

4. Сидорович, Е.М. Динамика и устойчивость сооружений. Численные методы решения задач: учебное пособие / Е.М. Сидорович. – Минск: БНТУ, 2006. – 246 с.
5. Борисевич, А.А. Строительная механика / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк – Минск: БНТУ, 2007. – 821 с.
6. Безухов, Н.И. Устойчивость и динамика сооружений в примерах и задачах / Н. И. Безухов, О.В. Лужин, Н.В. Колкунов. – М.: Стройиздат, 1969. – 424 с.
7. Клейн, Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем) / Г.К. Клейн, В.Г. Рекач, Г.И. Розенблат. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1972. – С. 69-71.

УДК 539.3+534.1

ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЯ КАК ЗАДАЧА ДИНАМИКИ ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА

Холодарь Б. Г.

Допустимая нагрузка при продольном сжатии стержня устанавливается как доля от критической нагрузки, для определения которой используют несколько подходов [1], в основе которых лежит учет реальных отклонений геометрии стержня и характера приложения нагрузки от предполагаемой идеальности.

Ниже приведены некоторые результаты рассмотренной задачи о поведении шарнирно-закрепленного упругого стержня под действием нагрузки P_θ , нарастающей пропорционально времени t и приложенной на подвижном торце стержня с эксцентриситетом e и под небольшим углом наклона α к продольной оси. Кроме того, стержень загружен предварительно по своей оси силой P_0 , составляющей некоторую часть от критической $P_{кр}$.

Использованные обозначения и числовые данные: E, σ_T, ρ – модуль упругости, предел текучести и плотность материала, l – длина стержня, $A=b \cdot h$ – площадь прямоугольного сечения стержня, $J=bh^3/12$ – момент инерции, $P_{кр}=\pi^2 EJ/l^2$, $P_\theta = V_P \cdot t$, $V_P = P_{кр} / T$, T – время нарастания нагрузки, $P_C = P_0 + P_X = P_0 + P_\theta \cos \alpha$ – суммарная осевая сила, $k^2 = P_C / EJ$, $k_x^2 = P_X / EJ$ – функции времени, x – продольная координата, отсчитываемая от нагруженного торца стержня, $E=200000$ МПа, $\sigma_T=200$ МПа, $\rho=7800$ КГ/м³, $l=1.0$ М, $b=h=0.01$ М.

Если рассматривать процесс нарастающего изгиба стержня как квазистатический, то прогиб W стержня опишется выражением

$$W(x) = -e \frac{k_x^2}{k^2} \left[\frac{\text{Sink}(x-l)}{\text{Sink}l} + \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right], \quad (1)$$

Максимальные напряжения от сжатия и изгиба в поверхностных волокнах составят $\sigma = \sigma_c + \sigma_i = (P_C + 6P_x \frac{e}{h \text{Sink}l}) / A$ и могут превысить предел текучести материала при нагрузке ниже критической (рис.1), что практически рассматривается как ситуация недопустимая.

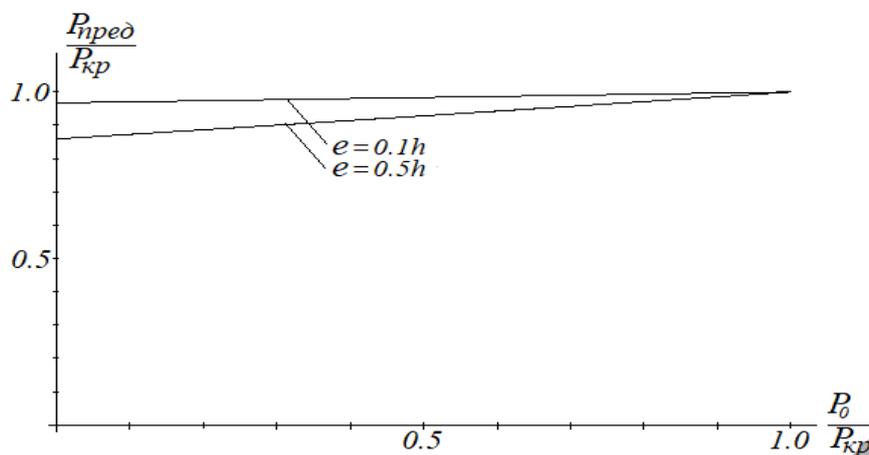


Рисунок 1 – Статическая зависимость предельной и продольной силы от предварительной нагрузки и эксцентриситета

Известно однако, что при ударном нагружении критическая продольная нагрузка может многократно превосходить эйлерову, что естественным образом требует для описания процесса учета динамических свойств системы.

Простейший подход при рассмотрении кратковременных процессов – представить систему в виде одномассовой модели. При этом отпадает необходимость решения задачи в частных производных, но и теряется возможность описания некоторых динамических эффектов, в том числе при чисто ударной нагрузке.

В данной задаче необходимо учитывать продольное перемещение U_i нагруженного торца за счет изгиба стержня, которое при реализованной геометрически-линейной постановке задачи определяется как $U_i = \int_0^l W_x'^2 dx / 2$, где W_x' – производная по осевой координате. Тогда полное осевое смещение составит $U = U_c + U_i$, где U_c – продольное смещение от действия осевой нагрузки P_c , принимаемое равномерным по длине стержня.

Если форму прогиба стержня принять в виде кривой, подобной статической (1) в виде $V(x,t) = W(x,t) \cdot f(t)$ с функцией $f(t)$, подлежащей определению, то дифференциальные уравнения движения системы представятся в виде

$$(M_0 + M_U) \ddot{U}_c = -(M_0 + M_U) (\ddot{U}_c f^2 + 4\dot{U}_i f \dot{f} + 2U_i (\dot{f}^2 + \ddot{f})) + F_U - R_U, \quad (2)$$

$$M_V W_C \ddot{f} = -M_V (\ddot{W}_c f + 2\dot{W}_c \dot{f}) + F_V - R_V, \quad (3)$$

где W_C – прогиб по центру тяжести эюры $W(x)$, $M_0 = 0$ или $M_0 = P_0/g$ при учете силы P_0 как весовой нагрузки на торце стержня (g – ускорение земного притяжения), $M_U = \rho b h l / 3$ и $M_V = \rho b h l$ – соответственно приведенные массы для продольных и поперечных перемещений, а обобщенные силы F_U и F_V можно определить, используя принцип возможных скоростей для текущей формы кривой прогиба, как

$$F_U = F_C + \frac{F_x e (\dot{\varphi}_0 f + \varphi_0 \dot{f})}{\dot{U}_c + \dot{U}_i f^2 + 2U_i f \dot{f}}, \quad (4)$$

$$F_V = \frac{F_x e(\dot{\varphi}_0 f + \varphi_0 \dot{f}) + F_C (\dot{U}_C + \dot{U}_i f^2 + 2U_i f \dot{f})}{\dot{W}_{st} f + W_{st} \dot{f}} \quad (5)$$

Аналогичным образом определяются и реакции R_U и R_V . Выражения для входящих в (2) – (5) переменных W_C , U_i , угла поворота торцевого сечения φ_0 , смещения W_{st} (среднее по длине стержня и составляющее примерно 0.64 от W_C) и их производных по времени (точка сверху) здесь не приводятся ввиду громоздкости.

Задача просчитывалась для уровней предварительной нагрузки $P_0/P_{кр} = 0.35, 0.65, 0.95$ и четырех скоростей нагружения $V_P = P_{кр}/T$ (при $T = 0.01, 0.1, 1.0$ и 10.0 сек). В качестве примера решения на рис. 2 показаны кривые нарастания осевого и поперечного перемещений при разных уровнях предварительной нагрузки и параметре скорости нагружения $T = 1$ сек. Используются обозначения: квазистатические поперечные W_{st} – □ и продольные $F_C/C_U + U_i$ – ○, динамические поперечные $W_{st} \cdot f$ – ■ и продольные $U_C + U_i \cdot f^2$ – ●. Для приведения к одному масштабу продольные перемещения умножались на 500, поперечные – на 50. Горизонтальной чертой отмечено время наличия в стержне неупругих деформаций при динамическом (■) и квазистатическом (□) подходах, T_0 – время нарастания силы P_C от начальной P_0 до критической $P_{кр}$ при заданном V_P .

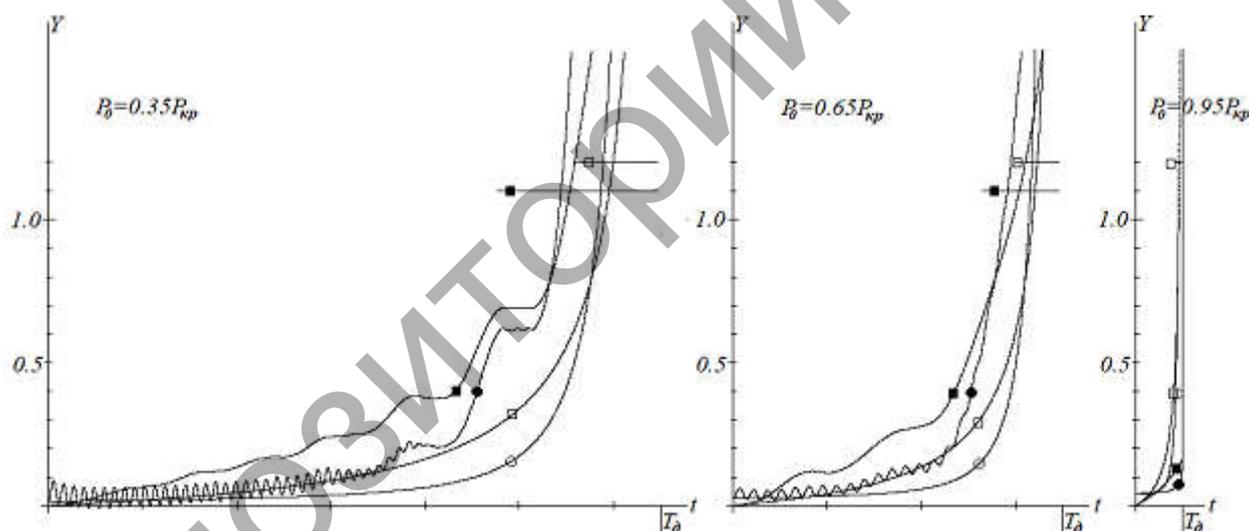


Рисунок 2 – Компоненты смещений стержня при различных уровнях предварительной нагрузки

В целом можно отметить некоторые представляющие интерес общие моменты решения.

Процесс нагружения характеризуется наложением колебательного движения на квазистатические перемещения стержня при росте догружающего усилия P_0 . Колебания более заметны при медленном нарастании P_0 и невысоких уровнях предварительной нагрузки P_0 .

Наращение динамических перемещений идет быстрее, чем квазистатических, а максимальные прогибы остаются сравнимыми с высотой сечения стержня на всем интервале времени $0 - T_{кр}$, за исключением последнего отрезка, когда параметр kl приближается к π ($kl > 3.05 - 3.1$) и задача выходит за пределы

геометрической линейности подхода. Переход напряжений через предел текучести материала возникает в моменты времени $T_{пред}$ и при нагрузках $P_{пред}$ более низких, чем это ожидается при статическом подходе.

Для короткого времени нагружения, сравнимого с периодом собственных продольных колебаний стержня (случай $T_{кр}=10^{-2}c$), решение показывает, что динамические поперечные перемещения остаются малыми и скорость их роста ниже, чем квазистатических, а динамические напряжения в стержне остаются невысокими – стержень не успевает реагировать на изменение нагрузки. Это связано с запаздыванием нарастания перемещений относительно нагрузки в первом полупериоде колебаний за счет инерционности системы (амплитуда колебательного движения здесь отрицательна).

Влияние продольных перемещений, массы M_0 , угла наклона дополнительной нагрузки невелико и перекрывается ролью эксцентриситета и динамичностью процесса поперечного движения точек стержня.

В полученном решении не вполне отражаются динамические свойства системы, связанные с проявлением высоких компонент частотного спектра, которые прямо наблюдаются при ударных испытаниях [1]. Поэтому для уточнения результатов необходимо использование более сложных многомассовых и нелинейных моделей.

Список цитированных источников

1. Вольмир, А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 986 с.

УДК 694.5

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ АРОЧНЫХ ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Храмов В. С.

Большепролётными принято считать конструкции с пролётом 18 метров и более – для гражданских зданий и пролётом более 30 метров – для промышленных зданий [1]. Применение большепролётных конструкций позволяет наиболее полно раскрыть несущие характеристики материала [2]. Подобные конструкции получили широкое распространение в случаях, когда необходимо перекрыть большие пространства без промежуточных опор.

По статической работе большепролётные конструкции можно разделить на две группы:

- 1) плоскостные (балки, фермы, арки, рамы);
- 2) пространственные (оболочки, складки, висячие системы, перекрестно-стержневые системы и др.) [2].

Одними из самых распространённых большепролётных конструкций являются арочные конструкции.

Арочными конструкциями называются системы ломаного или криволинейного очертания, в опорах которых от действия вертикальной нагрузки возникают наклонные реакции, направленные внутрь пролёта. Горизонтальную состав-