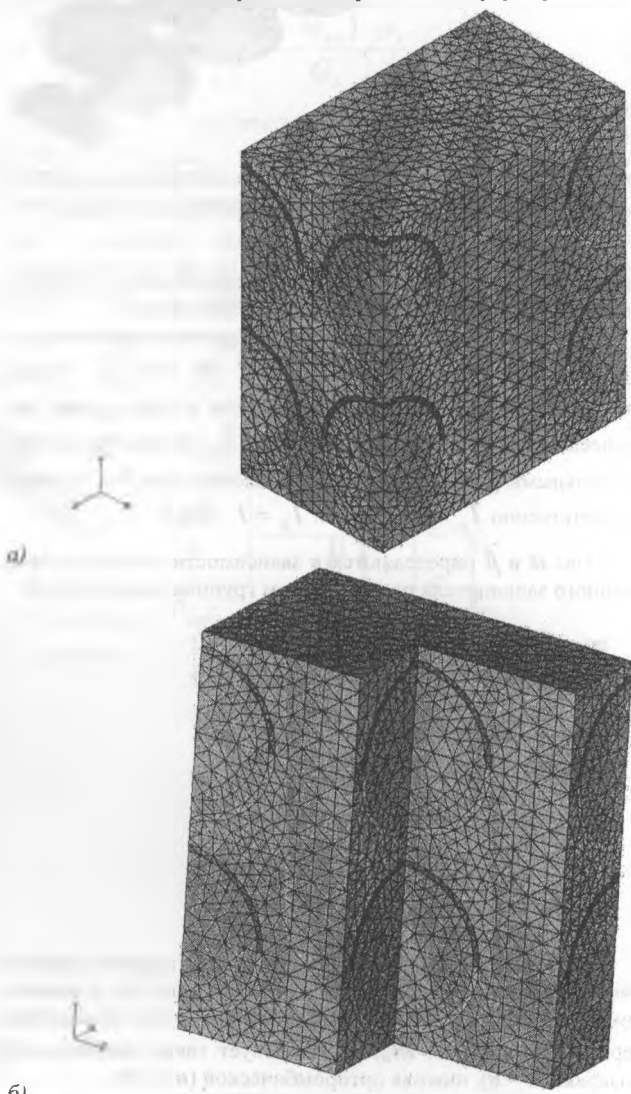


Рисунок 4. Общий вид полной (а) и ¼ (б) модели «цилиндр»

деформированному состоянию образца имеющего удвоенные по сравнению с моделью размеры в направлении осей X и Y .

Нагружение модели «призма» в условиях одноосного сжатия производилось путем задания перемещений узлам верхнего торца модели в направлении, обратном направлению оси Z . При всех загрузениях перемещения верхнего торца принималось равным $-0,01209904$ мм, что соответствует средней относительной деформации модели 1 %.

Общие размеры модели «цилиндр» (рис. 4) составили: в направлении оси X – 7,5 мм; в направлении оси Y – 15,0 мм; в направлении оси Z – 12,9904 мм. Размеры элементарных ячеек в направлении соответствующих осей равны $l_z = l\sqrt{3}$; $l_x = l_y = \cdot l$.

Также как и модели «призма» нижний торец закреплялся от перемещений по оси Z . Однако от перемещений в направлении осей X и Z закреплялись не боковые плоскости, а перпендикулярные данной оси вертикальные плоскости симметрии модели. Принятые условия закрепления модели соответствуют напряженно-деформированному состоянию образца имеющего одинаковые с моделью размеры.

Нагружение модели «цилиндр» в условиях одноосного сжатия производилось путем задания перемещений узлам верхнего торца модели в направлении, обратном направлению оси Y . При всех загрузениях перемещения верхнего торца принималось равным $-0,015$ мм, что соответствует средней относительной деформации модели 1 %.

Кроме того, напряженно-деформированное состояние модели «цилиндр» была исследовано в условиях чистого сдвига. Для этого дополнительно к указанному выше перемещению верхнего торца модели в направлении, обратном направлению оси Y , узлам его боковой грани задавались перемещения в направлении оси Y , равные $0,00129904$ мм, что соответствует средней относительной деформации растяжения модели в этом направлении 1 %.

При всех условиях нагружения моделей были выполнены вариантные расчеты, в которых неизменным принимались следующие параметры: модуль упругости матрицы $E_m = 30$ ГПа; коэффициенты Пуассона крупного заполнителя, матрицы и транзитного слоя $\mu_1 = \mu_m = \mu_{m3} = 0,2$.

При расчетах варьировались следующие относительные величины $n_1 = \frac{E_1}{E_m}$; $n_{m3} = \frac{E_{m3}}{E_m}$; $n_{m3n} = \frac{E_{m3n}}{E_m}$. В связи с этим каждый вариантный расчет замаркирован по следующей схеме: вид образца – 1 – $n_{m3} - n_{m3n} - n_1$.

Все расчеты условно разбиты на серии, в пределах которых, как правило, исследовалось влияние изменения какой-либо из перечисленных выше относительной величины при фиксированных величинах других.

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕТОНА

По результатам расчетов моделей на осевое сжатие помимо картин распределения напряжений получены суммарные реакции R_{mod} связей по нижнему торцу модели в вертикальном направлении. Основные результаты расчетов приведены в таблице 1.

По реакциям связей R_{mod} и площади образца A_{mod} были определены интегральные модули деформаций E_{mod} материала модели. Далее были определены отношения этого модуля к модулю упругости E_m матрицы.

Всего выполнено шесть серий расчетов на одноосное сжатие. Причем расчеты первых четырех серий выполнялись на модели «цилиндр», а двух последних на модели «призма».

В первой серии расчетов исследовалось влияние изменения отношения n_1 в пределах от 1 до 16 при свойствах транзитного слоя, соответствующих свойствам матрицы. Как показали расчеты, интегральный модуль материала модели при этом возрос в 1,91 раза.

Во второй серии расчетов при фиксированном отношении $n_1 = 16$ изменяли отношение $n_{m3} = n_{m3n}$ от 1 до 1/16. Интегральный модуль материала модели при этом уменьшился в 2,35 раза. Таким образом, влияние уменьшения модуля упругости материала транзитного слоя в итоге оказалось более значимым, чем соответствующее увеличение модуля упругости заполнителя.

В третьей серии расчетов при фиксированных отношениях $n_1 = 4$ и $n_{m3} = 1$ изменяли отношение n_{m3n} от 1 до 1/16. Интегральный модуль материала модели при этом уменьшился в 1,51 раза. Таким образом, влияние уменьшенного модуля упругости материала нижней части транзитного слоя оказалось довольно значительным.

В четвертой серии расчетов при фиксированных отношениях $n_1 = 4$ и $n_{m3} = 1/2$ изменяли отношение n_{m3n} от 1 до 1/16. Интегральный модуль материала модели при этом уменьшился в 1,41 раза. Причем если сравнить результаты расчетов этой серии с соответствующими результатами серии 3, то они всегда оказываются меньше, но разность между ними существенно уменьшается при уменьшении n_{m3n} .

В целом результаты вычислений 2–4 серий свидетельствуют о значительном влиянии свойств материала транзитного слоя на интегральный модуль деформаций.

В пятой серии расчетов при фиксированном отношении $n_1 = 4$ изменяли отношение $n_{m3} = n_{m3n}$ от 1 до 1/16. Интегральный модуль материала модели при этом уменьшился в 2,35 раза.

Результаты шестой серии расчетов следует оценивать совместно с некоторыми из результатов пятой. Так например при фиксированных отношениях $n_1 = 4$ и $n_{m3} = 1$ уменьшение отношения n_{m3n} от 1 до 1/4 привело к снижению интегрального модуля материала модели в на 1,13 раза. Примерно та же картина наблюдается при уменьшении отношения n_{m3n} от 1/2 до 1/8 (при фиксированных отношениях $n_1 = 4$ и $n_{m3} = 1/2$), когда интегральный модуль материала модели уменьшился в 1,17 раза.

Сравнение отдельных результатов расчетов 5–6 серий с результатами расчетов 3–4 серий показало, что при прочих равных условиях отношение интегрального модуля, определенного на модели «призма», к определенному на модели «цилиндр» модулю изменяется в пределах $0,989 \div 1,043$ (в среднем 1,007). Таким образом, отличие в полученных результатах следует признать сравнительно небольшим.

Сравнение результатов расчетов 7–8 серий с результатами расчетов 1–2 серий показало, что максимальное расхождение полученных при различных напряженных состояниях величин интегрального модуля не превысило 3 %. Это в известной мере свидетельствует об инвариантности принятой расчетной модели материала по отношению к видам напряженного состояния.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО МОДУЛЯ УПРУГОСТИ БЕТОНА

Полученные на конечно элементных моделях результаты были в дальнейшем сопоставлены с известными из литературы [4, 7, 8] предложениями по определению модуля

Основные результаты расчета моделей при одноосном сжатии

Вид модели	Серия	Шифр расчета	R_{mod} Н	A_{mod} мм ²	E_{mod} ГПа	$\frac{E_{mod}}{E_m}$	$\frac{E_H}{E_m}$	$\frac{E_H}{E_{mod}}$
Цилиндр	1	C-1-1-1-1	2922.9	97.428	30.00	1.0000	1.0000	1.0000
		C-1-1-1-2	3623.1	97.428	37.19	1.2396	1.2269	0.9898
		C-1-1-1-4	4390.7	97.428	45.07	1.5022	1.4492	0.9647
		C-1-1-1-8	5080.5	97.428	52.15	1.7382	1.6239	0.9342
		C-1-1-1-16	5579.0	97.428	57.26	1.9088	1.7387	0.9109
	2	C-1-1-1-16	5579.0	97.428	57.26	1.9088	1.7387	0.9109
		C-1-1/2-1/2-16	4794.5	97.428	49.21	1.6404	1.5288	0.9320
		C-1-1/4-1/4-16	3887.9	97.428	39.91	1.3302	1.2631	0.9496
		C-1-1/8-1/8-16	3034.3	97.428	31.14	1.0381	0.9932	0.9567
		C-1-1/16-1/16-16	2375.1	97.428	24.38	0.8126	0.7741	0.9526
	3	C-1-1-1-4	4390.7	97.428	45.07	1.5022	1.4492	0.9647
		C-1-1-1/2-4	4159.0	97.428	42.69	1.4229	1.4014	0.9849
		C-1-1-1/4-4	3819.2	97.428	39.20	1.3067	1.3633	1.0433
		C-1-1-1/8-4	3381.2	97.428	34.70	1.1568	1.3410	1.1592
		C-1-1-1/16-4	2910.5	97.428	29.87	0.9958	1.3283	1.3339
	4	C-1-1/2-1/2-4	3953.3	97.428	40.58	1.3526	1.3146	0.9719
C-1-1/2-1/4-4		3649.2	97.428	37.46	1.2485	1.2443	0.9966	
C-1-1/2-1/8-4		3249.9	97.428	33.36	1.1119	1.1959	1.0755	
C-1-1/2-1/16-4		2809.0	97.428	28.83	0.9611	1.1828	1.2307	
Призма	5	P-1-1-1-4	2537.9	56.250	45.12	1.5039	1.4492	0.9636
		P-1-1/2-1/2-4	2284.6	56.250	40.62	1.3538	1.3146	0.9710
		P-1-1/4-1/4-4	1963.0	56.250	34.90	1.1633	1.1335	0.9744
		P-1-1/8-1/8-4	1620.0	56.250	28.80	0.9600	0.9312	0.9700
		P-1-1/16-1/16-4	1321.1	56.250	23.49	0.7829	0.7505	0.9586
	6	P-1-1-1/2-4	2375.6	56.250	42.23	1.4078	1.3993	0.9940
		P-1-1-1/4-4	2238.1	56.250	39.79	1.3263	1.3634	1.0280
		P-1-1/2-1/4-4	2099.4	56.250	37.32	1.2441	1.2443	1.0002
P-1-1/2-1/8-4		1956.1	56.250	34.78	1.1592	1.1959	1.0317	

упругости неоднородных материалов. В частности были рассмотрены следующие модели:

1) M. Chefdeville, P. Dantu

$$E_1 = E_m \cdot m_m + E_s m_s; \quad (3)$$

2) B. Paul, T. Hansen

$$E_2 = \frac{I}{\frac{m_m}{E_m} + \frac{m_s}{E_s}}; \quad (4)$$

3) T. Hirsh, Dougill

4) Z. Hashin

$$E_4 = \frac{(1 - m_s) \cdot E_m + (1 + m_s) \cdot E_s}{(1 + m_s) \cdot E_m + (1 - m_s) \cdot E_s}; \quad (6)$$

5) B. Budyansky, K. Rao, R. Swamy, P. Mangat

$$E_5 = \frac{Y + \sqrt{Y^2 + 4E_s \cdot E_m}}{2}, \quad (7)$$

где $Y = (E_s - E_m) \cdot (m_s - m_m)$.

Выражение для E_3 записано в преобразованном по сравнению с [7] виде после обнаружения и исправления ошибок, допущенных в указанном источнике.

Во всех приведенных выше формулах m_3 и m_m — объемные концентрации заполнителя и матрицы; E_3 и E_m — модули упругости заполнителя и матрицы.

В таблице 3 представлены результаты вычислений по вышеперечисленным моделям. В ней представлены не сами значения модулей, а отношения величин модулей к величине модуля упругости матрицы.

Как показали вычисления, первые две из рассмотренных моделей уже при $n_3=2$ начинают давать величины модуля, отличающиеся более чем на 5 % от полученных на конечно-элементной модели.

Остальные три модели при величинах $n_3 \leq 4$ дают близкие значения модуля, которые мало отличаются от полученных на конечно-элементной модели.

При дальнейшем увеличении третья модель начинает завышать величину модуля и при $n_3 = 16$ это завышение составляет более 17 %. Четвертая модель напротив начинает несколько занижать величину модуля и при $n_3 = 16$ это занижение уже составляет 9 %. Пятая модель дает наиболее приемлемые результаты, хотя при $n_3 = 16$ показывает завышение почти на 7 %.

Таким образом, достаточно удовлетворительные результаты определения модуля упругости неоднородного материала дают последние три модели. Причем третья модель послужила основой для совершенствования методики расчета модуля упругости бетона, которое было осуществлено в 1970-х годах профессором И.Н. Ахвердовым с сотрудниками [4]. В то же время третья модель изначально предназначалась только для двухкомпонентных материалов и по своей природе неприменима для материалов, содержащих большее количество компонентов.

Методика определения модуля упругости E неоднородного материала, предложенная В. Вудянским, предназначалась им для многокомпонентных материалов. При выполнении условия, что коэффициенты Пуассона всех N -компонентов материала равны 0,2, эта методика дает следующее достаточно простое основное уравнение

$$\sum_{i=1}^N \frac{m_i}{1 + 0,5 \cdot \left(\frac{E_i}{E} - 1 \right)} = 1, \quad (8)$$

где m_i и E_i — объемная концентрация и модуль упругости i -го компонента материала.

Как видно из структуры основного уравнения решение для N -компонентного материала сводится к решению алгебраического уравнения N -ой степени. Для малого количества компонентов (1 или 2) решение получается достаточно простым. При трех компонентах выражение значительно усложняется, а для большего числа компонентов вообще неразрешимо в радикалах.

В связи с этим наиболее целесообразно его решать простым подбором с применением метода последовательных приближений. Именно таким образом и были вычислены теоретические модули упругости для трехкомпонентных материалов т.е. для условий рассчитанных конечно-элементных моделей.

Как показывает анализ данных таблицы, полученные теоретические величины значительно завышают модуль упругости трехкомпонентного материала. Причем при отношении $n_{мзв} = n_{мзп} = 1/16$ это завышение составляет 1,66÷2,16 раза, что совершенно не приемлемо. Таким образом,

предложения В. Вудянского модель для определения модуля упругости E неоднородных материалов оказалась в данном случае непригодной.

В связи этим рассмотрим ниже возможность модификации применительно к трехкомпонентным материалам модели, предложенной З. Хашин [8].

При выводе с помощью разработанного им вариационного метода основных уравнений этой методики им была принята структура материала в виде шара в оболочке.

Доказательством этого служит и то, что предложенная З. Хашин формула (6) для определения нижнего предела E_n может быть достаточно просто получена другим путем. Структура материал представлена системой, состоящей из внешней поллой сферической оболочки, нагруженной по наружной поверхности постоянным по величине сжимающим радиально направленным давлением, и расположенного внутри оболочки шара. При этом используются известные решения классической теории упругости с учетом выполнения условия совместности радиальных деформаций и напряжений по контакту между оболочкой и шаром.

Ориентируясь на такое понимание этой модели можно развить ее на неоднородный материал с любым количеством компонентов. При этом следует принять иерархическое строение структурной модели материала, а именно считать все остальные его компоненты как систему плотно вложенных друг в друга полых сферических оболочек, расположенных вокруг внутреннего шара, считающегося первой компонентой.

При такой модели определение модуля упругости неоднородного материала начинается с определения интегрального модуля упругости первых двух компонент по уравнению

$$E_{II} = \frac{(1 - m_{int}) \cdot E_{ext} + (1 + m_{int}) \cdot E_{int}}{(1 + m_{int}) \cdot E_{ext} + (1 - m_{int}) \cdot E_{int}}, \quad (9)$$

где m_{int} — объемная концентрация внутренней компоненты по отношению к объему двух учитываемых компонент; E_{int} и E_{ext} — модули упругости внутренней и внешней компоненты.

Затем полученная величина модуля упругости двухкомпонентного материала рассматривается для следующего иерархического уровня как модуль упругости внутренней компоненты, а компоненты, учтенные при его определении, рассматриваются как условно однородный материал.

Таким образом модуль упругости N -компонентного материала может быть получен из последовательного рассмотрения $N-1$ иерархических структурных моделей материала.

Естественно, что последовательность учета компонентов при таком подходе должна учитывать их реальное физическое взаиморасположение в структуре материала. Применительно к бетону естественно на первом уровне рассматривать в качестве внутренней компоненты крупный заполнитель, а в качестве наружной — транзитный слой. На втором уровне в качестве внутренней компоненты рассматривается система «крупный заполнитель -транзитный слой» как условно однородный материал с единым модулем упругости, а в качестве наружной компоненты — матрица (цементно-песчаный раствор).

Основные результаты вычислений предлагаемому подходу для условий трехкомпонентных конечно-элементных моделей приведены выше в таблице 1. Как видно, из приведенных в ее последнем столбце данных предлагаемый подход дает хорошую сходимость во всех диапазонах изменения параметров моделей в случае одинаковых свойств верхней и нижней половин транзитного слоя.

Основные результаты расчета моделей при чистом сдвиге

Вид модели	Серия	Шифр расчета	R_{Σ} , Н	σ_{Σ} , МПа	$R_{y\gamma}$, Н	$\sigma_{y\gamma}$, МПа	σ_{med} , МПа	$\frac{E_{mod}}{E_m}$
Цилиндр	7	C-1-1-1-1	2812.4	24.999	2435.7	25.000	25.000	1.0000
		C-1-1-1-2	3488.7	31.011	3031.0	31.110	31.061	1.2424
		C-1-1-1-4	4243.8	37.723	3713.8	38.118	37.921	1.5168
		C-1-1-1-8	4922.6	43.756	4340.9	44.554	44.155	1.7662
		C-1-1-1-16	5421.1	48.188	4809.5	49.365	48.777	1.9511
	8	C-1-1-1-16	5421.1	48.188	4809.5	49.365	48.777	1.9511
		C-1-1/2-1/2-16	4624.3	41.105	4097.1	42.053	41.579	1.6632
		C-1-1/4-1/4-16	3746.2	33.200	3293.2	33.801	33.501	1.3400
		C-1-1/8-1/8-16	2944.6	26.174	2557.2	26.247	26.211	1.0484
		C-1-1/16-1/16-16	2326.2	20.677	2004.2	20.571	20.624	0.8250

Таблица 3

Основные результаты сравнения различных предложений по определению модуля упругости двухкомпонентных моделей

Модель	Шифр расчета	$\frac{E_{mod}}{E_m}$	$\frac{E_1}{E_m}$	$\frac{E_2}{E_m}$	$\frac{E_3}{E_m}$	$\frac{E_4}{E_m}$	$\frac{E_5}{E_m}$
Цилиндр	C-1-1-1-1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	C-1-1-1-2	1.2396	1.3057	1.1804	1.2399	1.2269	1.2332
	C-1-1-1-4	1.5022	1.9171	1.2975	1.5476	1.4492	1.5003
	C-1-1-1-8	1.7382	3.1399	1.3652	1.9030	1.6239	1.7784
	C-1-1-1-16	1.9088	5.5855	1.4017	2.2410	1.7387	2.0347

Таблица 4

Основные результаты сравнения предложений В. Vudjansky по определению модуля упругости трехкомпонентных материалов

Модель	Серия	Шифр расчета	$\frac{E_{mod}}{E_m}$	$\frac{E_5}{E_m}$
Цилиндр	2	C-1-1-1-16	1,9088	2,0347
		C-1-1/2-1/2-16	1,6404	1,9141
		C-1-1/4-1/4-16	1,3302	1,8332
		C-1-1/8-1/8-16	1,0381	1,7845
		C-1-1/16-1/16-16	0,8126	1,7573
Призма	5	P-1-1-1-4	1,5039	1,5003
		P-1-1/2-1/2-4	1,3538	1,4189
		P-1-1/4-1/4-4	1,1633	1,3603
		P-1-1/8-1/8-4	0,9600	1,3232
		P-1-1/16-1/16-4	0,7829	1,3019

В случае неодинаковых свойств верхней и нижней половин транзитного слоя удовлетворительная сходимость (отклонение в пределах 7%) достигается только при различных их модулей упругости не более чем в 4 раза. При большем

различии модулей упругости наблюдается значительное завышение расчетных значений по сравнению с опытными.

Таким образом, предлагаемая модификация модели Z. Hashin, позволяет с высокой точностью определять модуль упругости трехкомпонентных бетонов и может быть использована в дальнейшем для определения параметров диаграмм деформирования бетона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Теоретической основой решения задачи прогнозирования свойств бетона могут быть только обобщения, основанные на анализе поведения бетона как многокомпонентного материала. Здесь большое значение может иметь и использование методов смежных научных дисциплин, таких как теория упругости, включая метод конечных элементов, механика композитных материалов, физика бетона и др.

2. Результаты многих исследований свидетельствуют о необходимости учета при расчете железобетонных элементов макроструктурных характеристик бетона. В этой связи представляется целесообразным и вопрос назначения размеров расчетных площадок, на которые разбивается сечение элемента для выполнения численного интегрирования, при расчете нормальных сечений также рассматривать с учетом размеров макроструктуры бетона.

3. Предложена трехкомпонентная расчетная модель бетона, учитывающая состав бетонной смеси, свойства исходных материалов, особенности технологии изготовления. Рассмотрено влияние отличий в характеристиках контрольных образцов и бетонных изделий, обусловленное технологией изготовления. Даны формулы для определения основных размеров структуры бетона, а на их основе и размеров расчетных площадок при расчете нормальных сечений конструкций.

4. С использованием пакета программ конечно-элементного анализа NASTRAN for WINDOWS выполнен расчет двух- и трехкомпонентных моделей бетона при широком варьировании параметров структуры. В результате анализа напряженно-деформированного состояния двухкомпонентных моделей установлено, что интегральный модуль деформаций E_b может быть с удовлетворительной точностью опре-

делен по трем моделям: T. Hirsh и Dougill; Z. Hashin; B. Budyansky и др.

5. Предложена модифицированная модель определения модуля упругости многокомпонентного материала, основанная на модели Z. Hashin. Показана хорошая сходимость результатов, определенных по этой расчетной модели, с результатами расчетов, выполненных методом конечных элементов в широком диапазоне изменения свойств компонентов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бондаренко В.М., Назаренко В.Г., Серых Р.Л., Щербаков Е.Н. Методы учета развития длительных деформаций при расчете конструкций // Российская архитектурно-строительная энциклопедия. М., 1998. – Т.V. – С. 118–134.
2. Байков В. Н., Додонов М. И., Расторгуев Б. С., Фролов А.К., Мухамедиев Т. А., Кунижев В. Х. Общий случай расчета прочности элементов по нормальным сечениям // Бетон и железобетон. – 1987. – № 7. – С. 16–18.
3. Chin M., Mansur M. and Wee T. Effects of Shape, Size, and Casting Direction of Specimens on Stress-Strain Curves of High-Strength Concrete // ACI Materials Journal. – 1997. – Vol. 94, № 3. – P. 209–219.
4. Ахвердов И. Н., Смольский А.Е., Скочеляс В.В. Моделирование напряженного состояния бетона и железобетона. – Минск: Наука и техника, 1973. – 232 с.
5. Nielsen A. and Monteiro P. Concrete: a three phase material // Cement and Concrete Research. — 1993. – Vol. 23. – P. 147–151.
6. Ramesh G., Sotelino E. and Chen W. Effect of Transition Zone on Elastic Stresses in Concrete Materials // Journal of Materials in Civil Engineering. – 1998 – Vol.10, № 4. – P.275–282.
7. Kameswara Rao C.V.S., Swamy R.N., Mangat P.S. Mechanical behaviour of concrete as composite material // Materiaux et Constructions. – 1974. – Vol. 7, № 40. – P. 265–271.
8. Хашин З. Упругие модули неоднородных материалов// Труды американского общества инженеров-механиков (рус. перевод). Серия Е. Прикладная механика. – 1962.– № 1. – С. 159–167.

УДК 624.012.45

Рак Н. А.

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ УЗЛА СОПРЯЖЕНИЯ КОЛОННЫ С ФУНДАМЕНТОМ СТАКАННОГО ТИПА НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ РАМ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

ВВЕДЕНИЕ

Проектирование конструкций сборных железобетонных каркасов одноэтажных производственных зданий необходимо производить по усилиям, полученным из статического расчета по схемам, соответствующим действительному характеру взаимодействия конструкций в составе каркаса здания. Степень взаимного влияния элементов в большой мере определяется деформативными свойствами узлов сопряжения элементов друг с другом. К числу наиболее ответственных узлов относится узел сопряжения колонны с фундаментом стаканного типа. Традиционно этот узел считается абсолютно жестким. Конструктивно он представляет собой систему элементов, состоящую из подколонника фундамента и колонны, соединенных материалом замоноличивания. Передача усилий в этой системе, как правило, происходит от колонны через бетон замоноличивания к подколоннику. Таким образом, наблюдается контактное взаимодействие элементов, осуществ-

ляемое по площадкам контакта. Причем эти площадки располагаются в различных плоскостях (по боковым и торцевым поверхностям колонны и внутренним граням стакана фундамента). Столь многоконтатная схема передачи нагрузки у рассматриваемом узле определяет его повышенную по сравнению с монолитным узлом деформативность. С целью учета этого фактора при проектировании рам каркасов одноэтажных зданий была разработана методика расчета деформативный узел сопряжения колонн с фундаментами стаканного типа.

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ УЗЛА СОПРЯЖЕНИЯ КОЛОННЫ С ФУНДАМЕНТОМ СТАКАННОГО ТИПА

Ранее нами при рассмотрении вопросов оценки напряженно-деформированного состояния колонн кольцевого в зоне их заделки в фундамент [1, 2] были сформулированы основные предпосылки решения задачи определения дефор-