

когда любые изменения обходятся наиболее дешево. Revit позволяет видеть все критические места, наглядно показывает, где можно эффективно использовать пространство. После выполнения расчета энергопотребления с использованием концептуальных формообразующих элементов можно выполнить дополнительный анализ для определения последствий изменения.

Autodesk Revit – междисциплинарная программа, обеспечивающая высокий уровень совместной работы специалистов. Изменения в архитектурно-планировочных решениях в результате анализа энергоэффективности здания оказывают влияние на проектирование его конструктивной системы и систем вентиляции и освещения. 3D-модели всех систем строятся на основе 3D-модели объемно-планировочного решения паркинга, что позволяет выработать эффективную технологию строительства и точно определить требуемое количество материалов.

Заключение. Развитие подземного строительства является важным шагом на пути формирования энергоэффективной и комфортной городской среды. При этом реализация ресурсосберегающих мероприятий еще на стадии проектирования подземных сооружений может дать еще больший положительный эффект.

Список цитированных источников

1. Вяземская, А. Энергосберегающие технологии в строительстве // Строительство и недвижимость [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.nestor.minsk.by/sn/1997/48/sn74806.html>.
2. Краткий анализ нового законодательства в области энергосбережения [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://infopedia.su/13xbc82.html>
3. Алпатов, С. Преимущества подземного строительства с точки зрения энергоэффективности // Федеральный строительный рынок [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://fsr-stroy.ru/archive/10883>.
4. Сеть знаний Autodesk [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://knowledge.autodesk.com>.

УДК 624.04.681

РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ В СРЕДЕ PTS MathCAD СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПОВЫШЕННОЙ ДЕФОРМАТИВНОСТИ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ ДЕФОРМАЦИЙ

Уласевич В. П.¹, Каковко В. И²

1. Постановка задачи. В современных условиях при проектировании наметилась тенденция на использование несущих каркасов, решетчатых систем, составленных из *прямолинейных* стальных тонкостенных холодногнутых профилей (СТХП) обладающих повышенной деформативностью. Их расчетные модели, находящиеся в *исходном состоянии* устойчивого равновесия, становятся чувствительными к внешним воздействиям.

¹ Уласевич Вячеслав Прокофьевич – канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

² Каковко Виталий Игоревич – студент 5-го курса строительного ф-та гр. КП-28 БрГТУ

Реальная несущая способность сооружения может быть оценена выбором расчетной модели эффектов воздействий, предельно близко отвечающая реальной его работе во всех возможных равновесных состояниях. Сказанное в равной мере касается и расчета модели сооружения на устойчивость. Расчет на устойчивость проводят либо для определения величины критической нагрузки для отдельных стержней системы, либо с целью исследования устойчивости стержневой системы в целом.

Обычно расчет на устойчивость систем из прямолинейных стержней проводят *методом перемещений* при следующих предпосылках и допущениях:

- рассматривается только приложение нагрузки к узлам при отсутствии поперечного изгиба отдельных стержней системы;
- стержни системы принято считать нерастяжимыми и несжимаемыми, так как классический метод перемещений продольные деформации не учитывает;
- считают, что расстояния между узлами при деформациях не меняются.

Однако, при оценке несущей способности конструктивных систем повышенной деформативности, неучет в методе перемещений продольных деформаций стержней может приводить к существенной ошибке. Это требует применения расчетных методов, более точно учитывающих деформированные состояния равновесия, проявляемое ими под исходным деформированным состоянием. С учетом выше сказанного, дальнейшее совершенствование методов расчета моделей эффектов воздействий на устойчивость, является актуальной задачей, как в теоретическом, так и в практическом плане.

2. Расчет стержневых систем методом деформаций. Для стержневых систем, обладающих повышенной деформативностью, требуются методы статического расчета, более точно учитывающие эффекты воздействий в виде продольных и поперечных деформаций, и зависящих от них внутренних усилий в виде продольных сил и изгибающих моментов. Таким методом расчета, с нашей точки зрения, следует считать изложенный в [1] *матричный метод деформаций*. Основное его отличие от классического метода перемещений – возможность учета в основной системе продольных деформаций стержней рассчитываемой системы, а также учет геометрической нелинейности при их расчете на поперечную сплошную нагрузку произвольной интенсивности $q(x)$ (Рисунок 1). При воздействии на стержень нагрузки в виде сосредоточенной силы в месте ее приложения вводят дополнительные узлы с накладываемыми на них связями. Напряженно-деформированное состояние стержней в основной системе с жестко закрепленными его концами к неподвижным опорам и нагруженных сплошной параметрической нагрузкой $q(x)$ демонстрирует рисунок 1.

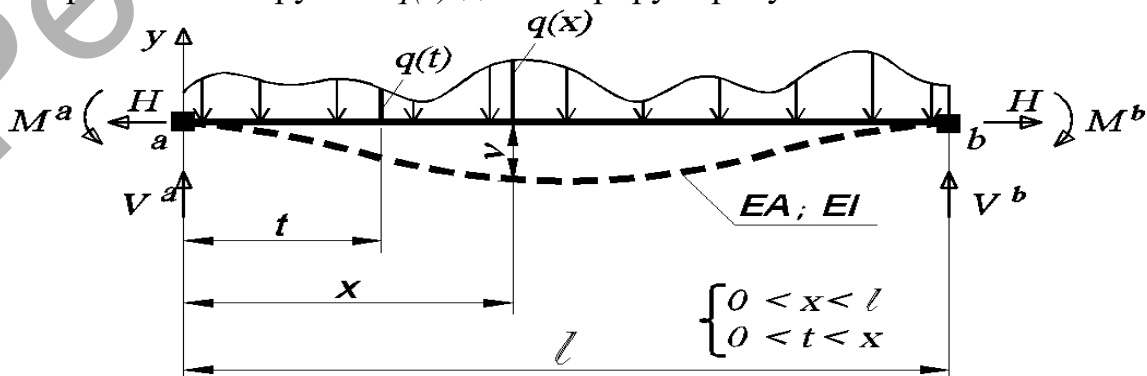


Рисунок 1. – Деформированное состояние прямолинейного гибкого стержня

При этом в методе деформаций [1] накладываемые на узлы основной системы связи, в отличие от метода перемещений, не допускают как угловые, так и линейные перемещения. Для оценки напряженно-деформированного состояния каждого стержня принятой основной системы, в [1] получены функция перемещений v и связанный с ней изгибающий момент M_s , вида:

$$v = -\frac{1}{H} \left[R_b x - \int_0^x (x-t)q(t)dt + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M_s \right], \quad (1)$$

$$M_s = \frac{r_s}{a_1} sh(a_1 x) - \frac{1}{a_1} \int_0^x sh(a_1(x-t))q(t)dt + \frac{M^a}{sh(a_1 l)} sh(a_1(l-x)) + \frac{M^b}{sh(a_1 l)} sh(a_1 x), \quad (2)$$

где $a_1 = \sqrt{\frac{|H|}{EI}}$; $R_b = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt$; $r_s = \frac{l}{sh(a_1 l)} \int_0^l sh(a_1(l-t))q(t)dt$; $Q_s = \frac{dM_s}{dx}$. (3)

Выражения (1)-(3), полученные в [1] в аналитическом виде, содержат три неизвестных: H – продольная сила в стержне, направленная вдоль хорды; M^a , M^b – левый и правый опорные моменты, соответственно.

При расчете каждого стержня основной системы рассчитываемой модели для вычисления входящих в (1)-(4) неизвестных H , M^a , M^b необходимо решить систему трех разрешающих нелинейных уравнений его деформированного равновесия, полученную в [1] с учетом линейных и угловых деформаций, вида:

$$\frac{H \cdot l}{EA} - \left(\frac{H}{EA} - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{H^2} \int_0^l \left(R_b - \int_0^x q(t)dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b) - \frac{dM_s}{dx} \right)^2 dx + H(c_h^a - c_h^b) + \left(\alpha \cdot l \cdot \Delta t^o - \frac{P_n}{EA} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{th(a_1 l) - a_1 l}{H \cdot l \cdot th(a_1 l)} - c_\phi^a \right) \cdot M^a - \frac{sh(a_1 l) - a_1 l}{H \cdot l \cdot sh(a_1 l)} \cdot M^b &= \frac{dv}{dx} \Big|_{x=0; M^a=0; M^b=0} \\ \frac{sh(a_1 l) - a_1 l}{H \cdot l \cdot sh(a_1 l)} \cdot M^a - \left(\frac{th(a_1 l) - a_1 l}{H \cdot l \cdot th(a_1 l)} - c_\phi^b \right) \cdot M^b &= \frac{dv}{dx} \Big|_{x=l; M^a=0; M^b=0} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

В качестве воздействий, кроме произвольной параметрической сплошной нагрузки $q(x)$, разрешающая система уравнений (4), (5) позволяет учитывать температурные воздействия Δt^o , а также усилия предварительного напряжения P_n .

Вертикальные опорные реакции V^a , V^b следует вычислить по формулам

$$V^a = \frac{1}{l} \int_0^l (x-t)q(t)dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b); \quad V^b = \int_0^l q(t)dt - V^a. \quad (6)$$

Кроме того, возможность задавать конкретные линейные (c_h^a , c_h^b) и угловые (c_ϕ^a , c_ϕ^b) коэффициенты податливости опорных участков стержней в месте приемыкания к узлам позволяет описать все возможные схемы сопряжения стержней с опорами.

Вычисленные реакции опорных участков стержней в основной системе будут более точны и позволят сформировать из них вектор $\{P_s\}$, который, будучи приложенным с обратным знаком к узлам системы, приводит к более точному выражению матричной системы уравнений, которая в этом случае имеет вид [1]

$$[K] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + \{P_s\} + \{R\}. \quad (7)$$

При наложении на стержневую систему внешних связей в системе уравнений (7) матрица внешней жесткости свободной системы $[K]$ будет преобразована в матрицу жесткости закрепленной системы $[K^*]$ вычеркиванием строк и столбцов, соответствующих наложенным связям. А вычеркивание соответствующих строк в векторах $\{P_u\}$, $\{P_s\}$, $\{R\}$ преобразует их в вектора $\{P_u^*\}$, $\{P_s^*\}$, $\{R^*\}$. Так как вектор $\{R^*\}$ содержит только нулевые элементы, то он должен быть исключен. Тогда вектор перемещений $\{\Delta\}$ в глобальной системе координат будет определен из (7) по выражению

$$\{\Delta\} = [K^*]^{-1} \cdot (\{P_u^*\} + \{P_s^*\}), \quad (8)$$

где $[K^*]^{-1}$ – обратная матрица жесткости закрепленной системы для матрицы $[K^*]$.

Тогда искомые усилия $\{r'\}$ по концам каждого стержня рассчитываемой стержневой модели в местной системе координат будут вычислены следующим образом:

$$\{r'\} = [K'] \cdot [T_\alpha] \cdot \{\Delta\} - \{P'_s\}, \quad (9)$$

где $[K']$ – матрица жесткости стержней в местной системе координат; $[T_\alpha]$ – матрица преобразований координат (направляющих косинусов).

Найденный для всех стержней системы вектор $\{r'\}$ позволяет более точно, в сравнении с классическим методом перемещений, определить перемещения и внутренние усилия в каждом стержне, используя уравнения для функции прогибов v (1), изгибающих моментов M_s (2) и поперечных сил Q_s (3).

Изложенный выше алгоритм статического расчета моделей плоских стержневых систем сложной геометрической структуры матричным методом деформаций [1] позволил разработать компьютерную программу для ПК средствами программирования математической среды PTS MathCAD.

3. Оценка устойчивости стержневых систем. При расчете стержневых систем на устойчивость чаще всего используется классический метод перемещений, построенный на статическом расчете.

Расчет с на устойчивость по методу перемещений изложен в [4], [5].

Нами предложено выполнять статический расчет изложенным выше методом деформаций, что дает возможность более точно определить перемещения узлов, продольные силы и изгибающие моменты в стержнях.

Полученная при расчете стержневой системы матрица закрепленной системы $[K^*]$, входящая в (8), является матрицей мгновенной жесткости $[K(H)]$ вследствие того, что дополнительные узловые нагрузки при расчете на устойчивость полагаются нулевыми, получается однородной, вида

$$[K(H)] \cdot \{\Delta\} = 0, \quad (10)$$

где $[K(H)]$ – матрица мгновенной жесткости, элементы которой – реакции r_{ik} во введенных связях на узлы основной системы, зависящие от продольных сил H в ее стержнях.

Особенность расчета на устойчивость в необходимости учета дополнительного изгибающего действия продольных сил H , за счет которого эпюры изгибающих моментов от единичных перемещений получаются криволинейными. Реакции во введенных связях содержат поправочные множители в виде специальных функций от безразмерных параметров ν . Для сжатых стержней с $H \leq 0$ и

$$\nu = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}}$$

специальные поправочные коэффициенты к элементам матриц внутренней жесткости сжатых стержней от безразмерных параметров ν приведены в [4, стр. 229]. Для растянутых стержней – см. [4, с. 235].

В излагаемом здесь методе *деформаций* при расчете на устойчивость специальные функции к элементам матриц внутренней жесткости, приведенные в [4], пересчитаны на зависимость их от параметра $a_1 l$ (3)

$$a_1 l = l \sqrt{\frac{|H|}{EI}}. \quad (11)$$

Тогда специальные функции как поправочные коэффициенты к элементам матрицы внутренней жесткости, зависящие от параметра $a_1 l$ (11), имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{(a_1 l)^2 \operatorname{tg}(a_1 l)}{3(\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}; \quad \varphi_2 = \frac{a_1 l (\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}{8 \operatorname{tg}(a_1 l) \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \quad \varphi_3 = \frac{a_1 l (a_1 l - \sin(a_1 l))}{4 \sin(a_1 l) \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \\ \varphi_4 &= \frac{\left(\frac{a_1 l}{2}\right)^2 \operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right)}{3 \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}; \quad \eta_1 = \frac{(a_1 l)^3}{3(\operatorname{tg}(a_1 l) - a_1 l)}; \quad \eta_2 = \frac{\left(\frac{a_1 l}{2}\right)^3}{3 \left(\operatorname{tg}\left(\frac{a_1 l}{2}\right) - \frac{a_1 l}{2} \right)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для растянуто-изогнутых стержней в формулах (12) необходимо произвести следующие замены: $(a_1 l)^2 \rightarrow -(a_1 l)^2$; $\sin(a_1 l) \rightarrow \sinh(a_1 l)$; $\operatorname{tg}(a_1 l) \rightarrow \operatorname{th}(a_1 l)$. Тогда матрицы внутренней жесткости с учетом безразмерных функций (12) имеют вид [3]:

Для прямолинейного стержня с обоими зашеченными концами (рисунок 1)

$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & 0 & -\frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{4EJ}{l} \varphi_2 & 0 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{2EJ}{l} \varphi_3 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & 0 & \frac{12EJ}{l^3} \eta_2 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 \\ 0 & -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{2EJ}{l} \varphi_3 & 0 & \frac{6EJ}{l^2} \varphi_4 & \frac{4EJ}{l} \varphi_2 \end{bmatrix}; \quad (13)$$

Для стержня с жестким закреплением левого конца и шарнирным – правого

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & -\frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 & 0 & -\frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & 0 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 & \frac{3EJ}{l}\varphi_1 & 0 & \frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 & 0 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & \frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 & 0 & \frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (14)$$

Для стержня с жестким закреплением правого конца и шарнирным – левого

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & 0 & 0 & -\frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & -\frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & 0 & 0 & \frac{3EJ}{l^3}\eta_1 & \frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 \\ 0 & -\frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 & 0 & 0 & \frac{3EJ}{l^2}\varphi_1 & \frac{3EJ}{l}\varphi_1 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

Для стержня с шарнирным закреплением обоих концов

$$[K'_s] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{H}{l} & 0 & 0 & \frac{H}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{H}{l} & 0 & 0 & -\frac{H}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Очевидно, что коэффициенты матриц мгновенной жесткости стержневой системы при расчете на устойчивость зависят от безразмерных функций (12), связанных с параметром (a_1l) .

Критическому состоянию деформированного равновесия стержневой системы отвечают ненулевые перемещения $\{\Delta\}$ (8) ее узлов

$$\{\Delta\} \neq 0,$$

что возможно, если матрица мгновенной жесткости системы *вырождена* и ее определитель, как ее количественная характеристика, равен нулю

$$Det[K(a_1l)] = 0. \quad (17)$$

Выражение (17) и есть нелинейное (трансцендентное) уравнение критического равновесия относительно параметра (a_1l) как основного неизвестного. При оценке устойчивости представляет интерес наименьший из корней матричного уравнения (17).

Для заключения об устойчивости рассчитываемой стержневой системы решение уравнения устойчивости (17) с целью поиска наименьшего параметра (a_1l)

как основного неизвестного – задача математически сложная и трудоемкая. В настоящее время для оценки устойчивости *1-го рода* стержневых систем используется **качественный метод исследования** их расчетной модели, суть которого кратко изложена в [5]:

Оценку устойчивости стержневых систем **качественным методом** [5], предложено выполнять в компьютерной программе, разработанной нами средствами программирования PTS MathCAD по алгоритму, построенному на их расчете по методу деформаций [1] с целью оценки эффектов воздействий:

1. Выполняется статический расчет стержневой модели при заданном уровне нагрузки и других воздействиях по методу деформаций [1], [2], [3].

2. По известным формулам Эйлера проверяется устойчивость всех стержней расчетной модели с учетом закреплений их в узлах основной системы метода деформаций (ОСМД). Критическую силу для каждого стержня найдём путём приравнивания нулю определителей матриц жёсткостей для каждого из них.

Проверка всех стержней на устойчивость выполняется методом сравнения критических сил в стержнях с продольными силами в стержнях, вычисленных по методу деформаций [1].

3. Если устойчивость всех стержней ОСМД обеспечена, то анализируется полученная в результате расчета матрица мгновенной жесткости стержневой системы с учетом вычисленных внутренних сил в ее стержнях, вычисленных в деформированном состоянии. Все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии должны быть положительны. Если в процессе анализа будет выявлено наличие отрицательных или нулевых элементов, делается вывод о неустойчивости деформированной системы в исследуемом состоянии равновесия, и дальнейший расчет должен быть прекращен.

4. Если все главные диагональные элементы матрицы мгновенной жесткости в деформированном состоянии положительны, то выполняется разложение матрицы мгновенной жесткости на множители одним из известных методов. В MathCAD эффективно получить разложения матрицы на множители по методу Холецкого.

5. Окончательное заключение об устойчивости стержневой системы должно быть сделано путем исследования элементов, расположенных на главной диагонали матрицы мгновенной жесткости при разложении ее на множители. Если все диагональные элементы положительны и среди них нет близких к нулю, то равновесие стержневой системы при заданном для нее воздействии *устойчиво*; если разложение матрицы мгновенной жесткости прервано, то равновесие является критическим. Если среди диагональных элементов есть хотя бы один отрицательный, то равновесие стержневой системы при данном уровне внешних воздействий *неустойчиво*.

4. Устойчивость и расчет по деформированному состоянию. Как было показано выше, устойчивость рассчитываемой стержневой модели предложено оценивать **качественным методом**, позволяющим однозначно получить ответ на вопрос: устойчива или неустойчива расчетная модель сооружения при заданном характере и величине нагрузки? И если расчетная модель стержневой сис-

темы в этом состоянии равновесия устойчива, то ее матрица мгновенной жесткости положительно определена. А это значит, что система может перейти из устойчивого *исходного состояния* в новое *возмущенное* (рассчитываемое) *деформированное* состояние приложением к ее стержням *дополнительных воздействий*. Тогда матричная система уравнений метода деформаций (7), учитывающая и продольные деформации рассчитываемой стержневой системы и перемещения ее узлов $\{\Delta\}$, имеет вид:

$$[K(a_{1l}, \Delta)] \cdot \{\Delta\} = \{P_u\} + [T_\alpha]^T \cdot \{P'_s\} + \{R\} \quad (18)$$

Сформированная положительно определенная матрица мгновенной жесткости $[K(a_{1l}, \{\Delta\})]$ системы уравнений (18) открывает возможность выполнить *деформационный* расчет *возмущенного состояния* стержневой системы путем организации процедуры последовательных приближений, реализуемой программными средствами MathCAD. Для этого:

– Выполняем расчет *возмущенного равновесного состояния* стержневой системы *методом деформаций* [1] как первое приближение. Анализ полученных результатов дает возможность получить вектор перемещений узлов $\{\Delta\}$ с учетом продольных деформаций (в случае загрузки их поперечной нагрузкой) и поперечных деформаций, а также внутренние усилия в стержнях. Вектор перемещений узлов $\{\Delta_1\}$ дает возможность откорректировать матрицу мгновенной жесткости $[K(a_{1l}, \{\Delta_1\})]$.

– Выполняя последующие расчеты матричной системы (18) с анализом результатов расчета и корректировкой матрицы мгновенной жесткости $[K(a_{1l}, \{\Delta_i\})]$, необходимой для последующего $(i+1)$ статического расчета *методом деформаций*, получаем быстро сходящийся итерационный процесс, вплоть до достижения заданной точности.

Полученное решение стержневой системы в деформированном возмущенном равновесном состоянии необходимо проверить на устойчивость вышеизложенным *качественным методом*. И если стержневая система устойчива, то вычисленный вектор $\{\Delta\}$ дает возможность строить эпюры перемещений v , изгибающих моментов M_s и сдвигающих сил Q_s с использованием аналитических выражений (1), (2) и (3) соответственно. Продольные силы N необходимо вычислять по формуле

$$N = H \cos \varphi + Q_s \sin \varphi, \quad (19)$$

где φ – угол поворота хорды стержня в возмущенном деформированном состоянии равновесия по отношению к исходному состоянию.

5. Блок-схема компьютерной программы в PTS MathCAD. Сказанное в п. 2÷4 настоящей статьи позволило разработать алгоритм расчета моделей эффектов воздействий (расчетных схем) стержневых систем зданий и сооружений по деформированному состоянию, оценить их устойчивость и реализовать его в компьютерной программе DresCAD.

На рисунке 2 представлена блок-схема компьютерной программы DresCAD, разработанная на алгоритмическом языке среды PTS MathCAD

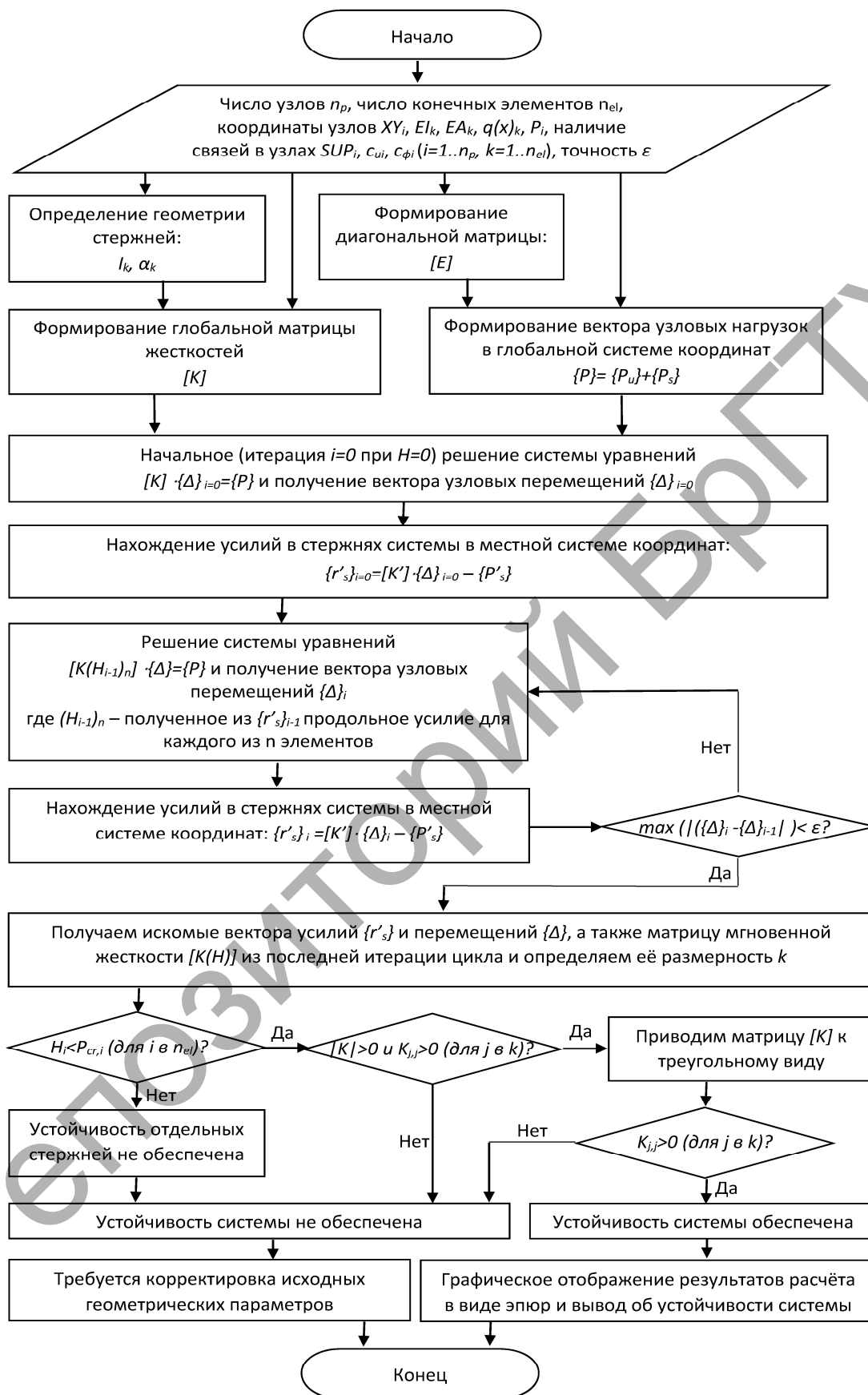


Рисунок 2 – Блок-схема компьютерной программы DresCAD

Для отладки программы DresCAD использовались результаты расчета задач выполненных Н. И. Безуховым [6] и Г. К. Клейном и другими [7].

Примеры расчета, выполненные в ПК DresCAD

По разработанной программе представлены две расчетные модели стержневых систем, представленные на рисунке 3 [6] и рисунке 4 [7]. Результаты расчета изложены в таблицах 1 и 2.

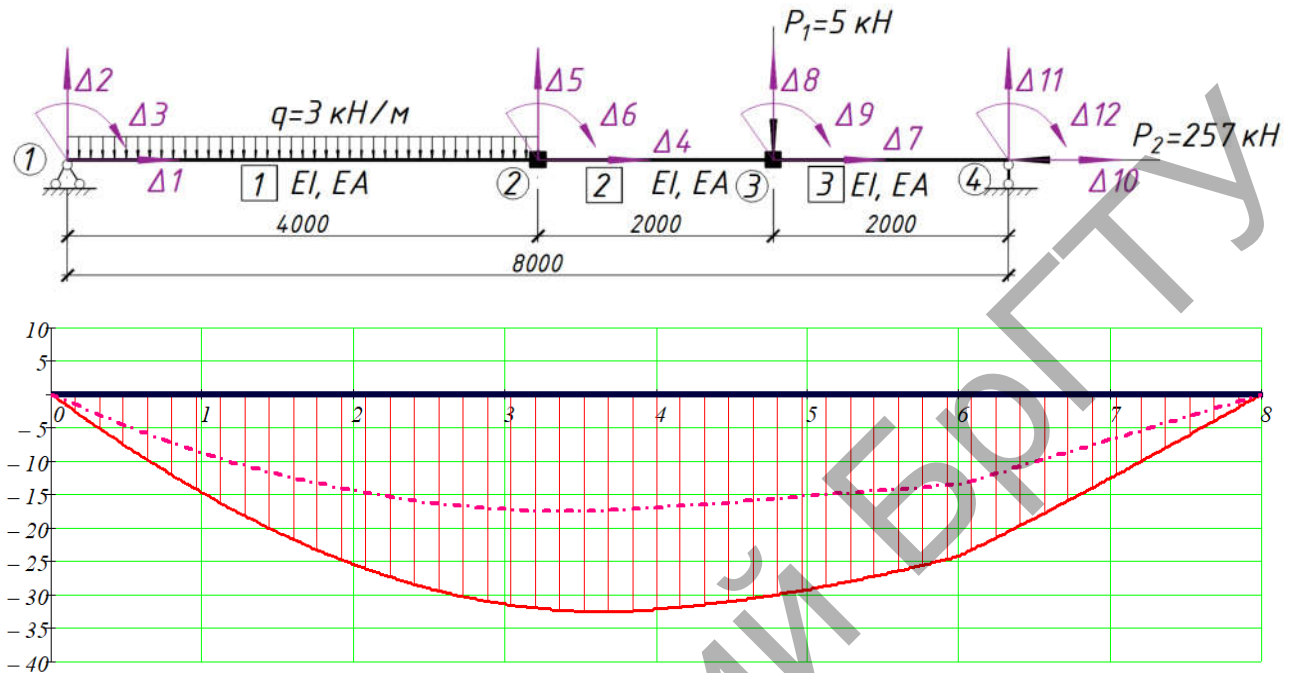


Рисунок 3 – Расчетная схема рамы [6] и эпюра изгибающих моментов ($EI=3638.04 \text{ кНм}^2$, $EA=921900 \text{ кН}$) (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

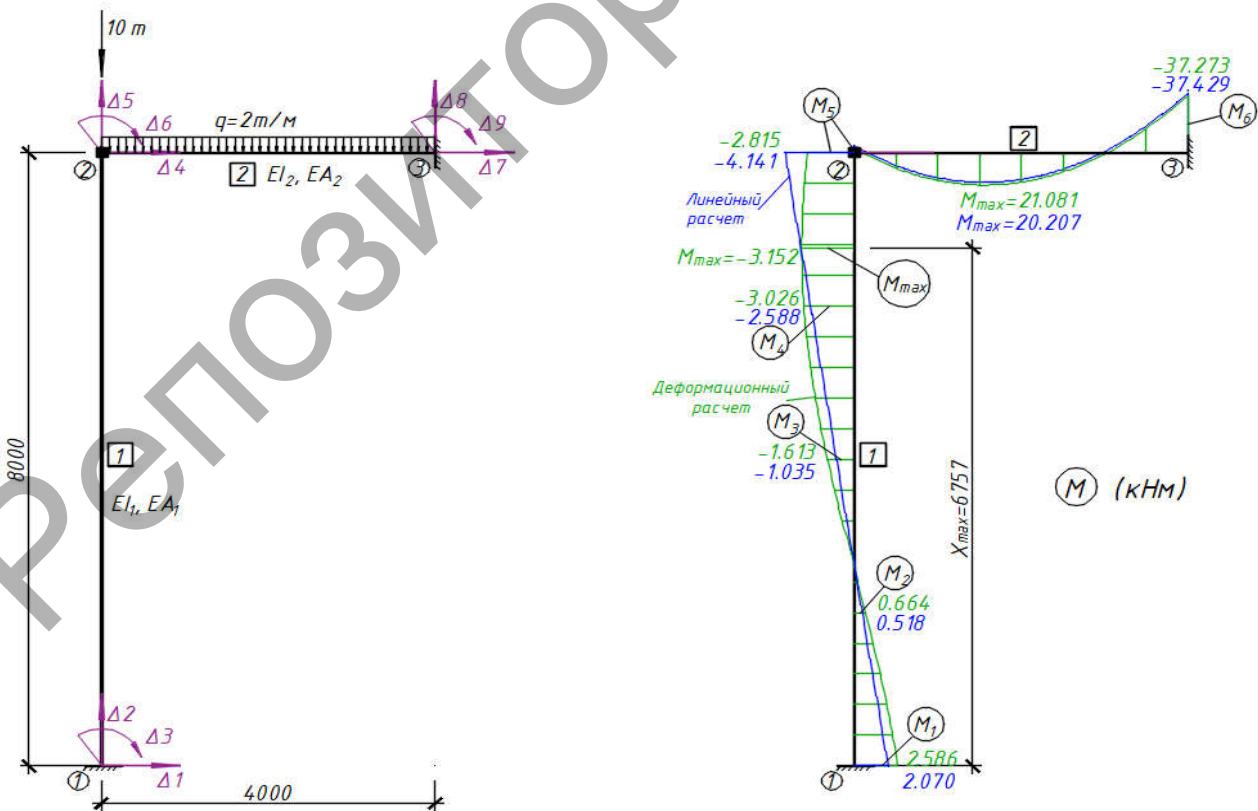


Рисунок 4 – Расчетная схема и эпюры изгибающих моментов для стержня 1 рамы [7] ($EI_1=915.6 \text{ кНм}^2$, $EA_1=1680000 \text{ кН}$, $EI_2=2373 \text{ кНм}^2$, $EA_2=21000000 \text{ кН}$)

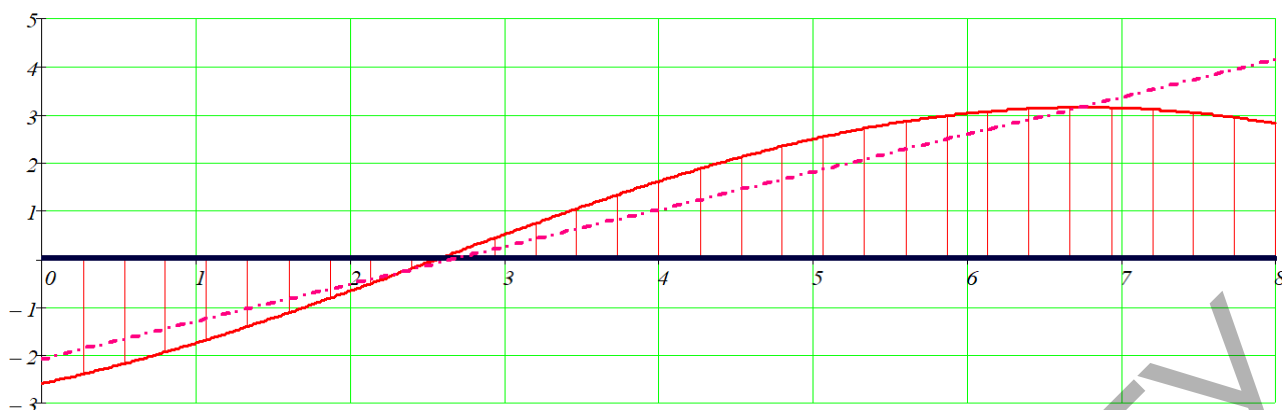


Рисунок 6 – Этюра моментов, полученная в программе DresCAD для стержня №1 стержневой системы [7] (штрихпунктирная линия – линейный расчёт)

Таблица 1 – Результаты расчетов по различным методам для рамы №1 [6]

Анализ расчётов	M_{T2} , кНм	M_{T4} , кНм	M_{T6} , кНм	Δ_{T4} , см	Δ_{T6} , см
Деформационный расчет	25.459	32.171	24.192	5.903	4.16
Точное решение	25.506	32.253	24.240	5.935	4.179
Линейный расчет	14.500	17.000	13.500	3.207	2.254
Различие деформационного с точным расчётом, %	0.186%	0.254%	0.2%	0.537%	0.451%
Различие деформационного с линейным расчетом, %	43.045%	47.157%	44.195%	45.673%	45.819%

Таблица 2 – Результаты расчетов по различным методам для рамы №2 [7]

Анализ расчётов		M_1 , кНм	M_2 , кНм	M_3 , кНм	M_4 , кНм	M_5 , кНм	M_6 , кНм
Г.К. Клейн и др.	Линейный	2.150				-4.320	-37.900
	Деформац.	2.800				-2.900	-38.600
Разработанный алгоритм	Линейный	2.070	0.518	-1.035	-2.588	-4.141	-37.429
	Деформац.	2.586	0.664	-1.613	-3.026	-2.815	-37.273
Различие. с решением по Г. К. Клейну	Линейный	3.865%				4.323%	1.258%
	Деформац.	8.293%				3.009%	3.560%
Различие линейного с деформационным		19.941%	22.021%	35.845%	14.464%	47.090%	0.419%

Список цитированных источников

1. Уласевич, В.П. Статический расчет гибких стержневых систем сложной геометрической структуры методом деформаций / В.П. Уласевич // Вестник БрГТУ. – 2018. – № 1(109): Строительство и архитектура. – С. 73–77.
2. Уласевич, В.П. Расчет стержневых систем уточненным методом перемещений и его реализация в среде PTS MathCAD / В.П. Уласевич, В.И. Каковко // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: Сборник научных статей XXI Международного научно-методического семинара 25-26 октября 2018 г. – Брест: Изд-во БрГТУ, 2018. – Часть 1. – С. 254–261.
3. Уласевич, В.П. К эффективности разработки алгоритма деформационного метода расчета гибких стержневых систем в среде MathCAD / В.П. Уласевич, О.В. Костюк, Н.В. Бочарова // Вестник БрГТУ. – 2009. – № 5(59): Физика, математика, информатика. – С. 57–62.

4. Сидорович, Е.М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач: учебное пособие / Е.М. Сидорович. – Минск: БНТУ, 2006. – 246 с.
5. Борисевич, А.А. Строительная механика / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк – Минск: БНТУ, 2007. – 821 с.
6. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М.: Стройиздат, 1969. – 424 с.
7. Клейн, Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем) / Г.К. Клейн, В.Г. Рекач, Г.И. Розенблат. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1972. – С. 69-71.

УДК 539.3+534.1

ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЯ КАК ЗАДАЧА ДИНАМИКИ ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА

Холодарь Б. Г.

Допустимая нагрузка при продольном сжатии стержня устанавливается как доля от критической нагрузки, для определения которой используют несколько подходов [1], в основе которых лежит учет реальных отклонений геометрии стержня и характера приложения нагрузки от предполагаемой идеальности.

Ниже приведены некоторые результаты рассмотренной задачи о поведении шарнирно-закрепленного упругого стержня под действием нагрузки P_θ , нарастающей пропорционально времени t и приложенной на подвижном торце стержня с эксцентриситетом e и под небольшим углом наклона α к продольной оси. Кроме того, стержень загружен предварительно по своей оси силой P_0 , составляющей некоторую часть от критической $P_{кр}$.

Использованные обозначения и числовые данные: E, σ_T, ρ – модуль упругости, предел текучести и плотность материала, l – длина стержня, $A=b \cdot h$ – площадь прямоугольного сечения стержня, $J=bh^3/12$ – момент инерции, $P_{кр}=\pi^2 EJ/l^2$, $P_\theta =V_P \cdot t$, $V_P =P_{кр} /T$, T – время нарастания нагрузки, $P_C =P_0+P_X =P_0+P_\theta \cos\alpha$ – суммарная осевая сила, $k^2 = P_C/EJ$, $k_x^2 =P_X/EJ$ – функции времени, x – продольная координата, отсчитываемая от нагруженного торца стержня, $E=200000$ МПа, $\sigma_T=200$ МПа, $\rho=7800$ КГ/м³, $l=1.0$ М, $b=h=0.01$ М.

Если рассматривать процесс нарастающего изгиба стержня как квазистатический, то прогиб W стержня опишется выражением

$$W(x) = -e \frac{k_x^2}{k^2} \left[\frac{\text{Sink}(x-l)}{\text{Sink}l} + \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right], \quad (1)$$

Максимальные напряжения от сжатия и изгиба в поверхностных волокнах составят $\sigma = \sigma_c + \sigma_i = (P_C + 6P_x \frac{e}{h \text{Sink}l}) / A$ и могут превысить предел текучести материала при нагрузке ниже критической (рис.1), что практически рассматривается как ситуация недопустимая.