

2. Жемочкин, Б.Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Синицын. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.
3. Усиление железобетонных конструкций: Пособие П1-98 к СНиП 2.03.01-84\*. – Минск: Минстройархитектуры, 1998. – 189 с.
4. Семенюк, С.Д. Прочность и деформативность изгибаемых железобетонных элементов, усиленных наращиванием сжатой зоны, при статическом и малоцикловом нагружениях: монография / С.Д. Семенюк, Ю.Г. Москалькова. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2017. – 274 с.
5. Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Физ.-мат. изд-во, 1963. – 536 с.
6. Семенюк, С.Д. Несущая и эксплуатационная способность железобетонных плит покрытия автомобильных дорог / С.Д. Семенюк, Р.В. Кумашов, Э.А. Кетнер // Наука та будівництво. – Киев, 2016. – №3 (9). – с. 11-18.
7. Семенюк, С.Д. Железобетонные плиты покрытия автомобильных дорог на упругом полупространстве / С.Д. Семенюк, Р.В. Кумашов // Международный журнал по расчету гражданских и промышленных конструкций. – М.: Издательство АСВ, 2018. – С. 149-157.

УДК 539.3

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА «МАТНЕМАТИСА» В РЕШЕНИИ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ШАРНИРНОГО УЗЛА ОПИРАНИЯ БАЛОЧНОЙ ПЛИТЫ

Скачѣк П. Д.

**Введение.** Для описания и решения задач строительной механики составляется математическая модель предмета исследования (например, напряженно-деформированное состояние). Большинство математических моделей представляют из себя совокупность дифференциальных уравнений с наложенными на них граничными условиями. Весьма небольшой класс задач имеет точное решение. Однако с развитием информационных технологий стало возможным решение большинства задач численными и численно-аналитическими методами, как правило, характеризующимися огромными математическими вычислениями, выполняемые теперь не человеком, а машиной.

Широкое распространение среди численно-аналитических методов расчета сооружений получил метод конечных элементов (МКЭ). МКЭ основан на вариационном принципе Лагранжа, реализующий решение поставленной задачи методом перемещений. Программные комплексы, реализующие МКЭ, имеют чисто прикладной характер.

Однако для научных и более детальных исследований какого-либо процесса и явления, в том числе и напряженно-деформированного состояния сооружений, не обойтись без математических вычислений, сопровождающихся не только решением различных уравнений, но и построением графиков, диаграмм. С этой целью созданы многочисленные системы компьютерной алгебры (СКА), такие как Wolfram Mathematica, Maple, Maxima, Matlab и др. Например, Mathematica способна выполнять аналитические преобразования, символьные вычисления, численные расчеты, производить статистическую обработку данных и массивов, визуализировать как функциональные, так и дискретные данные, выполнять цифровую обработку звуковых сигналов и изображений [1].

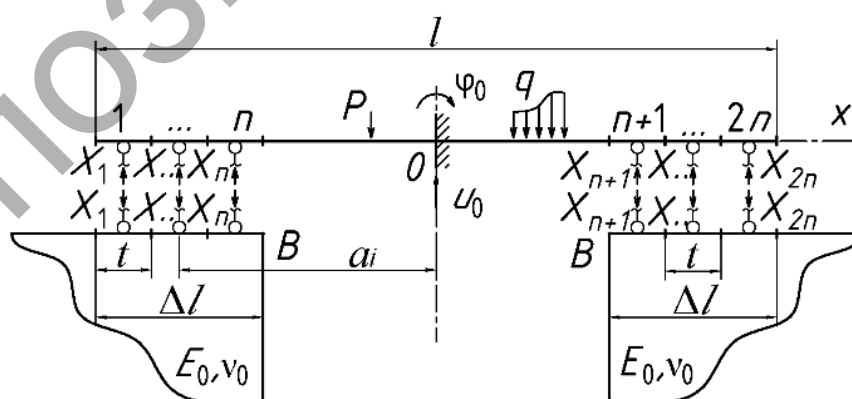
В качестве примера использования Wolfram Mathematica решена контактная задача для шарнирного узла опирания балочной плиты. Исследуется эпюра реактивных давлений в зоне контакта плиты и стены, а также величина зоны контакта. При этом алгоритм расчета построен таким образом, что возможен учет местных деформаций плиты, а также исследование области контакта при различных показателях гибкости, зависящего от соотношения жесткостей плиты и стены.

**Постановка задачи и теория расчета.** Исследуется напряженно-деформированное состояние шарнирных узлов опирания балочной плиты на стены. Определяются реактивные давления в местах контакта плиты и стен, уточняется расчетный пролет плиты и устанавливается зависимость между максимальным изгибающим моментом величиной области контакта.

При этом принимается:

- для плиты считаются справедливыми гипотезы изгиба [2];
- не учитывается касательная составляющая полного напряжения в месте контакта;
- стены рассматриваем как упругие четвертьплоскости;
- связи между основанием и плитой односторонние, работающие только на сжатие.

Поставленную задачу рассчитываем методом Б. Н. Жемочкина [3, 4]. Для этого область контакта упругого основания и плиты условно разбивается на участки равной длины (участки Жемочкина). В середине каждого участка ставятся вертикальные жесткие связи, через которые осуществляется контакт плиты с упругой четвертьплоскостью. Считается, что усилие в связи вызывает равномерно распределенные контактные напряжения по ширине участка. В центре пролета балки вводится защемление. Полученную статически неопределимую систему решаем смешанным методом строительной механики, где за основные неизвестные приняты усилия в связях Жемочкина и перемещения (угол поворота и вертикальное перемещение) во введенном в середине пролета плиты защемлении (рис. 1).



$l$  – конструктивная длина плиты;  $\Delta l$  – величина зоны опирания плиты;  $t$  – длина участка Жемочкина;  $n$  – число участков Жемочкина;  $X_i$  – неизвестные усилия в связях Жемочкина;  $\varphi_0, u_0$  – неизвестные перемещения во введенном защемлении;  $P, q$  – внешняя нагрузка;  $E_0, \nu_0$  – модуль деформаций и коэффициент Пуассона упругой четвертьплоскости

**Рисунок 1 – Расчетная схема балочной плиты**



Вертикальные перемещения точек грани упругой четвертьплоскости  $V_{i,j}$  определяются выражением, полученным в работах К. В. Дмитриевой [6, 7]. При этом данные перемещения являются относительными и определяются относительно вершины четвертьплоскости (т. В).

Далее решаем систему уравнений (1)

$$\vec{x} = -\frac{1}{\mu} A^{-1} \vec{\Delta}_p. \quad (5)$$

Положительные компоненты вектора  $\vec{x}$  соответствуют усилиям сжатия в связях Жемочкина, а отрицательные – усилиям растяжения. При шарнирном опирании конструкции появление усилий растяжений в связях Жемочкина говорит об отрыве конструкции от основания, поэтому для определения контактной зоны необходимо поочередно удалять растянутые стержни, т. е. выключать их из работы, с последующим пересчетом вектора (5) на каждой итерации. Признаком окончания итерационного процесса являются положительные компоненты вектора  $\vec{x}$ .

Отметим, что найденная величина контактной зоны в значительной мере зависит от показателя гибкости  $\xi$ .

**Решение поставленной задачи.** Для численного исследования напряженно-деформированного узла опирания рассматривается железобетонная многопустотная плита марки П60-15 по Серии 1.141-1 Вып. 2 «Панели перекрытий железобетонные многопустотные», опирающаяся по концам на бетонную стену.  $l = 5,98$  м – длина плиты,  $E_b = E_0 = 29$  ГПа,  $\nu_b = \nu_0 = 0,18$  – механические характеристики материалов железобетонной плиты и стены, принятые согласно таблице 3.1 [8] для бетона класса  $C16/20$ .

Так как плита имеет ширину 1,49 м, а в плоской постановке рассматривается полоса шириной 1,0 м, то для определения момента инерции поперечного сечения выделенной полосы считаем момент инерции поперечного сечения рассматриваемой многопустотной плиты с последующим пересчетом для полосы. При определении момента инерции поперечное сечение многопустотной плиты приводится к эквивалентному тавровому сечению (исключаются пустоты плиты), для которого и считается момент инерции, при этом учитывается рабочая арматура [9]. Момент инерции в пересчете для рассматриваемой полосы равен  $I_b = 41547,9 \times 10^{-8} \text{ м}^4$ . По приведенным геометрическим и механическим характеристикам системы «стена-балка» имеем для случая бетонной стены показатель гибкости  $\xi = 134748$ . Данная величина согласно (4) – величина безразмерная.

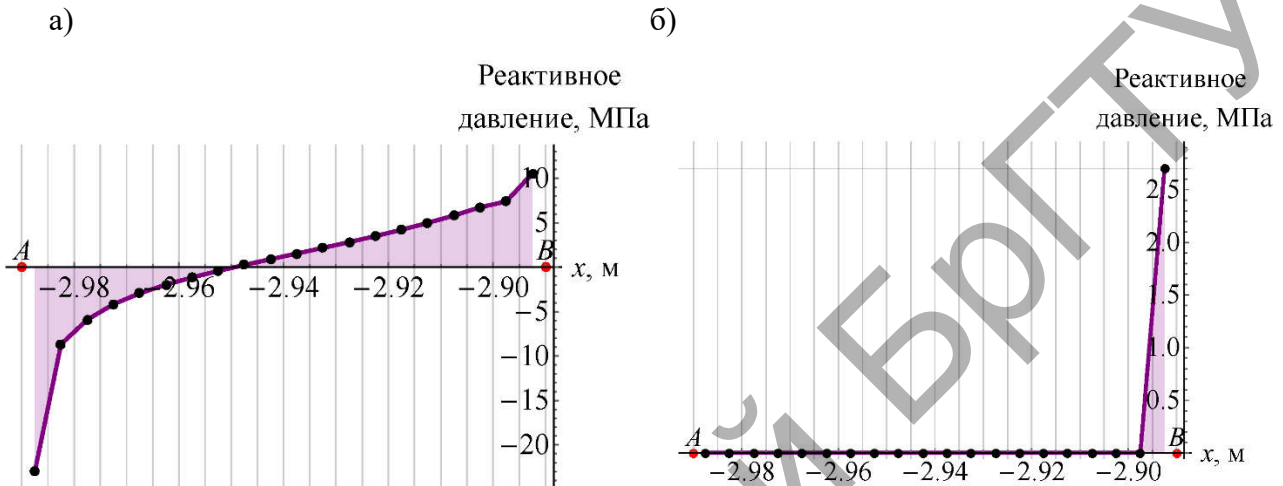
Глубина опирания  $\Delta l$  плиты перекрытия, опираемая по двум сторонам согласно п. 6.4.2 [10] должна быть не менее 100 мм. В дальнейших расчетах принимаем  $\Delta l = 0,100$  м.

Принимаем нагрузку  $P = 27000 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ , действующую на балку в виде сосредоточенной силы, приложенной в середине пролета балки, т. е. в начале координат. Так как в начале координат введено защемление, то перемещения точек балки в местах установки связей Жемочкина от действия внешней нагрузки равны 0. А также момент в защемлении от действия внешней нагрузки равен 0.

Количество участков Жемочкина принимаем равным  $n = 20$ .

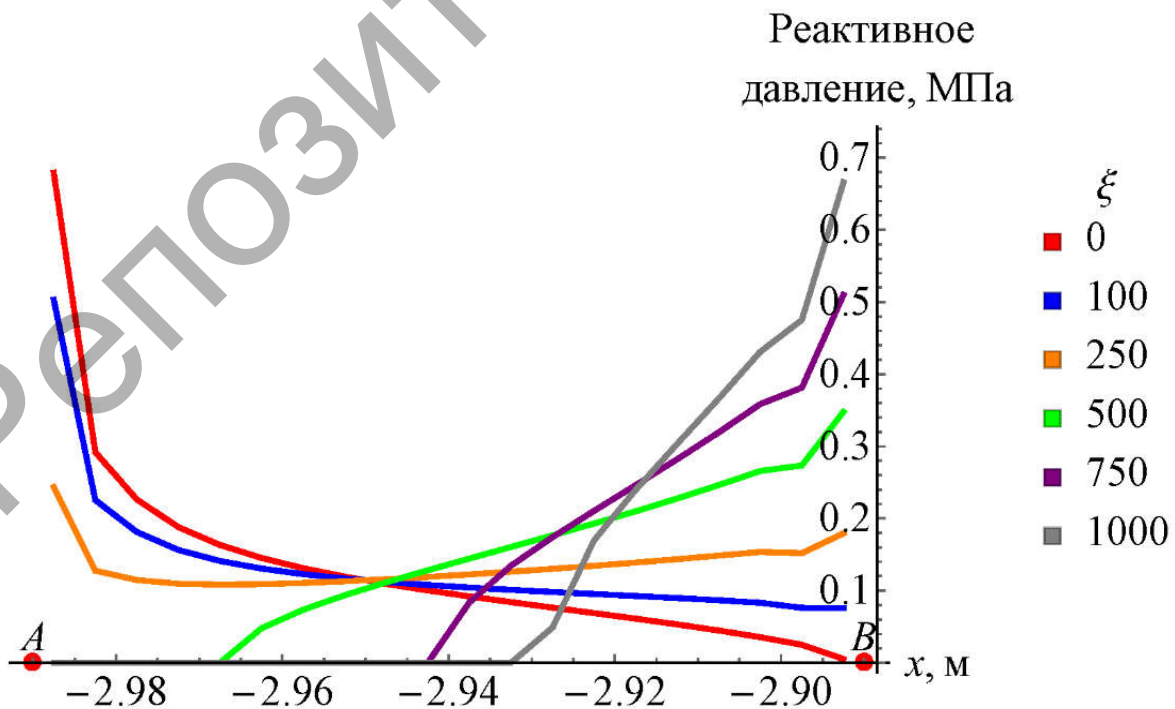
Решение задачи выполнялось в СКА *Wolfram Mathematica 11.2*. По своей структуре алгоритм решения поставленной задачи есть код программы, написанный на встроенном в систему языке программирования.

Как показали расчеты, при реальных упругих характеристиках материалов плиты и стены контактная зона сводится к двум участкам Жемочкина. На рис. 2 представлены эпюры реактивных давлений левого узла при опирании плиты на бетонную стену на первой итерации и на последней.



*Рисунок 2 – Эпюры реактивных давлений: на первой итерации (а), на последней итерации (б); вертикальные линии соответствуют границам участков Жемочкина т. А – краю плиты, т. В – вершине четвертьплоскости*

Величина контактной зоны зависит от соотношения жесткостей, т. е. от показателя гибкости  $\xi$  (рис. 3).



*Рисунок 3 – Эпюры давлений при различных показателях гибкости*

Значение  $\xi = 0$  соответствует опиранию на стену абсолютно жесткой плиты.

Существенным преимуществом системы *Wolfram Mathematica* является возможность создания интерактивных окон с помощью оператора *Manipulate*, позволяющих осуществлять взаимодействие пользователя с системой в интерактивном режиме. Создание данного интерактивного окна при решении поставленной задачи позволяет исследовать контактную зону при изменении многих параметров: количества участков Жемочкина, упругих характеристик плиты и стены, схем загрузки, влияния местных деформаций плиты и т. д.

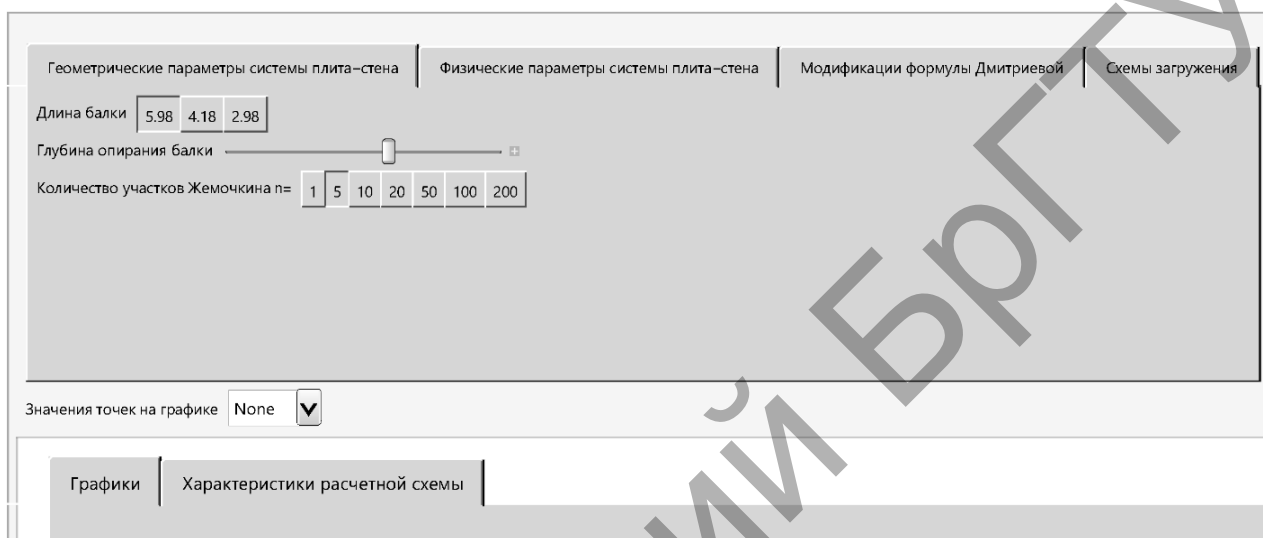


Рисунок 4 – Интерактивное окно работы с пользователем

**Выводы.** 1. Исследована контактная зона узла опирания плиты на стены. Установлено, что контактная зона сводится к двум участкам Жемочкина.

2. Величина области контакта зависит от показателя гибкости  $\xi$ . При этом с его уменьшением зона контакта увеличивается, что, в свою очередь, приводит к увеличению максимального изгибающего момента в середине пролета плиты и расчетного пролета.

3. Пакет «*Wolfram Mathematica*» позволяет решать достаточно сложные инженерные задачи, предоставляя пользователю обширный класс необходимых функций.

#### Список цитированных источников

1. Таранчук, В.Б. Основные функции систем компьютерной алгебры: пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики / В.Б. Таранчук. – Минск: БГУ, 2013. – 59 с.
2. Александров, А.В. Сопротивление материалов: учеб. для вузов/ А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; под ред. А.В. Александрова. – 2-е изд. испр. – М.:Высш.шк., 2000. – 560 с.
3. Горбунов-Посадов, М.И. Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 680 с.
4. Жемочкин, Б.Н. Практические методы расчетов фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Синицын. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.
5. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособие для вузов / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – 2-е изд., перераб. – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.

6. Дмитриева, К.В. Контактная задача для штампа на упругом клине со свободными границами / К.В. Дмитриева // Вестник БНТУ. – 2010. – №4. – С.24-29.
7. Дмитриева, К.В. Расчет нелинейно-упругой гибкой стенки в упругом основании: автореф. дис.... канд. техн.наук: 05.23.17 / К.В. Дмитриева; Бел. нац. техн. ун-т. – Минск, 2017. – 26 с.
8. Еврокод 2. Проектирование ЖБК. Часть 1-1. Общие правила и правила для зданий: ТКП EN 1992-1-1-2009\*. – Введ. 10.12.2009. – Минск: Мин-во арх-ры и стр-ва РБ, 2010. – 191 с.
9. Рак, Н.А. Расчет и конструирование сборных железобетонных конструкций многоэтажного каркасного здания: уч.-метод. пособие по вып. курс. проекта по дисц. «Строит., железобет. и кам. кон-ции» для ст-в сп-стей стр. профиля / Н.А. Рак [и др.]. – Минск: БНТУ, 2012. – 96 с.
10. Возведение строительных конструкций, зданий и сооружений. Основные требования: ТКП 45-1.03-314-2018. – Введ. 06.02.2018. – Минск: Мин-во арх-ры и стр-ва РБ, 2018. – 124 с.

УДК 725.381.3

## **РАЗРАБОТКА ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫХ АРХИТЕКТУРНО-ПЛАНИРОВОЧНЫХ РЕШЕНИЙ ПОДЗЕМНЫХ ПАРКИНГОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЛЕКСНОЙ СРЕДЫ AUTODESK REVIT**

Титкова Т. С.

**Введение.** Энергосбережение с каждым годом становится все более актуальной проблемой мирового масштаба. В современном мире условием сохранения и развития цивилизации стало обеспечение человечества достаточным количеством топлива и энергии при все возрастающих материальных и духовных потребностях людей, сложности экологических проблем [1]. Ограниченность запасов традиционных топливно-энергетических ресурсов заставила обратиться к энергосбережению как к одному из основных элементов современной концепции развития мировой энергетики.

Энергосбережение означает переход к энергоэффективным технологиям во всех отраслях экономики. Проблемы энергосбережения актуальны и решаются во всех странах. Но при общем содержании конкретные способы и пути решения диктуются национальными, социально-экономическими особенностями и условиями каждой страны.

В Республике Беларусь несколько лет назад была осознана необходимость энергосбережения, что было возведено в ранг государственной политики. Среди приоритетных задач – энергосбережение в строительстве, поскольку именно строительный комплекс является одним из самых активных потребителей энергии в нашей стране (доля энергопотребления достигает 40 %). Концепцией развития строительного комплекса Республики Беларусь на 2011–2020 годы предусмотрены основные направления, в которых особое внимание уделено мероприятиям, обеспечивающим снижение энергопотребления как в процессе возведения и эксплуатации зданий и сооружений, так и в процессе производства строительных материалов и конструкций [2].

Возможностей экономии энергии в строительной отрасли великое множество. Наиболее перспективным направлением в решении данной проблемы явля-