

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ ЕГО ПОРИСТОСТИ И ИЗВИЛИСТОСТИ КАПИЛЛЯРОВ

Проектирование жилых зданий неизбежно связано с расчетами по тепло- и влагозащите их ограждающих частей. В расчетах, как правило, учитываются внешние и внутренние воздействия окружающей среды, а также различные свойства материалов, характеризующие их в отношении переноса массы и энергии. В ограждающих частях зданий наиболее часто используют пористые либо капиллярно-пористые материалы, в которых наиболее крупные поры соединены между собой посредством мелких пор (капилляров). Капиллярно-пористые материалы отличаются друг от друга своей внутренней структурой, которая характеризуется рядом геометрических параметров. К таким параметрам можно отнести: пористость, удельную поверхность и условный радиус пор, распределение пор по радиусам и пр.

Ввиду сложности и хаотичности структуры пористого материала математическое описание процессов тепломассопереноса в такой среде является трудной задачей. Для упрощения решения этой задачи обычно принимают допущения, состоящие в том, что в пористой среде нет источников тепла, в ней не протекают химические реакции, а также не происходит изменение объема и форм пор вследствие изменения температуры и влагосодержания поровой среды.

Использование математической модели капиллярно-пористой структуры материала, а также принятые допущения позволяют значительно упростить математическое описание процессов переноса тепла и влаги за счет неизменности скелета пористой среды.

Моделирование такой структуры является также довольно сложной вычислительной задачей и требует использования особых алгоритмов вычисления. Полученная модель, как и любая другая, должна проверяться на адекватность ее изучаемому объекту. Для проверки адекватности математической модели в нашем случае будем использовать следующие геометрические свойства материала: пористость, распределение пор по объему и коэффициент извилистости.

В качестве геометрической модели капиллярно-пористой среды выберем структуру, представляющую собой трехмерный массив $n \times n \times n$ кубиков, соединенных между собой трубочками (рисунок 1). Совокупность кубиков и трубочек можно вписать в куб с длиной ребра L , состоящий из $n \times n \times n$ элементарных ячеек, где $n \geq 2$. Длина ребра элементарной ячейки равна $a = L/n$. При этом необходимо контролировать величину a таким образом, чтобы объем элементарной ячейки $V_a = a^3$ не превышал максимально возможный объем одной поры.

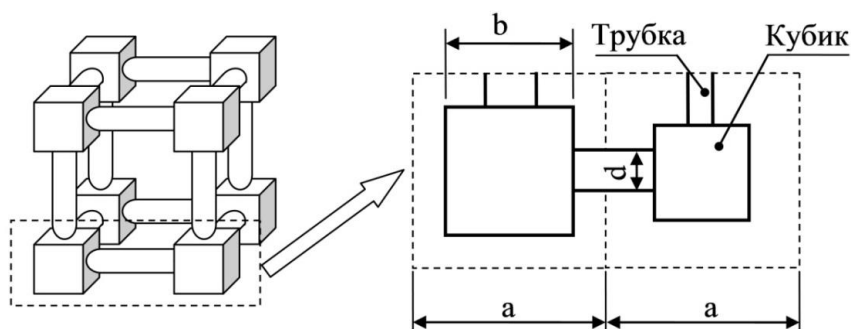


Рисунок 1 – Фрагмент модели структуры порового пространства капиллярно-пористого материала

В этой структуре геометрические размеры кубиков и трубочек определяются исходя из пористости элементарной ячейки, которая задается случайным образом. В случае относительно равномерного распределения пор по объему пористость (i, j, k) -элементарной ячейки $\rho_{i,j,k}$ в описанной структуре задается равномерно распределенной случайной величиной из заданного диапазона

$$\rho_{i,j,k} = (\rho_{i,j,k}^{\max} - \rho_{i,j,k}^{\min}) \cdot RND + \rho_{i,j,k}^{\min}, \quad (1)$$

где $\rho_{i,j,k}^{\max}$ – максимально возможная пористость (i, j, k) -элементарной ячейки;

$\rho_{i,j,k}^{\min}$ – минимально возможная пористость (i, j, k) -элементарной ячейки;

RND – функция, генерирующая равномерно распределенное псевдослучайное значение из диапазона от нуля до единицы.

И наоборот, в случае неравномерного распределения пор по объему пористость элементарной ячейки задается нормально распределенной случайной величиной с заданными средним значением ρ^{mean} пористости и стандартным отклонением σ

$$\rho_{i,j,k} = NORMINV(RND, \rho^{mean}, \sigma), \quad (2)$$

где $NORMINV$ – функция обратная к функции нормального распределения $F(x, \rho^{mean}, \sigma)$ значение которой в произвольной точке интервала от нуля до единицы определяется как значение x , удовлетворяющее уравнению $F(x, \rho^{mean}, \sigma) = RND$ [1].

Для того чтобы объем случайно сгенерированной структуры порового пространства материала соответствовал объему пор реального материала, обеспечивая тем самым его пористость ρ , необходимо контролировать границы диапазона случайной величины $\rho_{i,j,k}$ ($\rho_{i,j,k}^{\min} \leq \rho_{i,j,k} \leq \rho_{i,j,k}^{\max}$). Например, для (i, j, k) -элементарной ячейки нижняя граница пористости $\rho_{i,j,k}^{\min}$ должна быть не меньше нуля, и одновременно не меньше

$$\rho_{i,j,k}^{\min} = n^3 \cdot \rho - (s > 0) \sum_s \rho_s - (t < n^3) \sum_t \rho_t^{\max}, \quad (3)$$

где ρ_s – пористость s -элементарной ячейки ($s=1..n_{prev}$) с известными размерами кубика и трубочек;

n_{prev} – количество ячеек с известной пористостью

$$n_{prev} = (i-1) \cdot n^2 + (j-1) \cdot n + (k-1);$$

ρ_t^{\max} – максимальная пористость t -элементарной ячейки с неизвестными размерами фигур ($t=(n_{prev}+2)..(n^3-1-n_{prev})$).

т.е. минимальная пористость текущей (i, j, k) -элементарной ячейки определяется исходя из пористости предыдущих элементарных ячеек с известными размерами входящих в нее фигур и максимальной пористости элементарных ячеек с неизвестными размерами фигур. По аналогии с выражением (3) верхняя граница пористости $\rho_{i,j,k}^{\max}$ должна быть не больше единицы, и одновременно не больше

$$\rho_{i,j,k}^{\max} = n^3 \cdot \rho - (s > 0) \sum_s \rho_s - (t < n^3) \sum_t \rho_t^{\min} \quad (4)$$

где ρ_t^{\min} – минимальная пористость t -элементарной ячейки с неизвестными размерами фигур ($t=(n_{prev}+2)..(n^3-1-n_{prev})$).

По мере заполнения элементарных ячеек фигурами (кубиками и трубочками) нижняя и верхняя границы возможной пористости будут сближаться и ста-

нут равны друг другу для последней заполняемой элементарной ячейки сгенерированной структуры.

По известному количеству ячеек n в каждом направлении создаем размерность массивов, в которых будем хранить информацию о размерах и объемах кубиков и трубочек.

Информация об отдельном взятом кубике представляет собой совокупность данных о месте положения кубика в пространстве, длине его стороны b и объеме V_b . Для этих целей подходит использование четырехмерного массива размером $(n \times n \times n \times 2)$ с нижней границей индекса равной единице. В объявленном массиве первые три размерности будут совпадать с нумерацией (местом положения) кубика, а последняя размерность, состоящая из двух элементов, отведена для хранения длины стороны b и объема кубика V_b .

Информация об одной трубочке представляет собой совокупность данных о месте положения трубочки в пространстве, ее диаметре d и объеме V_d . Расположение всех трубочек в пространстве таково, что не позволяет «уложить» эту информацию в трехмерный массив. В связи с этим, опираясь на расположение трубочек, создадим 3 четырехмерных массива, каждый из которых будет хранить информацию о группе параллельно расположенных трубочек. Например, массив, содержащий информацию о вертикально расположенных трубочках, имеет размерность $(n \times n \times n - 1 \times 2)$, так как количество рядов таких трубочек в вертикальном направлении на единицу меньше, чем в других направлениях. Последняя размерность из двух элементов хранит информацию о диаметре трубочки d и ее объеме V_d .

Представленная форма хранения данных позволяет легко управлять ими и выполнять последующие расчеты.

На рисунке 2 показаны интегральная и дифференциальная кривые распределения объема пор (моделируемого материала пористостью $\rho=0.58$) по объему в элементарных ячейках для структуры размером $10 \times 10 \times 10$. Для выбранной системы число кубиков составило $n^3=1000$, а число трубочек $3 \cdot (n^3 - n^2)=2700$. В результате чего доля капилляров объемом до 0.1 в общем объеме пор составила приблизительно 73% (рисунок 2а). При необходимости сокращения этой доли целесообразно уменьшить в создаваемой структуре число трубочек.

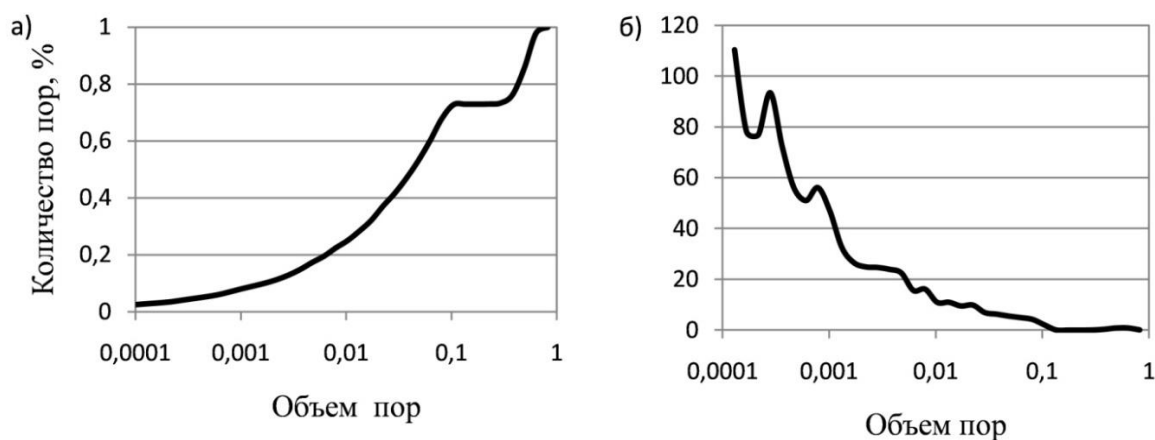


Рисунок 2 – Интегральная (а) и дифференциальная (б) кривые распределения пор по объему для сгенерированной структуры при $n=10$

Представим на рисунке 3 сгенерированную структуру в виде ориентированного графа $G=(V,E)$, где максимальное значение $V=n^3+2$ – вершины графа,

а $E=5 \cdot n^3 - 3 \cdot n^2$ – ребра графа при $n=2$, дополнив его вершиной источника S и вершиной стока T [2].

Вершины, находящиеся в одной плоскости, перпендикулярной направлению потока, образуют слои. Предполагается, что если жидкость перетекает от слоя к слою в направлении от источника в сток, то обратное ее движение исключено. В том случае вершины соседних слоев соединяем одним ребром, направление которого совпадает с направлением движения жидкости от источника в сток. Каждое такое ребро имеет вес (пропускную способность), определяемый, исходя из геометрического размера трубочки. Внутри слоев возможно перетекание жидкости между вершинами в обоих направлениях, поэтому их соединяем двумя противоположно направленными ребрами с одинаковым весом.

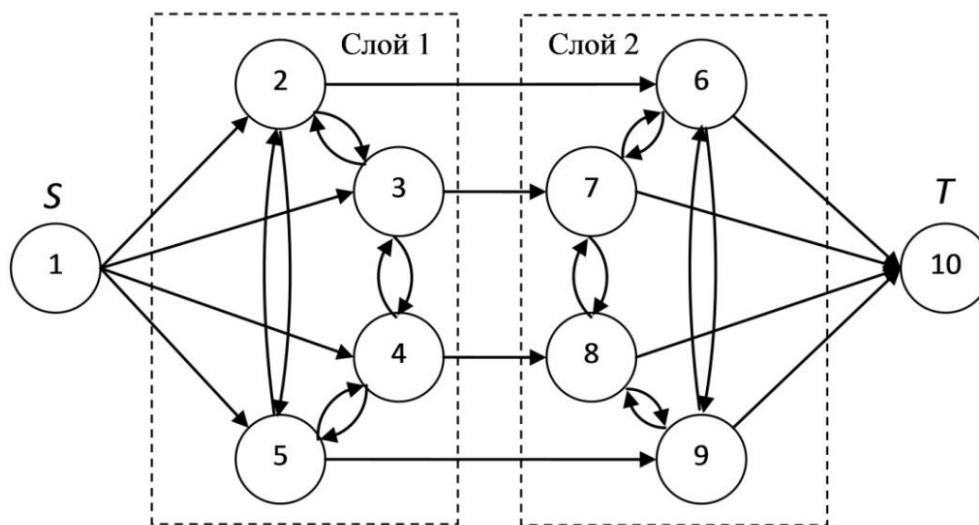


Рисунок 3 – Ориентированный граф для поровой структуры, изображенной на рисунке 1

Использование алгоритма Диница [3] позволяет для графа, представленного на рисунке 3, определить величину максимального потока q_{\max} , а также количество N и длину путей l_N , по которым он проходит. Среднее значение длины всех путей можно интерпретировать как коэффициент извилистости капилляров ξ в пористом материале

$$\xi = \frac{\sum l_N}{N} \quad (5)$$

Варьирование числа ребер в графе приводит к изменению коэффициента извилистости и, как отмечено выше, к изменению кривых распределения пор по объему. Необходимо отметить, что чрезмерное уменьшение числа ребер (трубочек) может привести к нарушению целостности всей структуры.

Объединение всех отмеченных алгоритмов в единый цикл позволяет на каждом шаге сгенерировать случайным образом новую (относительно уникальную) структуру капиллярно-пористого материала с заданной пористостью и коэффициентом извилистости капилляров. Сравнение структур порового пространства, полученных представленным алгоритмом для различных материалов, позволит найти взаимосвязь этих структур со свойствами реальных капиллярно-пористых материалов в отношении массопереноса и повысить качество расчетов ограждающих частей зданий.

Список цитированных источников

1. Айвазян, С.А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
2. Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях / М.И. Нечипуренко, В.К. Попков, С.М. Майнагашев и др. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 515 с.
3. Dinitz, Y. Dinitz' Algorithm: The Original Version and Even's Version / Y. Dinitz // Lecture notes in computer science. – 2006. – Vol. 3895. – P. 218–240.

УДК 712.2:502.2

Лещенко Е.А.

Научный руководитель: Мартысюк Н.А.

ПОНЯТИЕ О ГЕОПЛАСТИКЕ, ЕЕ ЗАДАЧАХ И МЕТОДАХ

Целью работы является исследование в сфере применения методов геопластики для решения поставленных задач.

Геопластика - архитектурно-художественное вертикальное преобразование рельефа путем искусственного создания его форм с учетом эстетических и функциональных требований объекта.[2] Геопластика имеет давнюю историю. Многие из ее методов применялись на протяжении многих веков. Создавались искусственные террасы, холмы, валы, амфитеатры, дамбы.

Круг задач, решаемых посредством изменения рельефа местности, достаточно широк. Макрорельефная форма, холмы, насыпи, откосы, подпорные стенки, кратеры, каньоны наилучшим образом осуществляют зонирование любой территории, создавая уютные замкнутые пространства различного функционального назначения. Также это и маскировка недостатков местности, и благоустройство, и зонирование, и так далее. Исходя из существующего рельефа местности, а также требований предъявляемых к данному участку можно выделить основные задачи, [3]которые решает геопластика. Задачи, решаемые геопластикой представлены на схеме (рисунок1)

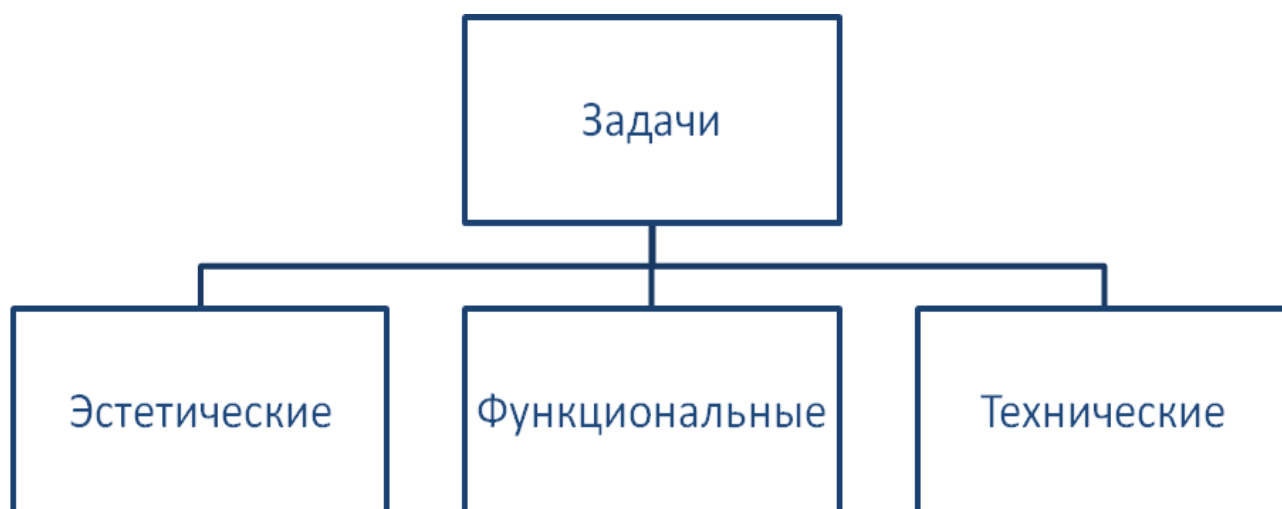


Рисунок 1 – Задачи, решаемые геопластикой

Таким образом мы видим, что выделяются три основные задачи, решаемые геопластикой: