УДК 519.872

О НАХОЖДЕНИИ ОЖИДАЕМЫХ ДОХОДОВ В СИСТЕМАХ НМ-СЕТИ С ПРИОРИТЕТНЫМИ ЗАЯВКАМИ

Бекиш Н.В., Китурко О.М.

УО «Гродненский государственный университет имени Я.Купалы», г. Гродно

Научный руководитель: Матальцкий М.А., доктор физ.-мат. наук, профессор

Рассмотрим замкнутую сеть, в которой циркулируют K_1 заявок первого типа и K_2 заявок второго типа, причем заявки не могут менять свой тип. Система S_i содержит m_i параллельных линий обслуживания. Однотипные заявки, стоящие в очереди некоторой системы массового обслуживания (СМО), выбираются на обслуживание в произвольном порядке, например, FIFO. Заявки первого типа имеют абсолютный приоритет по отношению к заявкам второго типа. В данном случае это будет означать выполнение двух условий: а) если в момент освобождения линии некоторой СМО после обслуживания заявки в ее очереди имеются приоритетные заявки, то любая из них занимает освободившуюся линию; б) если в систему обслуживания, все линии которой заняты обслуживанием, но не только приоритетных заявок, поступает приоритетная заявка, то она вытесняет неприоритетную заявку с одной из линий и начинает обслуживаться этой линией; вытесненная заявка становится в очередь рассматриваемой СМО.

Состояние сети в данном случае характеризуется вектором

$$(k,t) = (k_{11}, k_{12}; k_{21}, k_{22}; \ldots; k_{n1}, k_{n2}; t),$$

где k_{ic} – число заявок типа c в i-й СМО, $\sum_{i=1}^{n} k_{i1} = K_1, \quad \sum_{i=1}^{n} k_{i2} = K_2.$

Пусть интенсивности обслуживания заявок в момент времени t $\mu_{ic}(k_{ic}(t))$ в системе S_i зависят от числа заявок в этой системе, $i = \overline{1,n}$, $c = 1,2$. И будем предполагать, что в момент времени t выполняется следующее условие:

$$k_{i1}(t) < m_i, \; i = \overline{1,n}, \; c = 1,2. \qquad (1)$$

В этом случае имеем:

$$\varepsilon_{i1}(k_{i1}(t)) = \min\{k_{i1}(t), m_i\} = k_{i1}(t), \; i = \overline{1,n},$$

$$\varepsilon_{i2}(k_{i1}(t), k_{i2}(t)) = \begin{cases} k_{i2}(t), \; k_{i1}(t) + k_{i2}(t) < m_i \\ m_i - k_{i1}(t), \;\; k_{i1}(t) + k_{i2}(t) \ge m_i \end{cases} = \min\{k_{i2}(t), m_i - k_{i1}(t)\}, \; i = \overline{1,n}.$$

Рассмотрим динамику изменения доходов некоторой системы S_i сети. Обозначим через $V_i(t)$ ее доход в момент времени t. Пусть в начальный момент времени доход системы равен $V_i(0) = v_{i0}$. Доход этой СМО в момент времени $t+\Delta t$ можно представить в виде $V_i(t+\Delta t) = V_i(t) + \Delta V_i(t, \Delta t)$, где $\Delta V_i(t,\Delta t)$ – изменение дохода системы S_i на интервале времени $[t, t+\Delta t)$. Условные вероятности событий, которые могут произойти за время Δt и изменения доходов системы S_i, имеют вид:

1) с вероятностью $\mu_{j1} k_{j1}(t) p_{ji} \Delta t + o(\Delta t)$ заявка первого типа перейдет после обслуживания из системы S_j в систему S_i, при этом доход системы S_i возрастет на величину $r_{ji}^{(1)}$, а доход системы S_j уменьшится на эту величину, $j \ne i$, где $r_{ji}^{(1)}$ СВ с математическим ожиданием (м.о.) $M\{r_{ji}^{(1)}\} = d_{ji}$, $i, j = \overline{1,n}$;

2) с вероятностью $\mu_{i1}k_{i1}(t)p_{ij}\Delta t+o(\Delta t)$ заявка первого типа перейдет после обслуживания из системы S_i в систему S_j, при этом доход системы S_i уменьшится на величину $R_{ij}^{(1)}$, а доход системы S_j увеличится на эту величину, $j\neq i$, где $R_{ij}^{(1)}$ СВ с м.о. $M\{R_{ji}^{(1)}\}=d_{ij}$, $i,\ j=\overline{1,n}$;

3) с вероятностью $\mu_{j2}\min\{k_{j2}(t),m_j-k_{j1}(t)\}p_{ji}\Delta t+o(\Delta t)$ заявка второго типа перейдет после обслуживания из системы S_j в систему S_i, при этом доход системы S_i возрастет на величину $r_{ji}^{(2)}$, а доход системы S_j уменьшится на эту величину, $i,\ j=\overline{1,n}$, $j\neq i$, где $r_{ji}^{(2)}$ СВ с м.о. $M\{r_{ji}^{(2)}\}=b_{ji}$, $i,\ j=\overline{1,n}$;

4) с вероятностью $\mu_{i2}\min\{k_{i2}(t),m_i-k_{i1}(t)\}p_{ij}\Delta t+o(\Delta t)$ заявка второго типа перейдет после обслуживания из системы S_i в систему S_j, при этом доход системы S_i уменьшится на величину $R_{ij}^{(2)}$, а доход системы S_j увеличится на эту величину, $i,\ j=\overline{1,n}$, $j\neq i$, где $R_{ij}^{(2)}$ СВ с м.о. $M\{R_{ji}^{(2)}\}=b_{ij}$, $i,\ j=\overline{1,n}$;

5) с вероятностью $1-\sum_{\substack{i,j=1,\\ j\neq i}}^{n}[\mu_{i1}k_{i1}(t)+\mu_{i2}\min\{k_{i2}(t),m_i-k_{i1}(t)\}]p_{ij}\Delta t+o(\Delta t)$ на отрезке времени величиной Δt изменение состояния системы S_i не произойдет. Кроме того, за каждый малый промежуток времени Δt система S_i увеличивает свой доход на величину $r_i\ \Delta t$, где r_i – СВ с м.о. $M\{r_i\}=c_i$, $i=\overline{1,n}$.

Будем также считать, что вышеперечисленные СВ попарно независимы.

При фиксированной реализации процесса $k(t)$, усредняя по $k(t)$ с учетом условия нормировки $\sum_{k}P(k(t)=k)=1$ и вводя обозначение $v_i(t)=M\{V_i(t)\}$, $i=\overline{1,n}$, для изменения ожидаемого дохода системы S_i получаем

$$v_i(t+\Delta t)=v_i(t)+M\{\Delta V_i(t,\Delta t)\}=v_i(t)+\Bigg[\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{j1}N_{j1}(t)p_{ji}d_{ji}-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{i1}N_{i1}(t)p_{ij}d_{ij}-$$

$$-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{i2}M\min\{k_{i2}(t),m_i-k_{i1}(t)\}p_{ij}b_{ij}+$$

$$+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{j2}M\min\{k_{j2}(t),m_j-k_{j1}(t)\}p_{ji}b_{ji}+c_i\Bigg]\Delta t+o(\Delta t).$$

где $N_{i1}(t)$ – среднее число заявок, первого типа соответственно (ожидающих и обслуживающихся) в системе S_i в момент времени t, $i=\overline{1,n}$. Далее, переходя к пределу при $\Delta t\to 0$, получим неоднородные линейные ОДУ первого порядка

$$\frac{dv_i(t)}{dt}=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{j1}N_{j1}(t)p_{ji}d_{ji}-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{i1}N_{i1}(t)p_{ij}d_{ij}-$$

$$-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{i2}M\min\{k_{i2}(t),m_i-k_{i1}(t)\}p_{ij}b_{ij}+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\mu_{j2}M\min\{k_{j2}(t),m_j-k_{j1}(t)\}p_{ji}b_{ji}+c_i.$$

Задав начальные условия $v_i(0) = v_{i0}$, $i = \overline{1,n}$, можно найти ожидаемые доходы систем сети.

Полагая, что $M\min\{k_{i2}(t), m_i - k_{i1}(t)\} = \min(N_{i2}(t), m_i - N_{i1}(t))$, получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \mu_{j1} N_{j1}(t) p_{ji} d_{ji} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \mu_{i1} N_{i1}(t) p_{ij} d_{ij} +$$

$$-\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \mu_{i2} \min(N_{i2}(t), m_i - N_{i1}(t)) p_{ij} b_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \mu_{j2} \min(N_{j2}(t), m_j - N_{j1}(t)) p_{ji} b_{ji} + c_i. \quad (2)$$

Можно показать, что если сеть функционирует так, что в среднем в ее системах не наблюдается очередей, то $N_{i1}(t)$ и $N_{i2}(t)$ удовлетворяют системам ОДУ:

$$\frac{dN_{i1}(t)}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \mu_{j1} N_{j1}(t) p_{ji} - \mu_{i1} N_{i1}(t), \quad (3)$$

$$\frac{dN_{i2}(t)}{dt} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \mu_{j2} N_{j2}(t) p_{ji} - \mu_{i2} N_{i2}(t),\ i = \overline{1,n}. \quad (4)$$

Решив системы уравнений (3), (4), (2), можно найти ожидаемые доходы систем сети, зависящие от времени.

Список цитированных источников

1. Маталыцкий, М.А. Системы и сети массового обслуживания: анализ и применение / М.А. Маталыцкий, О.М. Тихоненко, Е.В. Колузаева. – Гродно: ГрГУ, 2011. – 817 с.

УДК 51-77

О МОДЕЛИРОВАНИИ АДАПТИВНОЙ СЕРВИСНОЙ СИСТЕМЫ СЛУЖБЫ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

Болтромеюк А.И.

УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», г. Минск

Научный руководитель – Поттосина С.А., доцент, кандидат физ.-мат. наук

Сегодня перед телекоммуникационными предприятиями стоит задача поддержки конкурентоспособности, в первую очередь, за счет снижения издержек и сохранения мощности. Сервисная служба на таком предприятии играет одну из основных ролей, следовательно, её работа должна быть максимально эффективной. Для обеспечения эффективности сервиса необходимо учитывать непредсказуемость потоков заявок клиентов, что, с точки зрения проектирования сервиса, достаточно трудоёмко. Поэтому проектировщики сервиса нуждаются в удобном и мощном инструментарии, позволяющем экспериментальным способом проверить оптимальность конфигурации сервисной системы.

Одним из способов проведения тестирования конфигурации оборудования является использование программы, имитирующей поведение сервисной системы в различных ситуациях. В результате задача сводится к построению математической модели сервиса, проектированию имитационной модели и реализации её с помощью программных средств.